
	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>
<p><b>หัวข้อเรื่อง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T</li> <li>2. การหาค่าความเค้นดัดในคาน</li> </ol> <p><b>สาระสำคัญ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ในการหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T ต้องหาต้องหาจุดศูนย์กลางของรูปตัว T จากนั้นจึงหาโมเมนต์ความเฉื่อย โดยใช้สูตร <math>I_{NA} = \sum (I + Ad^2)</math></li> <li>2. การหาค่าความเค้นดัดในคานมี 2 ขั้นตอน คือ ถ้าพื้นที่หน้าตัดส่วนบนและส่วนล่างของแกนสะเทินเท่ากันความเค้นอัดและความเค้นดึงก็จะเท่ากัน การหาโมเมนต์ดัดในคานหาได้จาก การหาค่าโมเมนต์ของแรงกระทำแล้วแทนค่าลงในสูตรหาความเค้นดัด</li> </ol> <p><b>วัตถุประสงค์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T ได้อย่างถูกต้อง</li> <li>2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าความเค้นดัดในคาน ได้อย่างถูกต้อง</li> </ol>		

	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>

### เนื้อหาสาระ

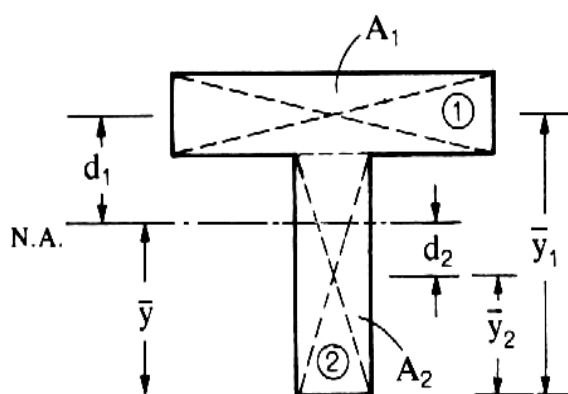
#### 1. การหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T

ในกรณีที่หน้าตัดของคานไม่เป็นตามที่กล่าวมาแล้ว เช่น เป็นรูปตัว T การหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของหน้าตัดเหล่านั้น ต้องอาศัยหลักการย้ายแกนของโมเมนต์ของความเฉื่อย กล่าวคือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของรูปตัดรอบแกนใดแกนหนึ่งที่ขนานกับแกนสะเทินจะมีค่าเท่ากับโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัดนั้น บวกด้วยผลคูณของพื้นที่หน้าตัดกับกำลังสองของระยะทางที่แกนนั้นห่างจากแกนสะเทินดังสมการต่อไปนี้

$$I_{N.A.} = I_{C.G.} + Ad^2$$


- เมื่อ  $I_{N.A.}$  . เป็นโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนที่ต้องการหา  
 $I_{C.G.}$  . เป็นโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของหน้าตัดนั้น  
 $A$  เป็นพื้นที่หน้าตัดของคาน  
 $d$  เป็นระยะทางที่อยู่ห่างจากแกนศูนย์กลางไปยังแกนที่ต้องการหา


#### วิธีหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T

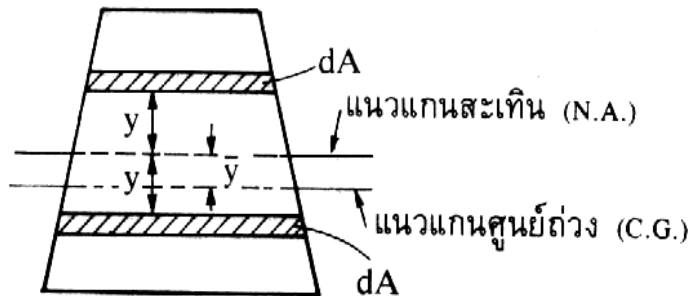


รูปที่ 4 โมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัว T

1.หาจุดศูนย์กลางของรูปตัว T ก่อน ซึ่งหาได้จากผลรวมของโมเมนต์ของพื้นที่ต่าง ๆ หารด้วยพื้นที่ทั้งหมด

	แผนการสอน	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p>จากรูปหน้าตัดตัว T แบ่งออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปคือ รูปตั้งและรูปนอน ให้จุดศูนย์กลางของหน้าตัดห่างจากส่วนล่างสุดของคานเป็นระยะ <math>\bar{y}</math></p> $\therefore \bar{y} = \frac{A_1\bar{y}_1 + A_2\bar{y}_2}{A_1 + A_2}$ <p>2. หาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนศูนย์กลางถ่วงของแต่ละรูปที่แบ่งก่อน แล้วจึงคำนวณหาโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทิน โดยอาศัยหลักการย้ายแกนของโมเมนต์ของความเฉื่อย</p> $I_{N.A.} \text{ ของรูปนอน} = I_{C.G.} \text{ ของรูปนอน} + Ad^2$ $I_{N.A.} \text{ ของรูปตั้ง} = I_{C.G.} \text{ ของรูปตั้ง} + Ad^2$ $I_{N.A.} \text{ ของรูปทั้งหมด} = I_{N.A.} \text{ ของรูปนอน} + I_{N.A.} \text{ ของรูปตั้ง}$ <p>1.1 การหาตำแหน่งของแนวแกนสะเทิน</p> <p>โดยที่ <math>I</math> ซึ่งเป็นค่าของโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทิน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาตำแหน่งของแนวแกนสะเทินของรูปหน้าตัดของคานให้ได้เสียก่อน</p> <p>จากการสมดุลของแรงในแนวราบ</p> $[\Sigma F_x = 0] \quad \int \sigma_y dA = 0$ $\int \frac{\sigma_y}{y} y dA = 0$ $\frac{\rho y}{y} \int y dA = 0$ <p>แต่ <math>\frac{\sigma_y}{y}</math> ไม่เป็นศูนย์ แสดงว่า <math>\int y dA</math> จะต้องเป็นศูนย์ ซึ่งค่า <math>\int y dA</math> คือค่าของโมเมนต์ของพื้นที่ที่หน้าตัดของคานรอบแกนสะเทินเขียนแทนได้ด้วย <math>A\bar{y}</math> โดยที่ <math>\bar{y}</math> เป็นระยะห่างจากแกนศูนย์กลางถ่วงของรูปหน้าตัดกับแกนสะเทิน</p>		

	แผนการสอน	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง



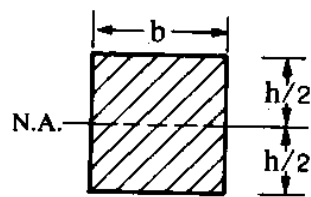
รูปที่ 5 การหาตำแหน่งของแนวแกนสะเทิน

ดังนั้น 
$$\int y dA = A\bar{y} = 0$$

แต่  $A$  ไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น  $\bar{y}$  จะต้องเป็นศูนย์ ซึ่งแสดงว่าตำแหน่งของแกนสะเทินอยู่ที่เดียวกับตำแหน่งของแกนศูนย์ถ่วงของรูปหน้าตัดนั้น ถ้าเราทราบค่าจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุนั้นเราก็สามารถที่จะหาแนวแกนสะเทินได้ การหาจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุนั้นก็สามารถหาได้จากที่ศึกษามาแล้วในกลศาสตร์วิศวกรรม

## 1.2 ค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยของหน้าตัดที่สำคัญ

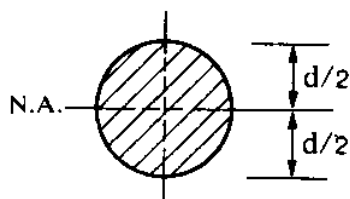
### 1. สี่เหลี่ยมผืนผ้า




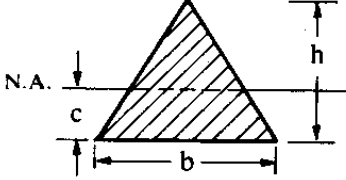
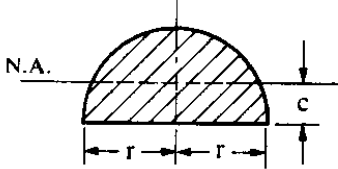
$$A = bh \quad c = \frac{h}{2}$$


$$I_{N.A.} = \frac{bh^3}{12}$$


### 2. วงกลม



$$A = \frac{\pi}{4}d^2 \quad c = \frac{d}{2}$$

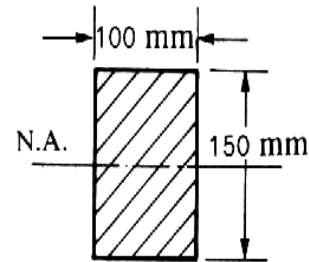
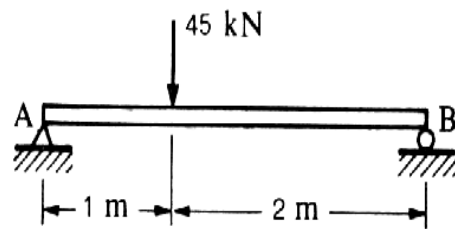
	<b>แผนการสอน</b>	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p data-bbox="411 427 576 472">3. สามเหลี่ยม</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <math display="block">A = \frac{bh}{2} \quad c = \frac{h}{3}</math> <math display="block">I_{N.A.} = \frac{bh^3}{36}</math> </div> </div> <p data-bbox="411 824 576 869">4. ครึ่งวงกลม</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <math display="block">A = \frac{\pi r^2}{2} \quad c = \frac{4r}{3\pi}</math> <math display="block">I_{N.A.} = 0.110r^4</math> </div> </div> <p data-bbox="316 1227 699 1261"><b>2. การคำนวณหาความเค้นในคาน</b></p> <p data-bbox="411 1279 922 1323">การคำนวณหาความเค้นในคาน มีวิธีการดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li data-bbox="316 1335 1390 1435">1. ถ้าพื้นที่หน้าตัดด้านบนและส่วนล่างของแนวแกนสะเทิน (NA) มีพื้นที่เท่ากันดังนั้นความเค้นดึงและความเค้นอัดจะมีค่าเท่ากัน ใช้สูตร <math display="block">\sigma_t = \sigma_c = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{Z}</math> </li> <li data-bbox="316 1630 1390 1794">2. การหาโมเมนต์ดัดในคาน (M) สามารถหาได้จากการคำนวณหาพื้นที่รูปส่วนบนและส่วนล่างของ Shear Force Diagram (SFD) หรือหาได้จากการคำนวณ โมเมนต์ของแรงกระทำแล้วแทนค่าลงในสูตรหาความเค้นดัด</li> </ol>		

	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>
<p><b>สรุปเนื้อหา</b></p> <p><b>ความเค้นดัดล้วน (Pure bending)</b></p> <p>ความเค้นดัดล้วน คือคานหรือส่วนของคานที่ถูกกระทำด้วยแรงคู่ควบหรือโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้างโดยไม่มีแรงอื่นเลย จะทำให้แรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ตลอดทั้งคาน ซึ่งจะทำให้เกิดความเค้นดัดเพียงอย่างเดียว</p> <p><b>ความเค้นดัดธรรมดา (Ordinary bending)</b></p> <p>ความเค้นดัดธรรมดา คือคานที่รับแรงหรือน้ำหนักตามแนวตั้งฉากกับแนวของคานนั้น ซึ่งจะมีผลทำให้เกิดทั้งความเค้นดัดและความเค้นเฉือนในคาน เนื่องจากว่ามีทั้งแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดเกิดขึ้นที่หน้าตัดของคานนั้น</p> <p>คานเมื่อถูกโมเมนต์ดัดกระทำจะเกิดความเค้นดัดขึ้นในคาน เรียกว่า Bending Stress มีทั้งความเค้นดึงและความเค้นอัด</p> <p>สูตรที่ใช้พิจารณาความเค้นนี้คือ <math>\sigma = \frac{Mc}{I}</math> เรามีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาค่าโมเมนต์ภายใน ทำการตัดหน้าตัดส่วนที่ตั้งฉากกับแกนความยาวของคาน ณ ตำแหน่งซึ่งเกิดการดัด เราต้องรู้ของตำแหน่งแกน N.A. เราใช้ไดอะแกรมของโมเมนต์ดัด หาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ใช้สำหรับหาความเค้นดัดสูงสุด</li> <li>2. คำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดรอบแกนสะเทิน</li> </ol> <p>หาค่าความเค้นดัดสูงสุดจากสูตร <math>\sigma = \frac{Mc}{I}</math></p>		

	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>

### ตัวอย่างที่ 1

คานดังรูปมีความยาว 3 เมตร มีหน้าตัดของคานเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 100 มิลลิเมตร สูง 150 มิลลิเมตร มีแรงกระทำ 45 กิโลนิวตัน กระทำที่จุดห่างจากจุดรองรับ จงคำนวณหาความเค้นดัดสูงสุดที่เกิด ขึ้นในคาน



### วิธีทำ

$$[\sum F = 0] \dots \dots \dots 3R_B = 45 \times 1$$

$$R_B = \frac{45}{3} = 15 \text{ kN}$$

$$R_A = 45 - 15 = 30 \text{ kN}$$

$$M_{\max} = R_A \times 1 = 30 \times 1 = 30 \text{ kN.m}$$


$$\text{จากสูตร } \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

$$\text{เมื่อ } c = \frac{h}{2} = \frac{150}{2} = 75 \text{ mm}, I = \frac{bh^3}{12} = \frac{100 \times 150^3}{12}$$

$$I = 28125000 \text{ mm}^4$$

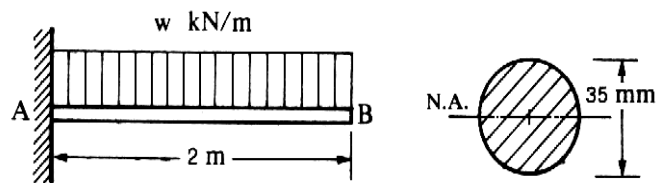
$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } \sigma_{\max} &= \frac{30 \times 10^6 \times 75}{28125000} \\ &= 80 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ ความเค้นดัดสูงสุดในคาน} = 80 \text{ N/mm}^2$$

	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

**ตัวอย่างที่ 2**

คานยื่นอันหนึ่งมีความยาว 2 เมตร รับน้ำหนักแบบกระจายสม่ำเสมอ  $W$  กิโลนิวตัน / เมตร ตลอดทั้งคานเป็นรูปวงกลมมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 35 มิลลิเมตร ถ้าคานทำด้วยเหล็กที่มีค่าความเค้นที่ยอมให้ไม่เกิน  $80 \text{ N/mm}^2$  จงหาขนาดของแรงกระจาย ( $W$ ) นี้ที่คานจะรับได้

**วิธีทำ**

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{2}$$

$$= \frac{w \times 2^2}{2} = 2wkN.m$$

เมื่อ  $I = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{64} (3)^4 = 73661.7574 \text{ mm}^4$ ,  $c = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ mm}$  จากสูตร  $\sigma = \frac{Mc}{I}$

เมื่อ  $\sigma = 80 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\therefore 80 = \frac{2w \times 10^6 \times 17.5}{73661.7574}$$


$$w = \frac{80 \times 73661.7574}{2 \times 10^6 \times 17.5}$$


$$= 0.16836 \text{ kN/m}$$


$$= 168.36 \text{ N/m}$$

**ตอบ** ขนาดของแรงกระจาย =  $168.36 \text{ N/m}$



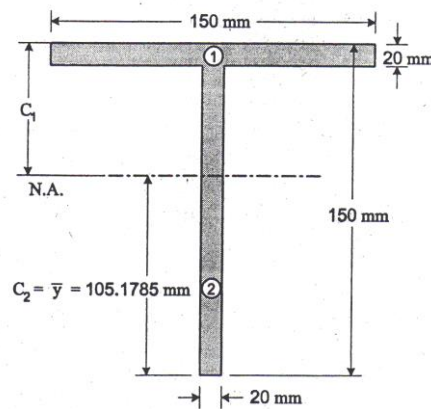
	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>
<b>กิจกรรมการเรียนการสอน</b> <b>ขั้นตอนการสอนหรือกิจกรรมของครู</b>		
<b>ขั้นนำ</b> <p>1. กล่าวทักทายนักศึกษาแล้วนำภาพของความเค้นดัดในคานแบบต่าง ๆ มาให้นักศึกษาดูแล้วถาม</p>		
<b>ขั้นสอน</b> <p>1. แจงจุดประสงค์รายวิชา หัวข้อที่จะต้องเรียน การวัดการประเมินผล ข้อตกลงต่าง ๆ แก่นักศึกษา</p> <p>2. บรรยายเนื้อหาประกอบแผ่นใสในหน่วยที่ 7</p> <p>3. สาธิตหลักการคำนวณประกอบแผ่นใสตัวอย่างที่ 1 และ 2</p> <p>4. เปิดโอกาสให้นักศึกษาถาม และให้นักศึกษาทำแบบทดสอบหน่วยที่ 7</p>		
<b>ขั้นสรุป</b> <p>1. ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปเนื้อหา</p>		
<b>งานที่มอบหมายหรือกิจกรรม</b> <p>1. ให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนในเรื่อง ที่จะสอนต่อไป</p> <p>2. ให้ไปศึกษาทบทวนเรื่องที่เรียน และทำแบบฝึกหัด</p>		
<b>สื่อการเรียนการสอน</b> <p>1. เอกสารประกอบการสอนหน่วยที่ 7</p> <p>2. รูปภาพ 4 และ 5</p>		

	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>
<p><b>การวัดผลและประเมินผล</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สังเกตความสนใจผู้เรียน</li> <li>2. ความรับผิดชอบต่องานที่มอบหมาย</li> <li>3. การให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมระหว่างเรียน</li> <li>4. ให้ทำแบบทดสอบ</li> </ol>		

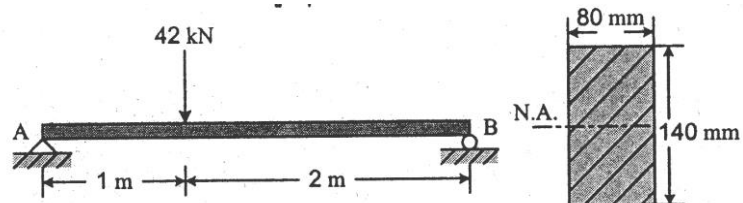
	<b>แผนการสอน</b>	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง


### แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของคานรูปตัว T



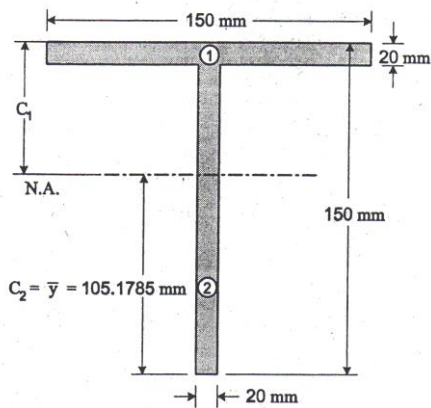
2. คานมีความยาว 3 เมตร หน้าตัดกว้าง 80 มิลลิเมตร สูง 140 มิลลิเมตร มีแรงกระทำ 42 กิโลนิวตัน จงคำนวณหาความเค้นสูงสุดที่เกิดในคาน



	<b>แผนการสอน</b>	<b>หน่วยที่ 7</b>
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	<b>สอนครั้งที่ 13</b>
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	<b>จำนวน 3 ชั่วโมง</b>

### เฉลยแบบฝึกหัด

1. จงหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของคานรูปตัว T



วิธีทำ กำหนดให้

$$A_1 = 150 \times 20 = 3000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 130 \times 20 = 2600 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y}_1 = 150 - 10 = 140 \text{ mm}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{130}{2} = 65 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2}{A_1 + A_2}$$

$$\text{แทนค่า } \bar{y} = \frac{(3000 \times 140) + (2600 \times 65)}{3000 + 2600} = 105.1785 \text{ mm}$$


$$\text{จาก } I_{NA} = \sum (I + Ad^2)$$

$$\text{จาก } d_1 = \bar{y}_1 - \bar{y} = 140 - 105.1785 = 34.8215 \text{ mm}$$

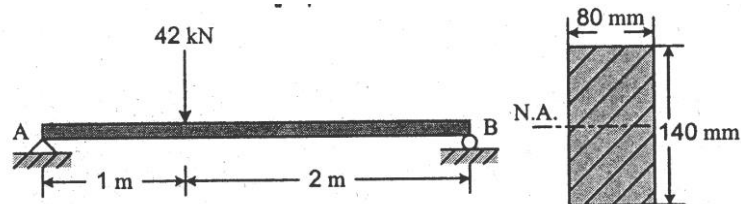
$$d_2 = \bar{y} - \bar{y}_2 = 105.1785 - 65 = 40.1785 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \therefore I_{NA} &= \left[ \left( \frac{1}{2} \times 150 \times 20^2 \right) + (3000 \times 34.8215^2) \right] + \left[ \left( \frac{1}{12} \times 20 \times 130^3 \right) + (2600 \times 40.1785^2) \right] \\ &= 1159648809 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

**ตอบ** ค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของคานรูปตัว T เท่ากับ  $1159648809 \text{ mm}^4$

	แผนการสอน	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

2. คานมีความยาว 3 เมตร หน้าตัดกว้าง 80 มิลลิเมตร สูง 140 มิลลิเมตร มีแรงกระทำ 42 กิโลนิวตัน จงคำนวณหาความเค้นสูงสุดที่เกิดในคาน



วิธีทำ  $[\sum M_A = 0]$   $3R_B = 42 \times 1$

$$R_B = \frac{42}{3} = 14 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 42 - 14 = 28 \text{ kN}$$


$$M_{\max} = R_A \times 1 = 28 \times 1 = 28 \text{ kN.m}$$

จากสูตร  $\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$

เมื่อ  $c = \frac{h}{2} = \frac{140}{2} = 70 \text{ mm}$ ,  $I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12} \times 80 \times 140^3 = 18293333 \text{ mm}^4$

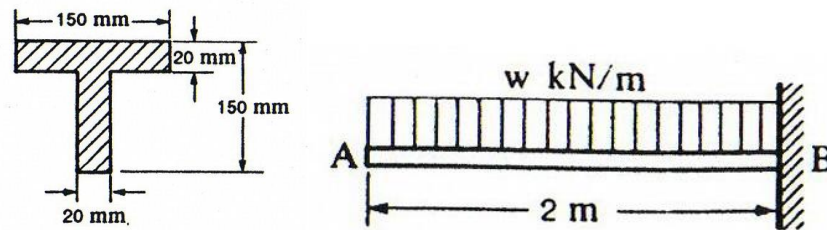
แทนค่า  $\sigma_{\max} = \frac{28 \times 10^6 \times 70}{18293333} = 107 \text{ N/mm}^2$

**ตอบ** ความเค้นสูงสุดที่เกิดในคานเท่ากับ 107 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร

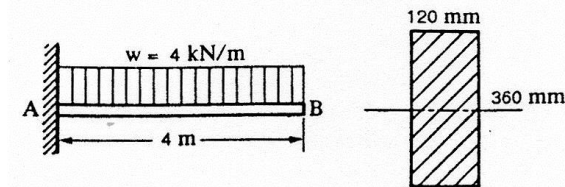
	แผนการสอน	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง


### แบบทดสอบ

1. คานแบบยื่นรูปตัว T มีขนาดดังรูป โดยคานนี้ยาว 2 เมตร อยู่ภายใต้แรงแบบกระจายสม่ำเสมอ ตลอดความยาวมีค่า  $w$  กิโลนิวตัน/เมตร จงหาค่าของแรงนี้ เพื่อจะให้ความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นอัดสูงสุดมีค่าไม่เกิน 45 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร และ 120 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร



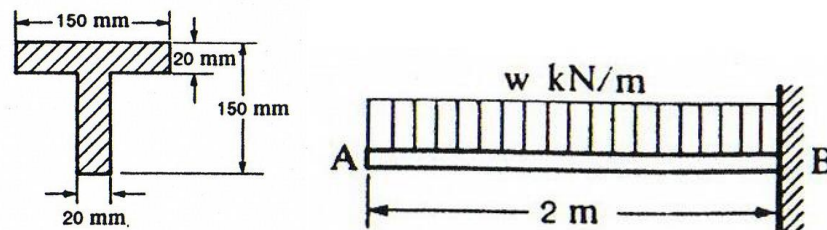
2. คานแบบยื่นมีความยาว 4 เมตร มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 120 มิลลิเมตร สูง 360 มิลลิเมตร รับน้ำหนักกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอ  $w$  เท่ากับ 4 กิโลนิวตัน/เมตร รวมน้ำหนักของคานด้วย จงหาความเค้นดึงและความเค้นอัดที่มากที่สุดของคานนี้



	แผนการสอน	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง

### เฉลยแบบทดสอบ

1. คานแบบยื่นรูปตัว T มีขนาดดังรูป โดยคานนี้ยาว 2 เมตร อยู่ภายใต้แรงแบบกระจายสม่ำเสมอ ตลอดความยาวมีค่า  $w$  กิโลนิวตัน/เมตร จงหาค่าของแรงนี้ เพื่อจะให้ความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นอัดสูงสุดมีค่าไม่เกิน 45 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร และ 120 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร



$$\text{วิธีทำ } M_{\max} = \frac{wL^2}{2} = \frac{w \times (2)^2}{2} = 2w \quad \text{kN.m}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}$$

$$\bar{y} = \frac{(150 \times 20 \times 140) + (130 \times 20 \times 65)}{(150 \times 20) + (130 \times 20)}$$

$$\bar{y} = 105.1785 \text{ mm}$$

$$I_{NA} = \left[ \left( \frac{1}{12} \times 150 \times 20^3 \right) + (150 \times 20 \times 34.8215^2) \right] + \left[ \left( \frac{1}{12} \times 20 \times 130^3 \right) + (20 \times 130 \times 40.1785^2) \right]$$


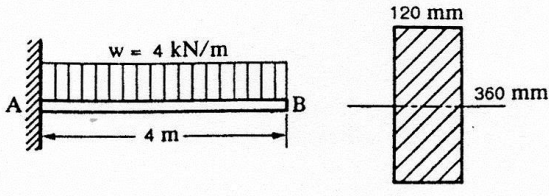
$$I_{NA} = 1159648809 \text{ mm}^4$$

$$\text{จากสูตร } \sigma_t = \frac{Mc_1}{I}$$

$$\text{เมื่อ } \sigma_t = 45 \text{ N/mm}^2, c_1 = 44.8215 \text{ mm}$$

$$\text{แทนค่า } 45 = \frac{2w \times 10^6 \times 44.8215}{1159648809}$$

$$w = \frac{1159648809 \times 45}{2 \times 10^6 \times 44.8215}$$

	<b>แผนการสอน</b>	หน่วยที่ 7
	ชื่อวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วย ความเค้นดัดในคาน	จำนวน 3 ชั่วโมง
<p style="text-align: center;"><math>= 5.821 \text{ kN/m}</math></p> <p>จากสูตร <math>\sigma_c = \frac{Mc_2}{I}</math></p> <p>เมื่อ <math>\sigma_c = 120 \text{ N/mm}^2</math>, <math>c_2 = 105.1785 \text{ mm}</math></p> <p>แทนค่า <math>120 = \frac{2w \times 10^6 \times 105.1785}{1159648809}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>w = \frac{1159648809 \times 120}{2 \times 10^6 \times 105.1785}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>= 6.615 \text{ kN/m}</math></p> <p><b>ตอบ</b> แรง <math>w</math> มีค่าเท่ากับ 5.821 กิโลนิวตัน/เมตร</p> <p>2. คานแบบยื่นมีความยาว 4 เมตร มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 120 มิลลิเมตร สูง 360 มิลลิเมตร รับน้ำหนักกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอ <math>w</math> เท่ากับ 4 กิโลนิวตัน/เมตร รวมน้ำหนักของคานด้วย จงหาความเค้นดัดและความเค้นอัดที่มากที่สุดของคานนี้</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><b>วิธีทำ</b> <math>M_{\max} = \frac{wL^2}{2}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>= \frac{4 \times 4^2}{2} = 32 \text{ kN.m}</math></p> <p>เมื่อ <math>I = \frac{1}{12} \times 120 \times 360^3 = 466560000 \text{ mm}^4</math>, <math>c = \frac{360}{2} = 180 \text{ mm}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\sigma_c = \sigma_t = \frac{Mc}{I}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>= \frac{32 \times 10^6 \times 180}{466560000} = 12.3456 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>\sigma_c = \sigma_t</math> เพราะคานมีค่า <math>c_1 = c_2</math></p> <p><b>ตอบ</b> ความเค้นดัดสูงสุดเท่ากับ ความเค้นอัดสูงสุดเท่ากับ 12.3456 นิวตัน/ตารางมิลลิเมตร</p>		



