



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ระบบแรง

▲สาระสำคัญ▲

ในขณะที่เครื่องจักรกลทำงานจะเกิดการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนต่างๆ ซึ่งทำงานต่อเนื่องกันอย่างเป็นระบบ การที่ชิ้นส่วนต่างๆ ทำงานต่อเนื่องกันนั้นจะเกิดการส่งผ่านแรงจากชิ้นส่วนหนึ่งไปสู่อีกชิ้นส่วนหนึ่ง เรียกว่า **ระบบแรง** ในระบบแรงนี้จะมีขนาดและทิศทางของแรงจำนวนมาก หากการออกแบบไม่ดีพออาจทำให้ชิ้นส่วนต่างๆ เกิดการเสียหายจากการใช้งานได้ ดังนั้นก่อนที่ผู้เรียนจะออกแบบชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักรกลเพื่อนำไปใช้งานจริง ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับระบบแรงก่อน

สาระการเรียนรู้

1. แรง
2. ขนาด หน่วย ทิศทาง และ
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง
3. แรงบนระนาบ
4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์
บนระนาบ
5. โมเมนต์ของแรง

1. เข้าใจนิยามของแรง
2. เข้าใจนิยามของขนาด หน่วย ทิศทาง
และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง
3. เข้าใจนิยามของแรงบนระนาบ
4. เข้าใจนิยามของแรงลัพธ์และทิศทาง
ของแรงลัพธ์บนระนาบ
5. เข้าใจนิยามของโมเมนต์ของแรง

สมรรถนะรายวิชา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายนิยามของแรงได้
2. อธิบายนิยามของขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรงได้
3. อธิบายนิยามของแรงบนระนาบได้
4. อธิบายนิยามของแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบได้
5. อธิบายนิยามของโมเมนต์ของแรงได้
6. คำนวณแรงได้

สาระ

แรง

ขนาด หน่วย ทิศทาง
และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง

แรงบนระนาบ

แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บน
ระนาบ

โมเมนต์ของแรง

ผังสาระการเรียนรู้

แรงคือการกระทำของวัตถุหนึ่งที่ทำให้วัตถุหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างหรือมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ คือมีทั้งขนาดและทิศทางโดยขนาดในที่นี้หมายถึงขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุ ส่วนทิศทางในที่นี้หมายถึงทิศทางของแรงที่กระทำกับวัตถุ **แรงที่พยายามดึงวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามแนวแรงเรียกว่า แรงดึง** และ **แรงที่พยายามผลักหรือดันให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวแรงเรียกว่า แรงดันหรือแรงผลัก**



แรงดึง



แรงผลัก

2. ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง

แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ คือมีทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นก่อนที่จะคำนวณระบบแรง จึงต้องรู้เกี่ยวกับความหมายของขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณ โดยขนาดที่ใช้ในการคำนวณแรง หมายถึง ตัวเลขที่ระบุว่าแรงที่สนใจนั้นมีปริมาณเท่าใด หน่วยที่ใช้ในการคำนวณแรง หมายถึงหน่วยของขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุที่สนใจ ทิศทางที่ใช้ในการคำนวณแรง หมายถึงทิศทางของแรงที่กระทำกับวัตถุที่สนใจ และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง หมายถึงสัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ประกอบการคำนวณในระบบแรง

2. ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง

ในทางกลศาสตร์เครื่องกล ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง จะมีการกำหนดในลักษณะเดียวกันคือ

- ขนาดของแรง คือ ตัวเลขที่ระบุปริมาณของแรง
- หน่วยของแรง คือ สัญลักษณ์ N ย่อมาจาก Newton
- ทิศทางของแรง คือ ทิศทางของแรงที่กระทำกับวัตถุ
- หากพิจารณาแรงเป็น 2 มิติ จะใช้แกน x และแกน y เป็นทิศทางของแรง
- หากพิจารณาแรงเป็น 3 มิติ จะใช้แกน x , y และแกน z เป็นทิศทางของแรง

2. ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง

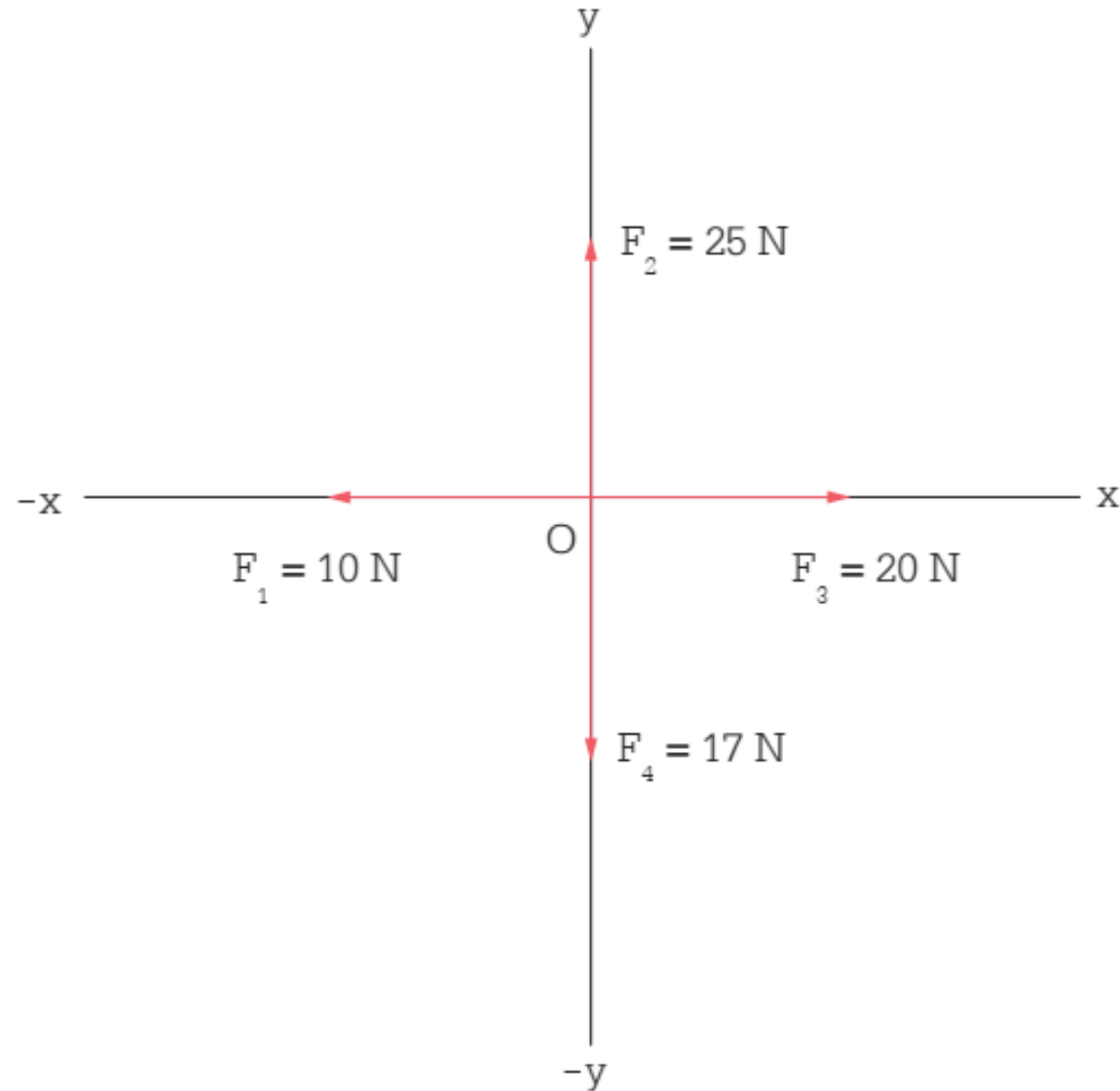
ในทางกลศาสตร์เครื่องกล ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรงจะมีการกำหนดในลักษณะเดียวกันคือ

- ขนาดของแรง คือ ตัวเลขที่ระบุปริมาณของแรง
- หน่วยของแรง คือ สัญลักษณ์ N ย่อมาจาก Newton
- ทิศทางของแรง คือ ทิศทางของแรงที่กระทำกับวัตถุ
- หากแรงเป็น 2 มิติ จะใช้แกน x และแกน y เป็นทิศทางของแรง
- หากแรงเป็น 3 มิติ จะใช้แกน x , y และแกน z เป็นทิศทางของแรง



เมื่อแรงกระทำกับวัตถุหนึ่งในแนวตั้งหรือแนวราบ จุดที่แรงมากระทำเรียกว่า **จุดที่แรงกระทำ** เมื่อพิจารณาตามภาพจะมีความหมายว่าแรงขนาด 50 นิวตัน กระทำกับวัตถุหนึ่งที่จุด A

2. ขนาด หน่วย ทิศทาง และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณแรง



ทิศทางจะแยกไปตามแกน x และแกน y ซึ่งทิศทางของแรงนี้เป็นได้ทั้งทิศทางบวก และทิศทางลบ สามารถอธิบายในเชิงสัญลักษณ์ได้ดังนี้

แรงขนาด 20 N กระทำกับจุด O มีทิศทางไปตามแกนบวก x เขียนสัญลักษณ์ได้เป็น $F_3 = 20 \text{ N}$ (ทิศทางไปตามแกน x)

แรงขนาด 10 N กระทำกับจุด O มีทิศทางไปตามแกนลบ x เขียนสัญลักษณ์ได้เป็น $F_1 = -10 \text{ N}$ (ทิศทางไปตามแกน -x)

แรงขนาด 25 N กระทำกับจุด O มีทิศทางไปตามแกนบวก y เขียนสัญลักษณ์ได้เป็น $F_2 = 25 \text{ N}$ (ทิศทางไปตามแกน y)

แรงขนาด 17 N กระทำกับจุด O มีทิศทางไปตามแกนลบ y เขียนสัญลักษณ์ได้เป็น $F_4 = -17 \text{ N}$ (ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

แรงบนระนาบ คือ แรงกระทำกับจุดที่แรงกระทำบนระนาบที่เราสนใจโดยมีทิศทาง x และ y แต่เมื่อพิจารณาแล้วพบว่าทิศทางของแรงที่กระทำนั้นไม่ตรงกับแกน x หรือแกน y ซึ่งจะพบมากในโจทย์ของวิชากลศาสตร์เครื่องกล

3.1 การแตกแรงบนระนาบ

การแตกแรงบนระนาบ คือ การแตกแรงจากทิศทางต่าง ๆ ที่มากระทำที่จุดกระทำให้อยู่ในทิศทางของแกน x และแกน y

แรงย่อยตามแกน x จะเขียนแทนด้วย F_x

แรงย่อยตามแกน y จะเขียนแทนด้วย F_y

3. แรงแบบระนาบ

จากสามเหลี่ยม AOB ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า

$$\sin \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{F_y}{F}$$

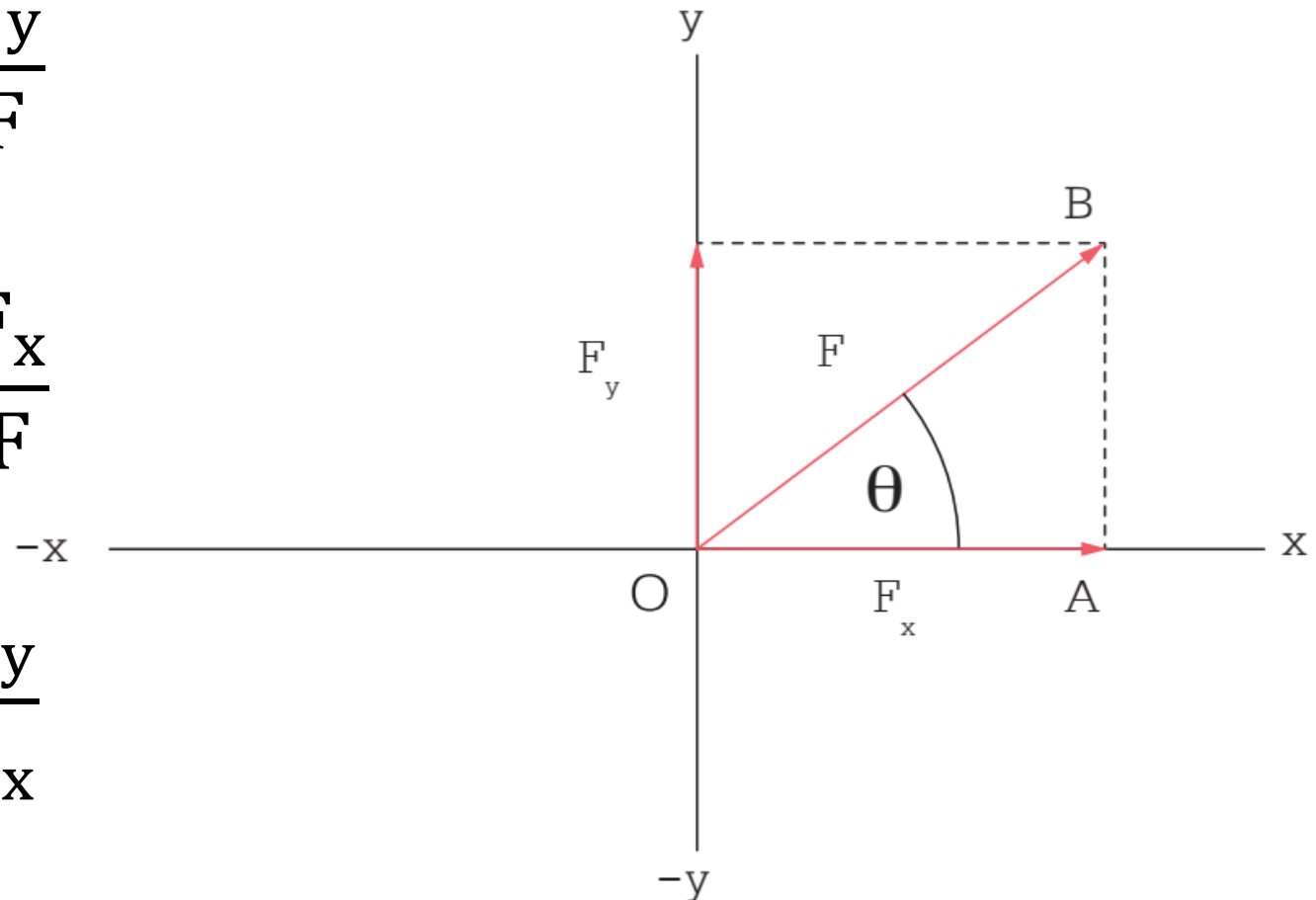
ดังนั้น $F_y = F \sin \theta$

$$\cos \theta = \frac{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{F_x}{F}$$

ดังนั้น $F_x = F \cos \theta$

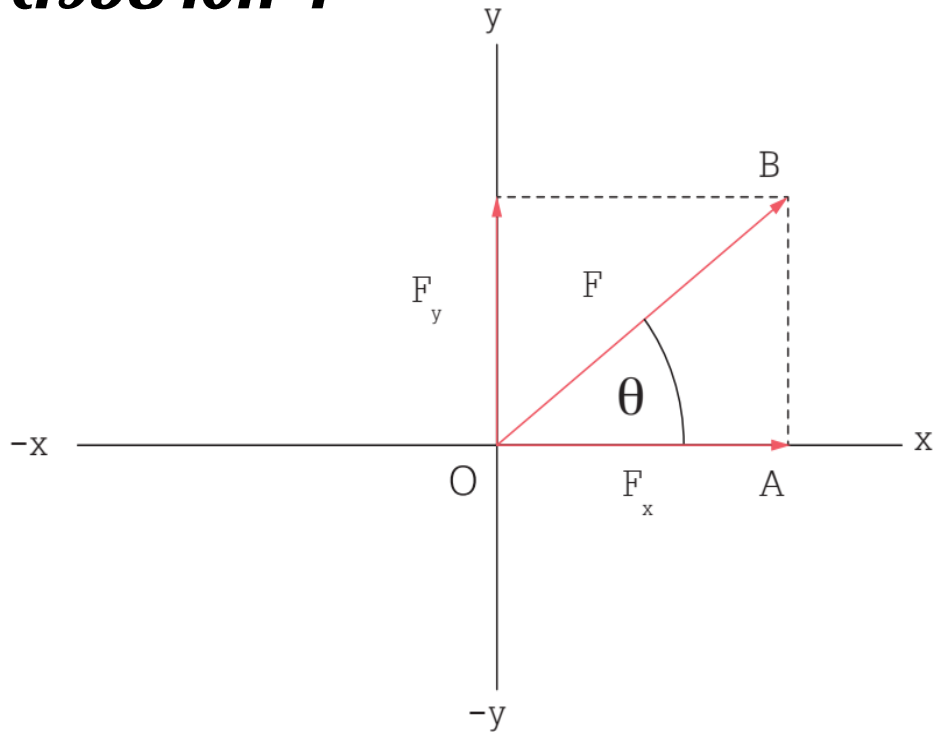
$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านประชิดมุม } \theta} = \frac{F_y}{F_x}$$

ดังนั้น $\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$



3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 1



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 55 N
($F = 55 \text{ N}$) ทำมุม 45° ($\theta = 45^\circ$) กับแกน x
จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ

หาแรงย่อยตามแกน x (F_x) จาก

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= (55 \text{ N})(\cos 45^\circ) \\ &= 38.89 \text{ N} \end{aligned}$$

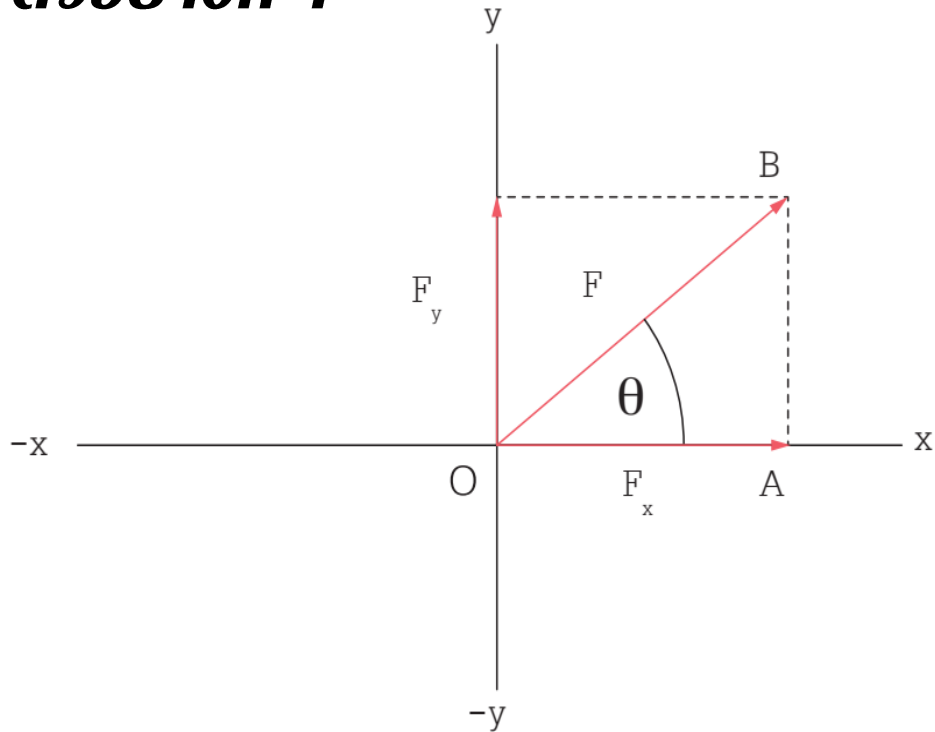
แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ 38.89 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน x)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ 38.89 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 1



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 55 N
($F = 55 \text{ N}$) ทำมุม 45° ($\theta = 45^\circ$) กับแกน x
จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ (ต่อ)

หาแรงย่อยตามแกน y (F_y) จาก

$$\begin{aligned} F_y &= F \sin \theta \\ &= (55 \text{ N})(\sin 45^\circ) \\ &= 38.89 \text{ N} \end{aligned}$$

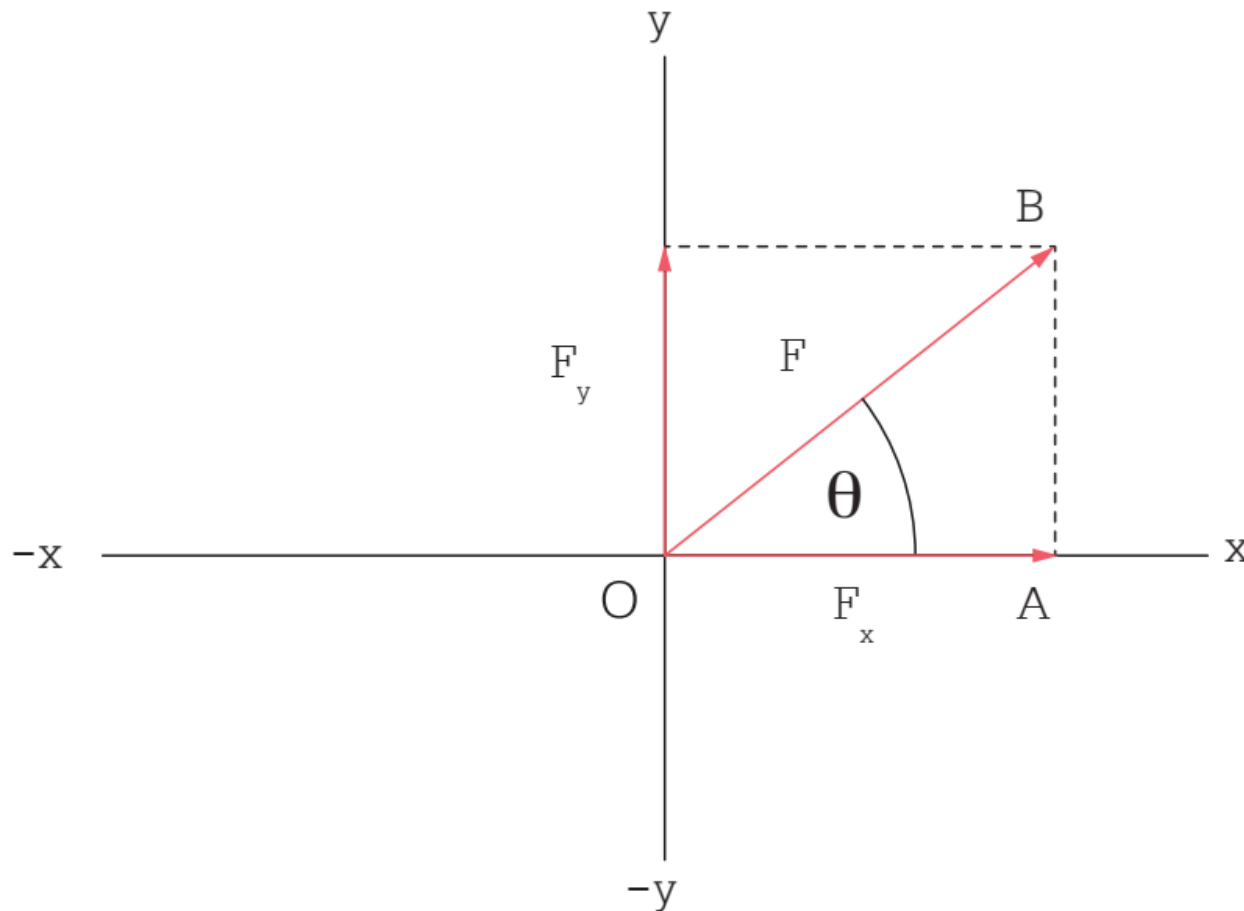
แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ 38.89 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน y)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ 38.89 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 1

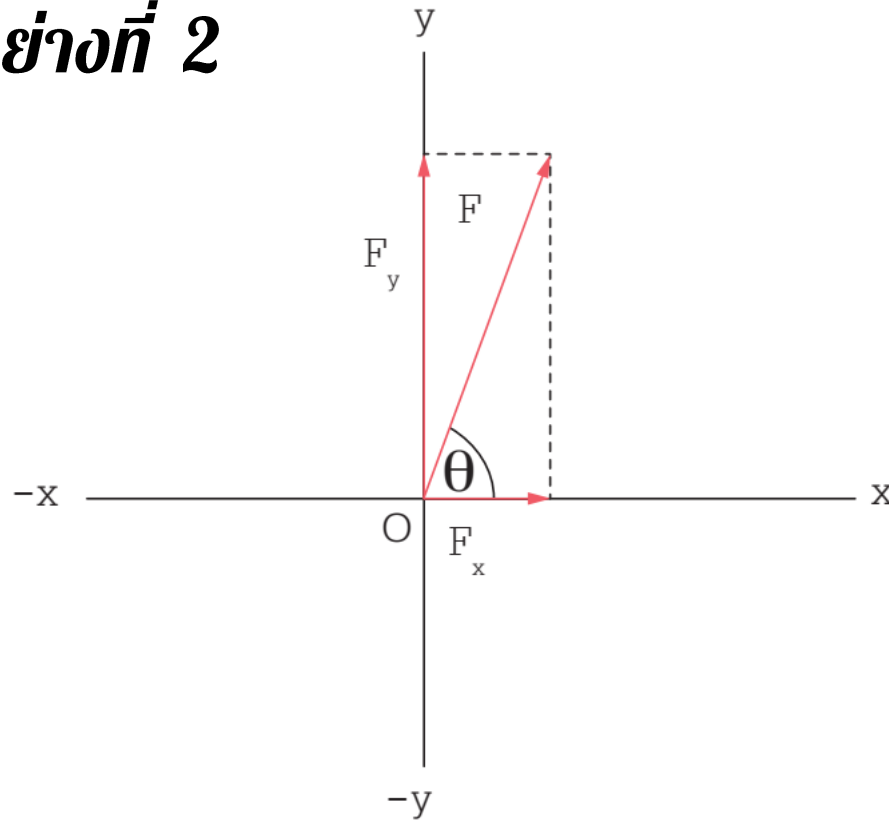


วิเคราะห์คำตอบ

จะเห็นได้ว่าแรงย่อยตามแกน x และแกน y มีค่าเท่ากัน เพราะมุมที่แรงกระทำอยู่ตรงกึ่งกลางระหว่างแกน x และแกน y พอดี (45°) โดยในส่วนตัวิศทางไปตามแกน x และทิศทางไปตามแกน y นั้นให้สังเกตจากทิศทางของหัวลูกศรเป็นหลัก

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 2



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 55 N ($F = 55 \text{ N}$) ทำมุม 70° ($\theta = 70^\circ$) กับแกน x จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ

หาแรงย่อยตามแกน x (F_x) จาก

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= (55 \text{ N})(\cos 70^\circ) \\ &= 18.81 \text{ N} \end{aligned}$$

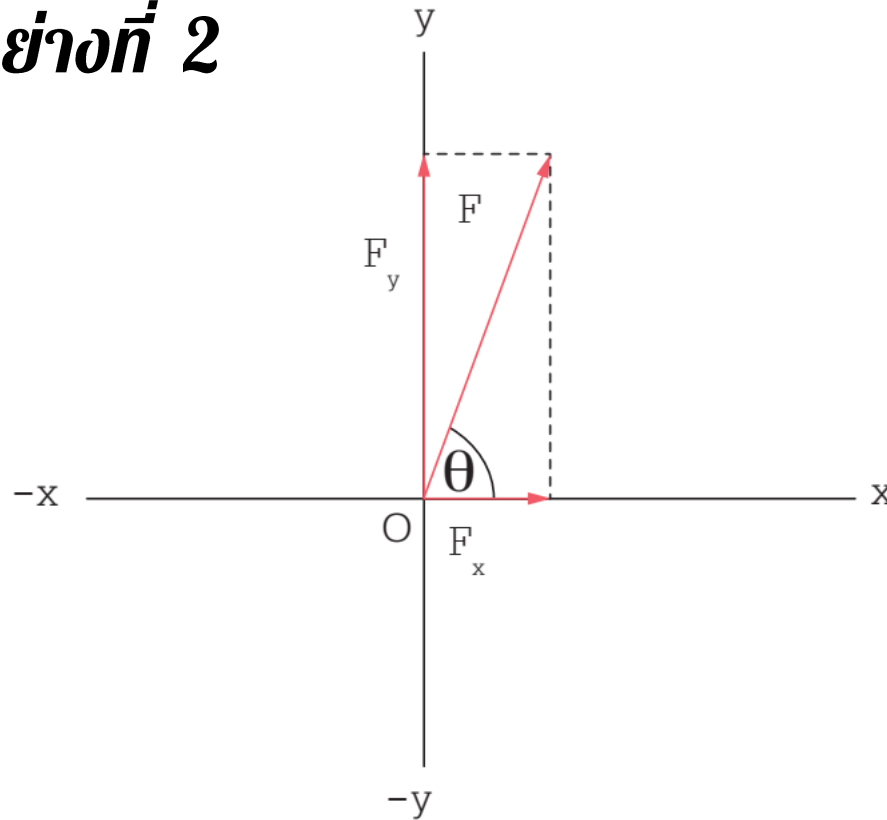
แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ 18.81 นิวตัน (ทิศทางไปตามแกน x)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ 18.81 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 2



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 55 N ($F = 55 \text{ N}$) ทำมุม 70° ($\theta = 70^\circ$) กับแกน x จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ (ต่อ)

หาแรงย่อยตามแกน y (F_y) จาก

$$\begin{aligned} F_y &= F \sin \theta \\ &= (55 \text{ N})(\sin 70^\circ) \\ &= 51.68 \text{ N} \end{aligned}$$

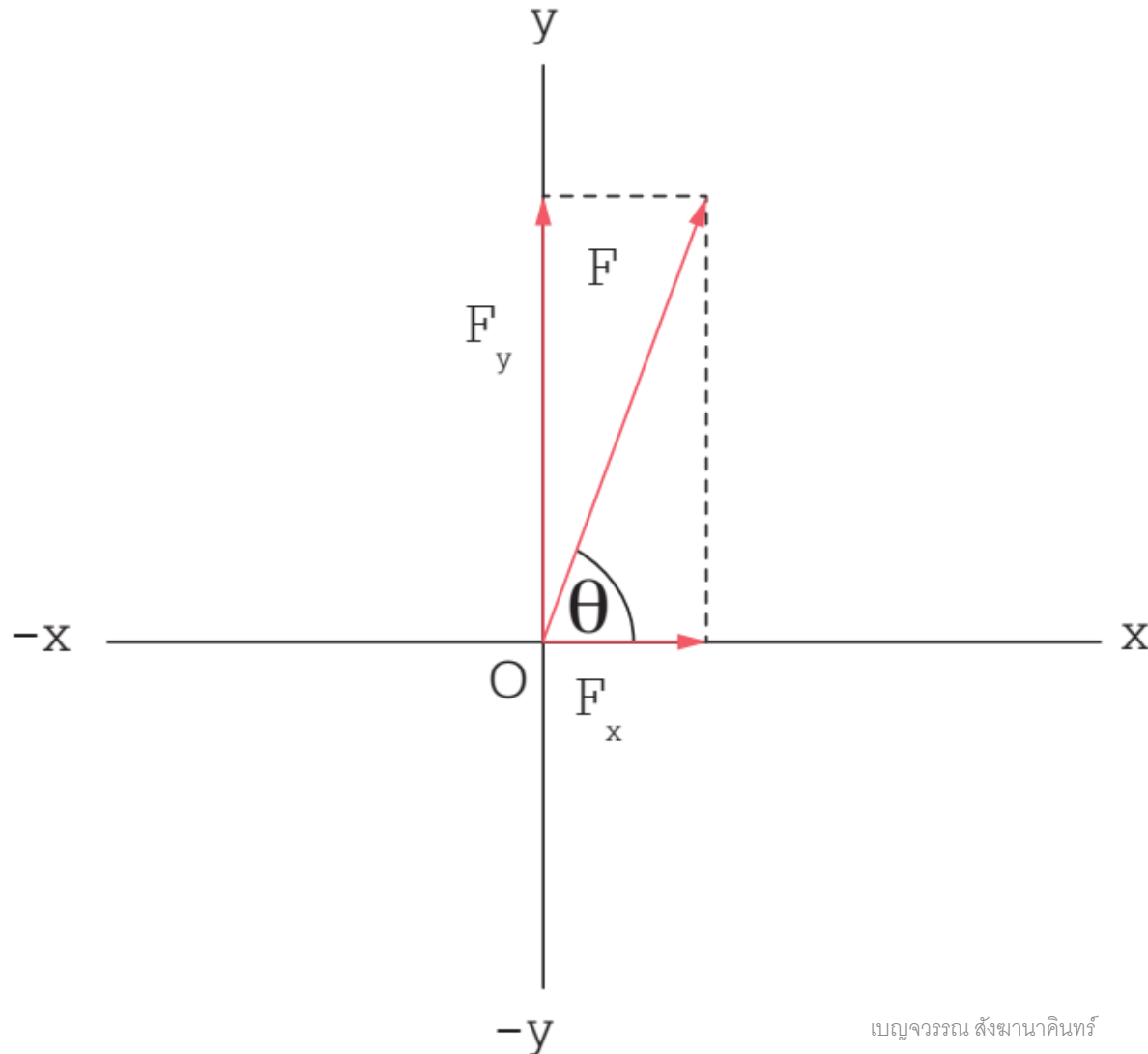
แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ 51.68 นิวตัน (ทิศทางไปตามแกน y)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ 18.81 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 2



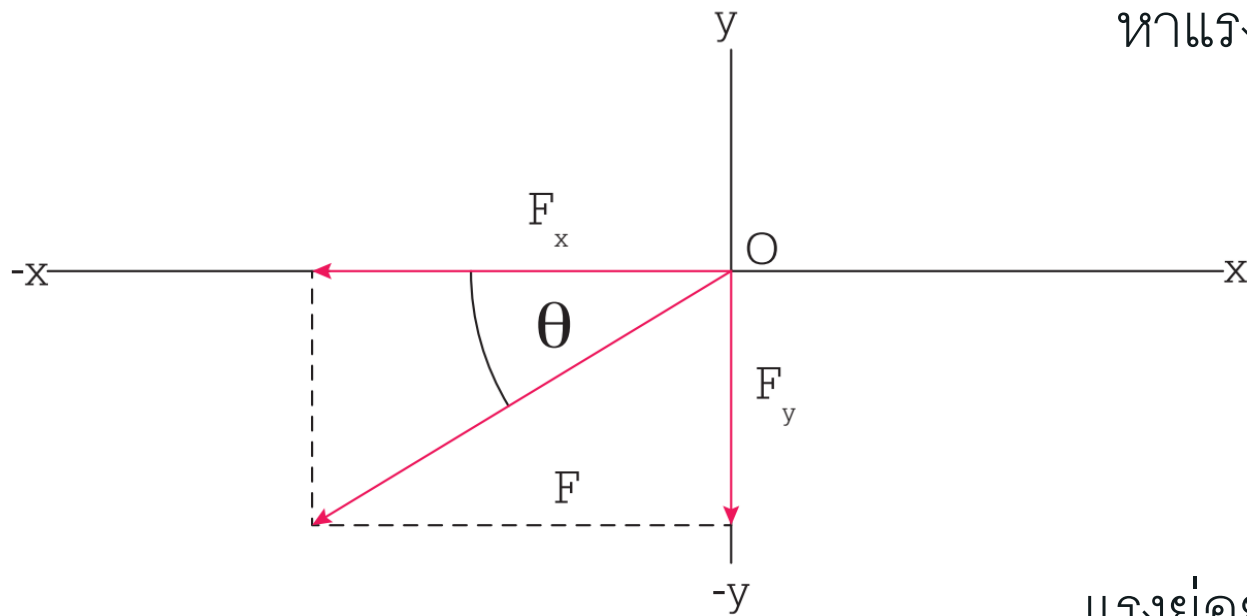
เบญจวรรณ สังฆานาคนิทร์

วิเคราะห์คำตอบ

จะเห็นได้ว่าแรงย่อยตามแกน y มีขนาดมากกว่าแรงย่อยตามแกน x เกือบสามเท่าตัว เพราะทิศทางของมุมที่กระทำนั้นอยู่ติดกับแกน y มากกว่าจึงทำให้แรงย่อยตามแกน y มีค่ามากกว่า โดยในส่วนของทิศทางไปตามแกน x และทิศทางไปตามแกน y นั้นให้สังเกตจากทิศทางของหัวลูกศรเป็นหลัก

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 3



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 100 N ($F = 100 \text{ N}$) ทำมุม 30° ($\theta = 30^\circ$) กับแกน x จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ

หาแรงย่อยตามแกน x (F_x) จาก

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= (100 \text{ N})(\cos 30^\circ) \\ &= 86.60 \text{ N} \end{aligned}$$

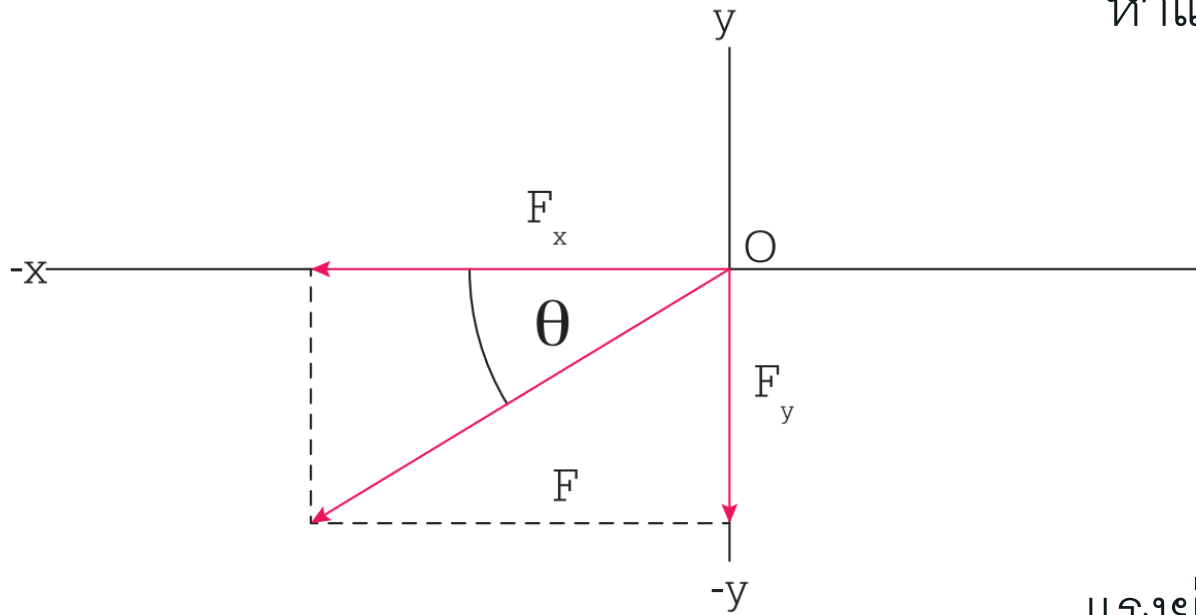
แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ -86.60 นิวตัน (ทิศทางไปตามแกน -x)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน x (F_x) เท่ากับ -86.60 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 3



สมมติให้จุด O มีแรงกระทำขนาด 100 N ($F = 100 \text{ N}$) ทำมุม 30° ($\theta = 30^\circ$) กับแกน x จงหาแรงย่อยตามแกน x (F_x) และแกน y (F_y)

วิธีทำ (ต่อ)

หาแรงย่อยตามแกน y (F_y) จาก

$$\begin{aligned} F_y &= F \sin \theta \\ &= (100 \text{ N})(\sin 30^\circ) \\ &= 50 \text{ N} \end{aligned}$$

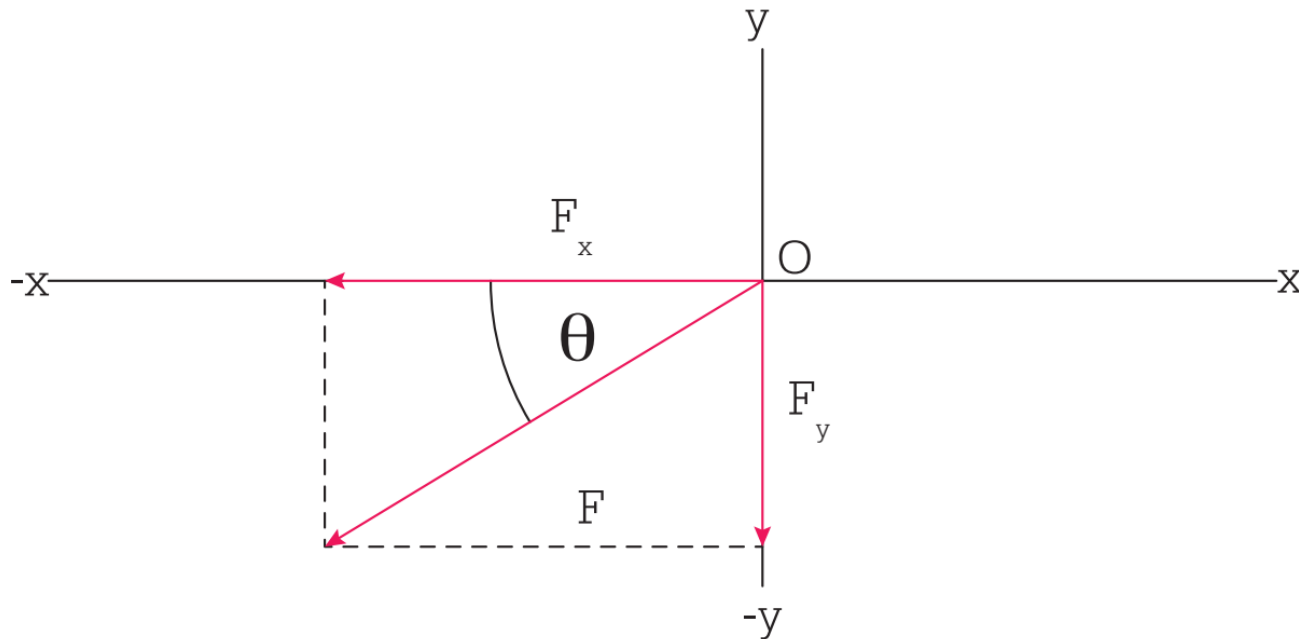
แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ -50 นิวตัน (ทิศทางไปตามแกน -y)

หรืออาจเขียนได้ว่า

แรงย่อยตามแกน y (F_y) เท่ากับ -50 นิวตัน

3. แรงแบบระนาบ

ตัวอย่างที่ 3



วิเคราะห์คำตอบ

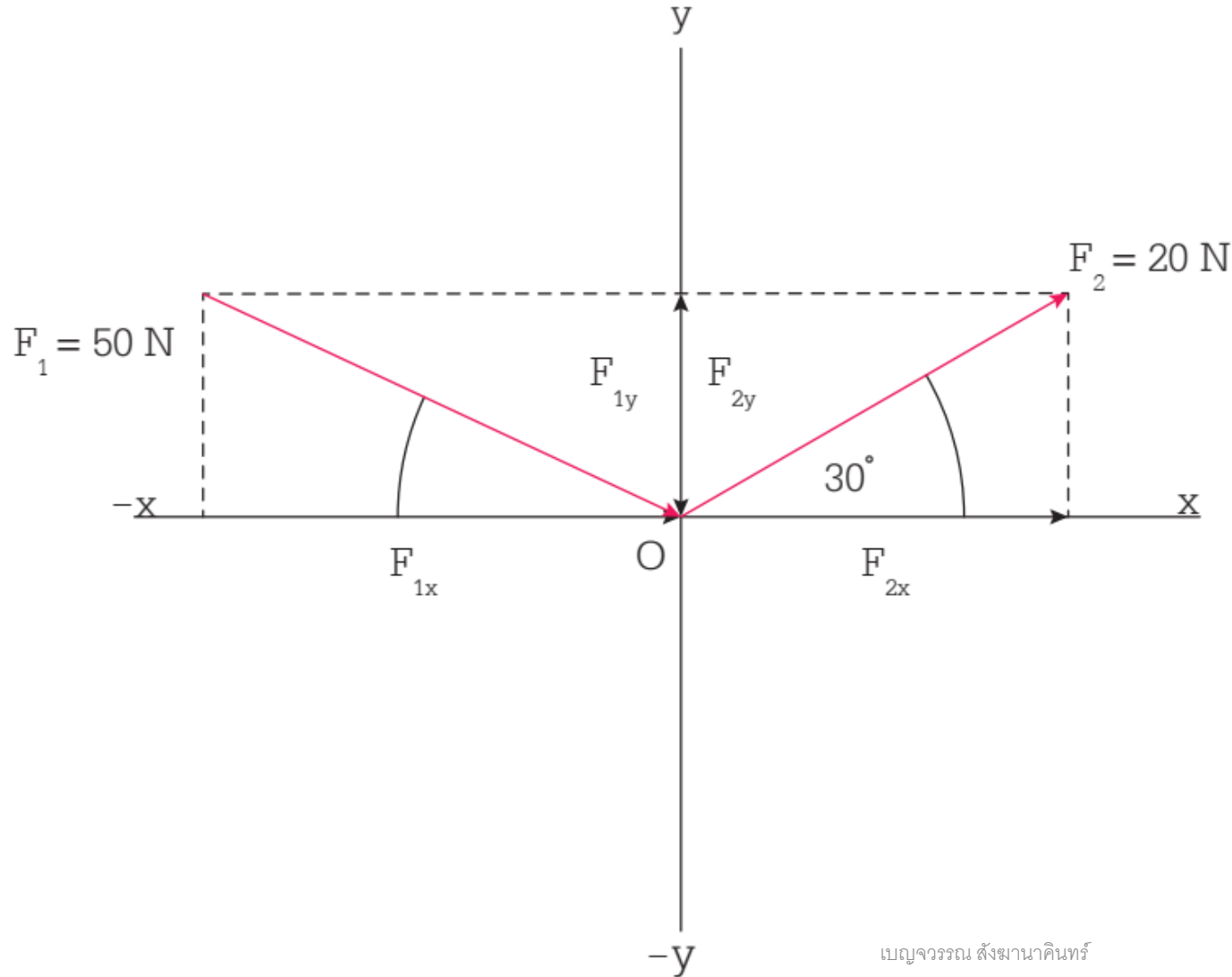
จะเห็นได้ว่าแรงย่อยตามแกน x มีขนาดมากกว่าแรงย่อยตามแกน y เพราะทิศทางของมุมที่กระทำนั้นอยู่ติดกับแกน x มากกว่าจึงทำให้แรงย่อยตามแกน x มีค่ามากกว่า โดยในส่วนของทิศทางไปตามแกน x และทิศทางไปตามแกน y นั้นให้สังเกตจากทิศทางของหัวลูกศรเป็นหลัก

3.2 การรวมแรงแบบระนาบ

การรวมแรงแบบระนาบ คือการนำแรงหลาย ๆ แรงแบบระนาบรวมเข้าด้วยกัน โดยการรวมแรงในหัวข้อนี้ใช้หลักในการพิจารณาเหมือนกับการแตกแรงแบบระนาบซึ่งมีแรงกระทำเพียงหนึ่งแรง เพียงแต่จะมีขนาดและทิศทางของแรงเพิ่มขึ้น ซึ่งอาจจะเพิ่มเป็น 2, 3, 4 หรือ 5 แรงแล้วแต่กรณี

ตัวอย่างที่ 4

จุด O มีแรงกระทำ 2 แรง คือแรง $F_1 = 50 \text{ N}$ ทำมุม 25° กับแกน x และแรง $F_2 = 20 \text{ N}$ ทำมุม 30° กับแกน x ดังแสดงในภาพ จงหาผลรวมของแรงตามแนวแกน x และแกน y



3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน x (F_{1x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F \cos \theta \\ &= (50 \text{ N})(\cos 25^\circ) \\ &= 45.32 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{1x}) เท่ากับ 45.32 N
(ทิศทางไปตามแกน x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน y (F_{1y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1y} &= F \sin \theta \\ &= (50 \text{ N})(\sin 25^\circ) \\ &= 21.13 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{1y}) เท่ากับ -21.13 N
(ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน x (F_{2x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2x} &= F \cos \theta \\ &= (20 \text{ N})(\cos 30^\circ) \\ &= 17.32 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{2x}) เท่ากับ 17.32 N
(ทิศทางไปตามแกน x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน y (F_{2y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2y} &= F \sin \theta \\ &= (20 \text{ N})(\sin 30^\circ) \\ &= 10 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{2y}) เท่ากับ 10 N
(ทิศทางไปตามแกน y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของแรงตามแกน x

หาผลรวมของแรงตามแกน x จะได้

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} \\ &= 45.32 \text{ N} + 17.32 \text{ N} \\ &= 62.64 \text{ N}\end{aligned}$$

ผลรวมของแรงตามแกน x เท่ากับ 62.64 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

ขั้นตอนที่ 4 หาผลรวมของแรงตามแกน y

หาผลรวมของแรงตามแกน y จะได้

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} \\ &= -21.13 \text{ N} + 10 \text{ N} \\ &= -11.13 \text{ N}\end{aligned}$$

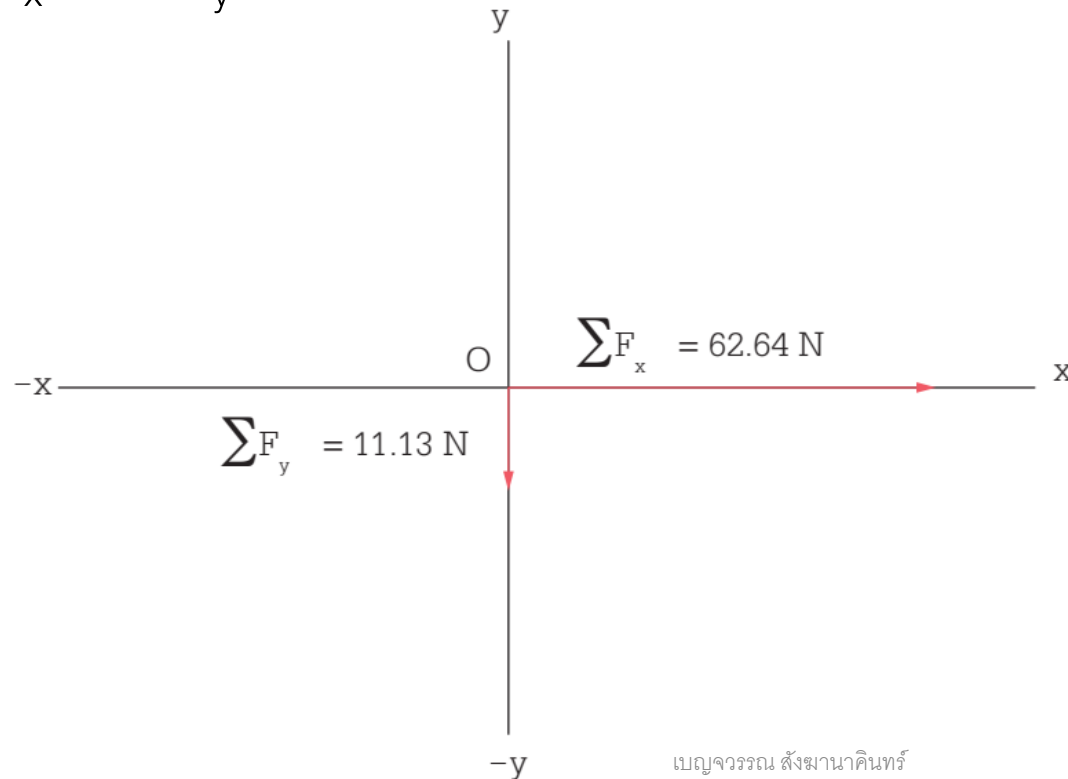
ผลรวมของแรงตามแกน y เท่ากับ -11.13 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 4

วิเคราะห์คำตอบ

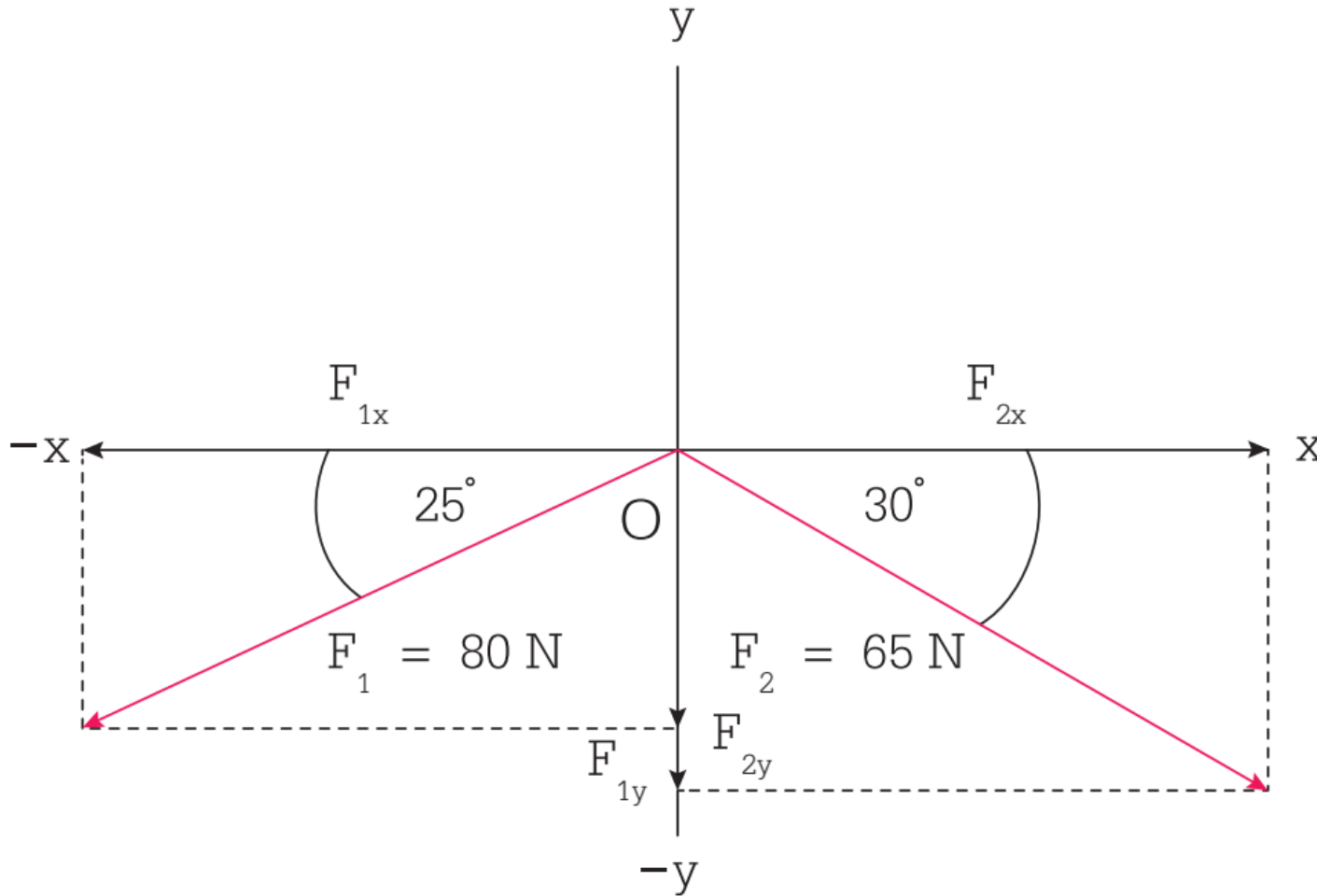
จะเห็นได้ว่าเมื่อมีแรง 2 แรงมากระทำที่จุด O จะทำให้เกิดแรงย่อยขึ้นมา 4 แรง คือ F_{1x} , F_{1y} , F_{2x} และ F_{2y} ซึ่งขนาดของแรงย่อยตามแกน x และแกน y จะมีค่าไม่เท่ากัน เมื่อรวมแรงทั้ง 4 แรงเข้าด้วยกันจะเหลือเพียง 2 แรงเท่านั้น คือ F_x และ F_y โดยมีทิศทางเป็น x และ -y แสดงได้ดังภาพ



3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

จุด O มีแรงกระทำ 2 แรง คือแรง $F_1 = 80 \text{ N}$ ทำมุม 25° กับแกน x และแรง $F_2 = 65 \text{ N}$ ทำมุม 30° กับแกน x ดังแสดงในภาพ จงหาผลรวมของแรงตามแนวแกน x และแกน y



3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน x (F_{1x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cos \theta \\ &= (80 \text{ N})(\cos 25^\circ) \\ &= 72.50 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{1x}) เท่ากับ -72.50 N
(ทิศทางไปตามแกน -x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน y (F_{1y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1y} &= F_1 \sin \theta \\ &= (80 \text{ N})(\sin 25^\circ) \\ &= 33.81 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{1y}) เท่ากับ -33.81 N
(ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน x (F_{2x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2x} &= F_2 \cos \theta \\ &= (65 \text{ N})(\cos 30^\circ) \\ &= 56.29 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{2x}) เท่ากับ 56.29 N
(ทิศทางไปตามแกน x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน y (F_{2y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2y} &= F_2 \sin \theta \\ &= (65 \text{ N})(\sin 30^\circ) \\ &= 32.5 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{2y}) เท่ากับ -32.5 N
(ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของแรงตามแกน x

หาผลรวมของแรงตามแกน x จะได้

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} \\ &= -72.5 \text{ N} + 56.29 \text{ N} \\ &= -16.21 \text{ N}\end{aligned}$$

ผลรวมของแรงตามแกน x เท่ากับ -16.21 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน -x)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

ขั้นตอนที่ 4 หาผลรวมของแรงตามแกน y

หาผลรวมของแรงตามแกน y จะได้

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} \\ &= -33.8 \text{ N} + (-32.5 \text{ N}) \\ &= -66.3 \text{ N}\end{aligned}$$

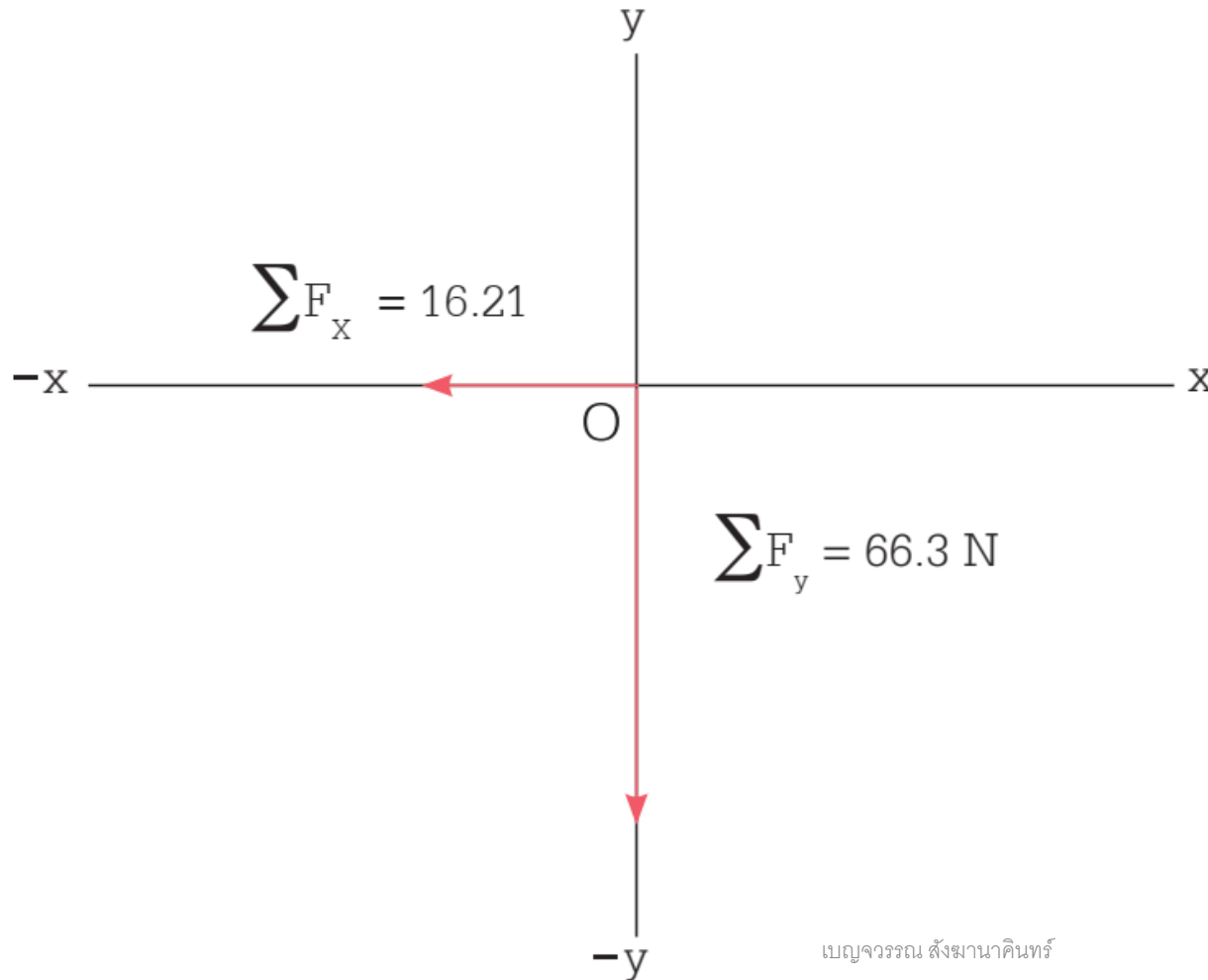
ผลรวมของแรงตามแกน y เท่ากับ -66.3 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน -y)

3. แรงบนระนาบ

ตัวอย่างที่ 5

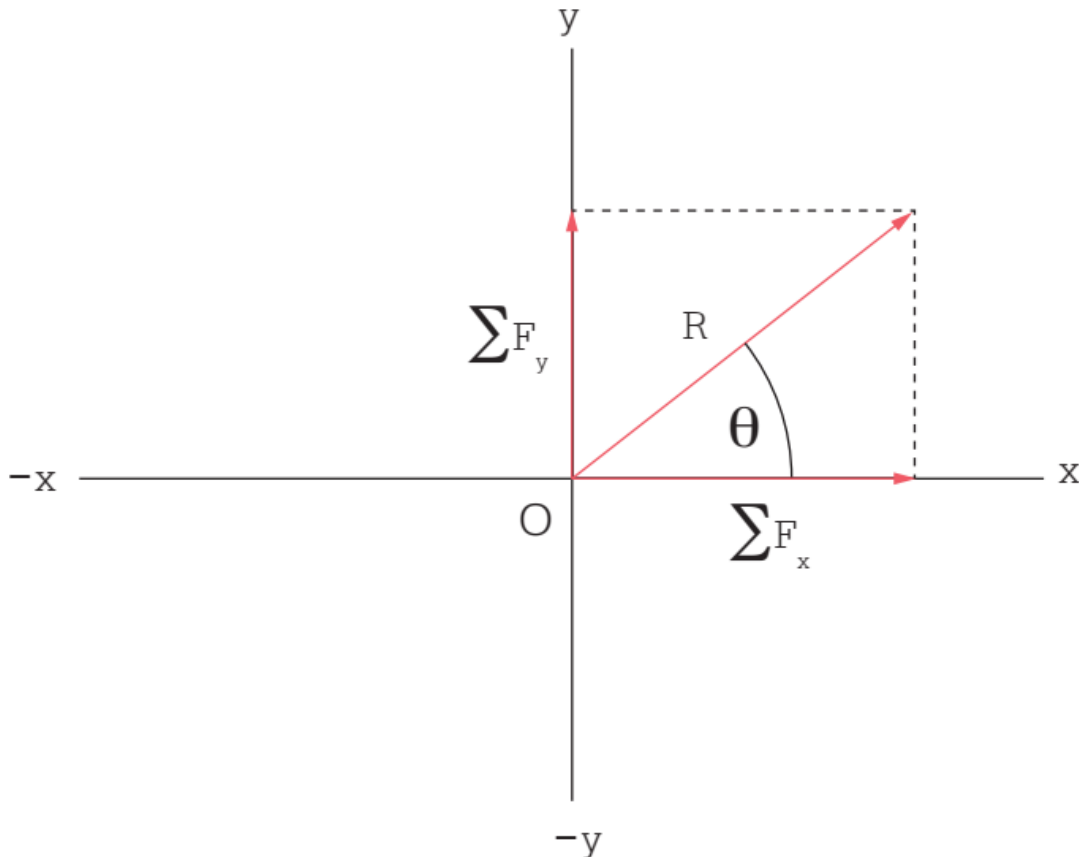
วิเคราะห์คำตอบ

เมื่อรวมแรงทั้ง 4 แรงเข้าด้วยกันจะเหลือเพียง 2 แรงเท่านั้น คือ F_x และ F_y โดยมีทิศทางเป็น $-x$ และ $-y$ แสดงได้ดังภาพ



4. แรงแลัพธ์และทิศทางของแรงแลัพธ์บนระนาบ

แรงแลัพธ์และทิศทางของแรงแลัพธ์บนระนาบ คือ แรงแลัพธ์ที่กระทำที่จุดที่แรงกระทำจะมีเพียงแรงเดียวเสมอ แม้ว่าจุดที่แรงกระทำนั้นจะมีแรงจากภายนอกมากระทำหลายแรงก็ตาม ทิศทางของแรงแลัพธ์ คือ ทิศทางของแรงแลัพธ์ที่กระทำที่จุดที่แรงกระทำ เป็นการบอกถึงทิศทางของแรงที่มากระทำกับจุดที่แรงกระทำ



จากภาพ ทฤษฎีพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$R^2 = \sum F_x^2 + \sum F_y^2$$

หรือ

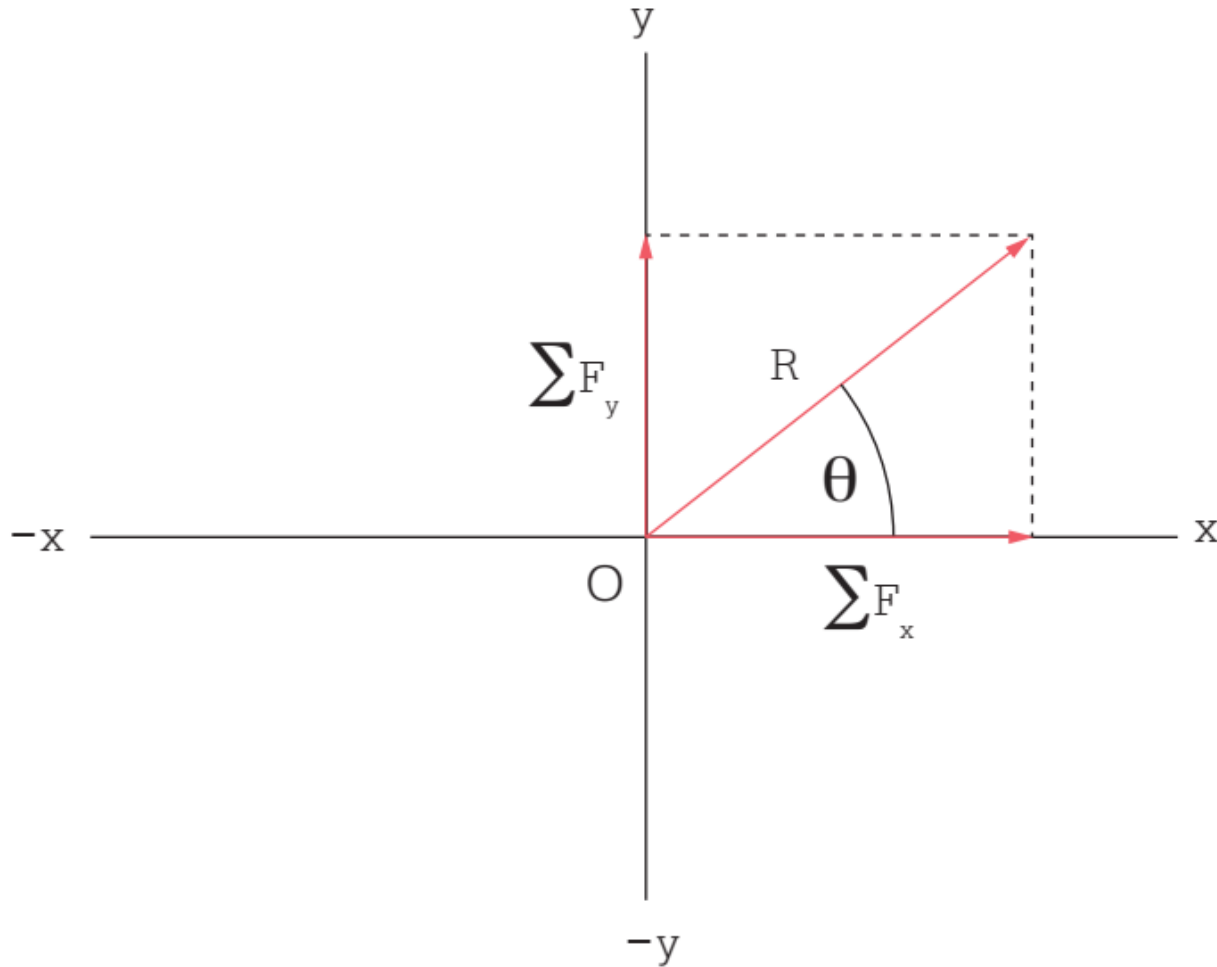
$$R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

เมื่อ R = แรงแลัพธ์

$\sum F_x$ = ผลรวมของแรงตามแนวแกน x

$\sum F_y$ = ผลรวมของแรงตามแนวแกน y

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ



ทิศทางของแรงลัพธ์ (มุม θ) หาจาก

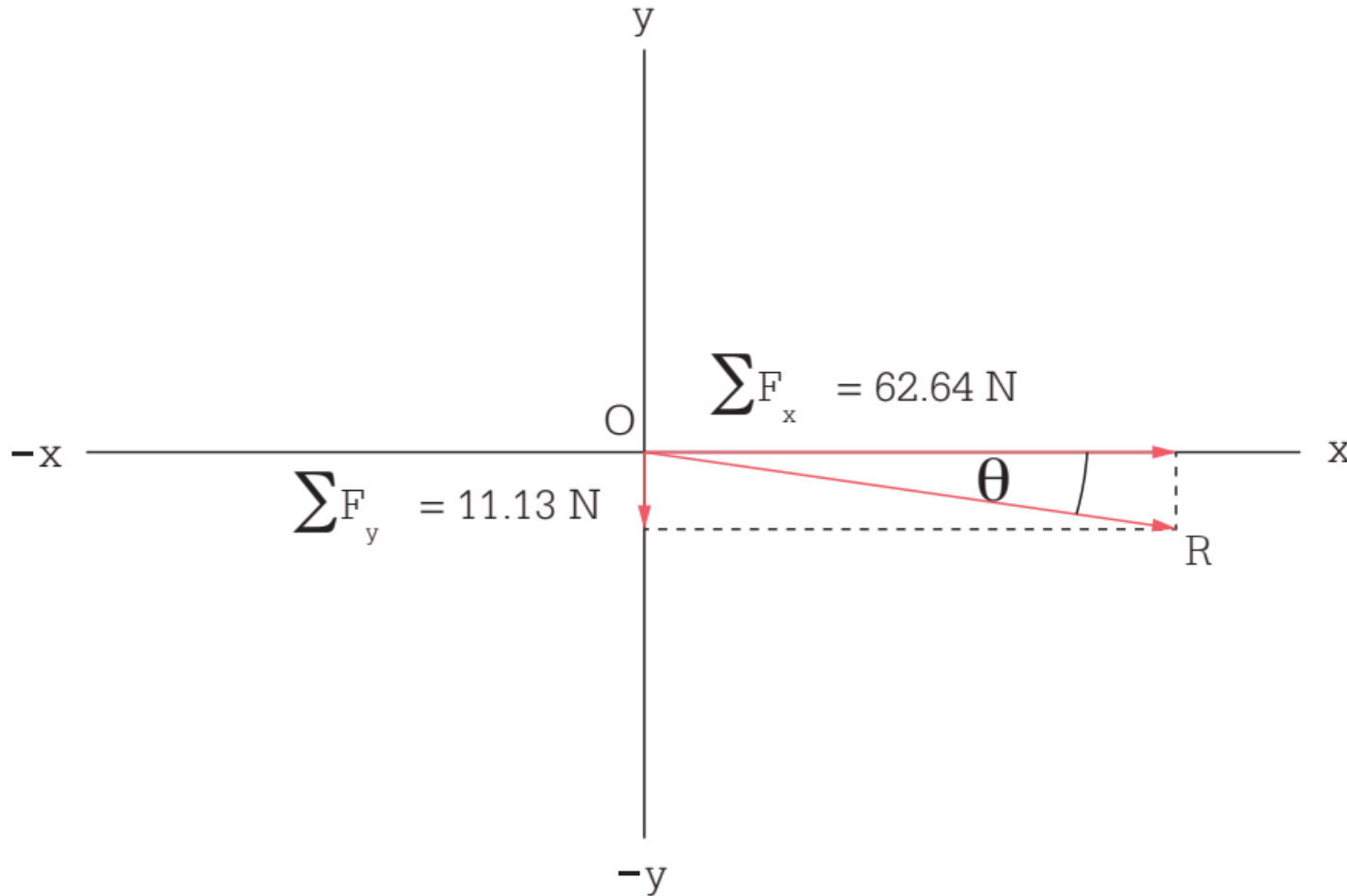
$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}$$

$$= \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 6 จงหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์



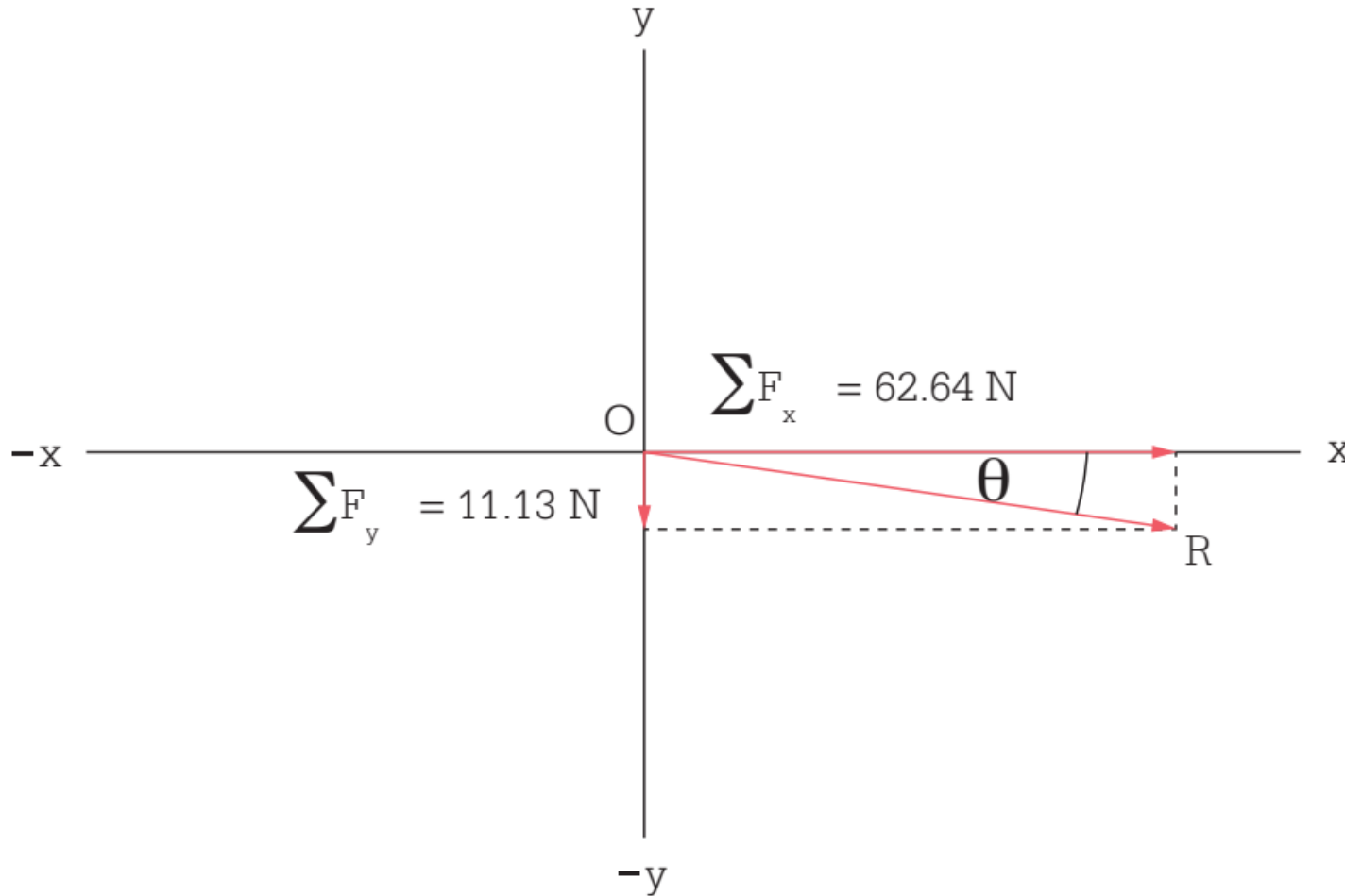
หาแรงลัพธ์จากสมการ

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} \\ &= \sqrt{(62.64 \text{ N})^2 + (-11.13 \text{ N})^2} \\ &= 63.62 \text{ N} \end{aligned}$$

ดังนั้น แรงลัพธ์มีค่าเท่ากับ 63.61 นิวตัน

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 6



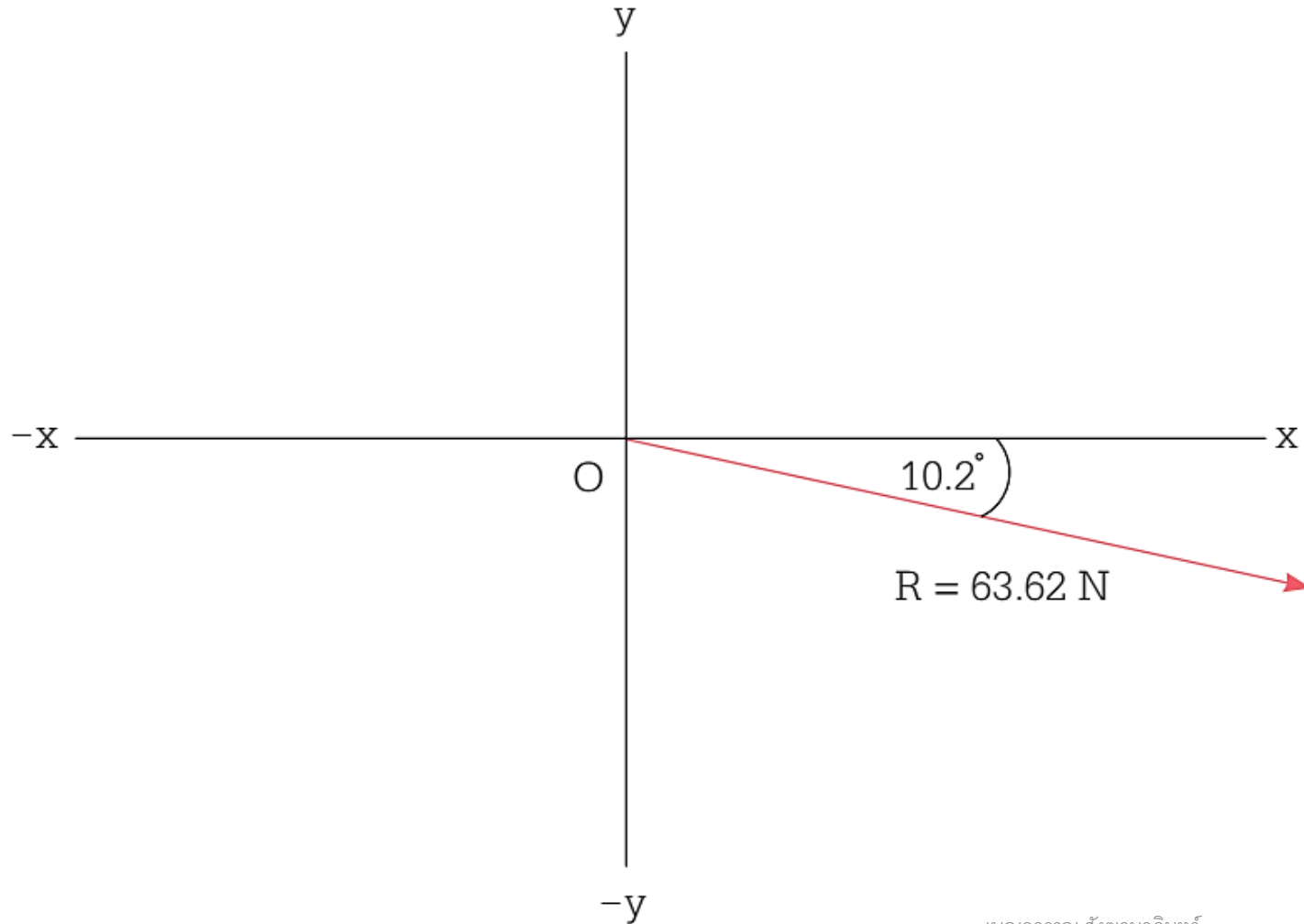
ทิศทางของแรงลัพธ์ (มุม θ) หาจาก

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1} \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \\ &= \tan^{-1} \frac{-11.13 \text{ N}}{62.64 \text{ N}} \\ &= \tan^{-1} -0.18 \\ &= -10.20^\circ\end{aligned}$$

ดังนั้น ทิศทางของแรงลัพธ์ทำมุม
กับแกน x เท่ากับ 10.20°

4. แรงแลัพธ์และทิศทางของแรงแลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 6

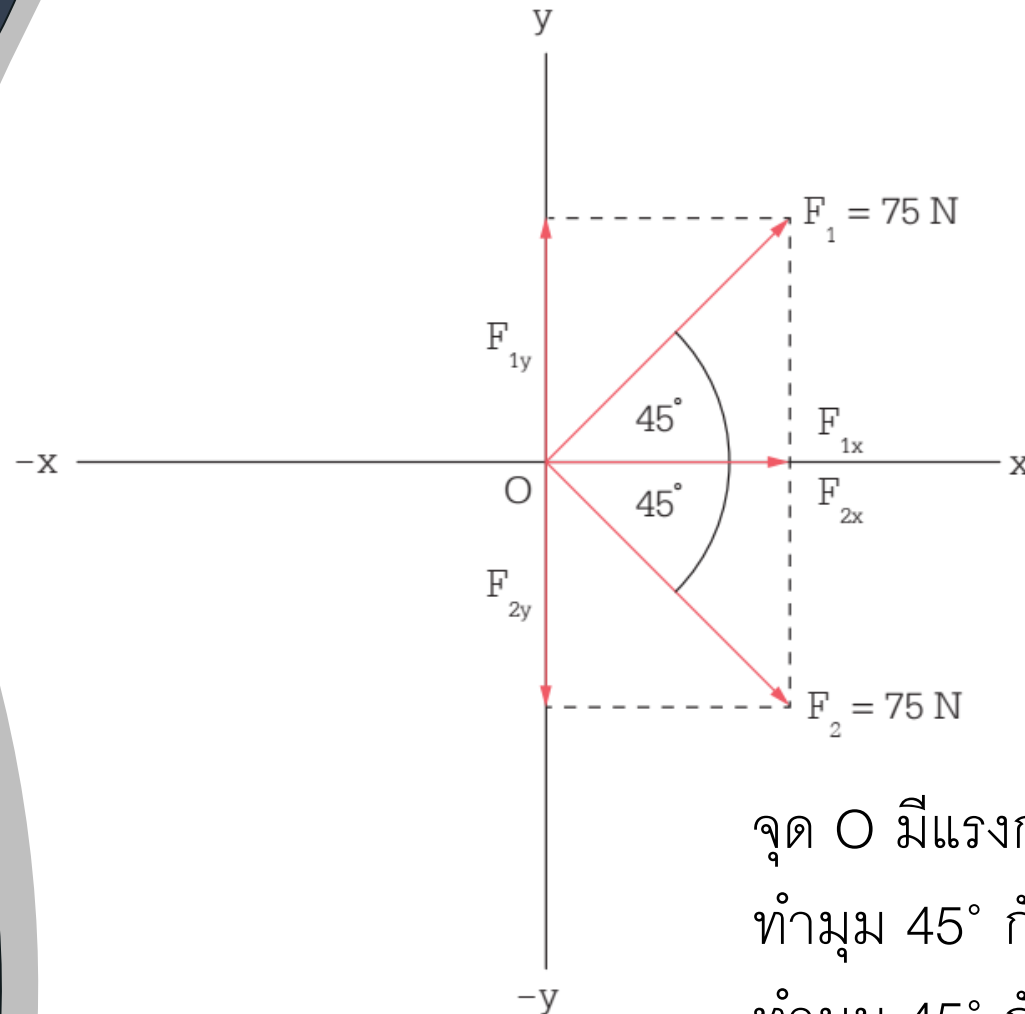


วิเคราะห์คำตอบ

แรงแลัพธ์และทิศทางของแรงแลัพธ์ที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับขนาดของภาพประกอบจึงทำให้ค่าที่คำนวณได้มีความถูกต้อง (ดังแสดงในภาพ) หากค่าที่คำนวณได้นั้นมีแรงแลัพธ์หรือมีมุมที่ต่างจากภาพประกอบมากควรตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ในการคำนวณว่าผิดที่จุดใด

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแลพร์และทิศทางของแรงแลพร์บนระนาบ



จุด O มีแรงกระทำ 2 แรง คือแรง $F_1 = 75 \text{ N}$
ทำมุม 45° กับแกน x และแรง $F_2 = 75 \text{ N}$
ทำมุม 45° กับแกน x ดังแสดงในภาพ

จงหาผลรวมของแรงตามแนวแกน x และแกน y

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแล้วยและทิศทางของแรงแล้วยบนระนาบ

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน x (F_{1x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F \cos \theta \\ &= (75 \text{ N})(\cos 45^\circ) \\ &= 53.03 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{1x}) เท่ากับ 53.03 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน x)

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแล้วยและทิศทางของแรงแล้วยบนระนาบ

ขั้นตอนที่ 1 หาแรงย่อยของแรงที่ 1 (F_1) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 1 ตามแกน y (F_{1y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{1y} &= F \sin \theta \\ &= (75 \text{ N})(\sin 45^\circ) \\ &= 53.03 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{1y}) เท่ากับ 53.03 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน y)

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแล้วยและทิศทางของแรงแล้วยบนระนาบ

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน x (F_{2x}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2x} &= F \cos \theta \\ &= (75 \text{ N})(\cos 45^\circ) \\ &= 53.03 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน x (F_{2x}) เท่ากับ 53.03 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน x)

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแลัพท์และทิศทางของแรงแลัพท์บนระนาบ

ขั้นตอนที่ 2 หาแรงย่อยของแรงที่ 2 (F_2) ตามแกน x และแกน y

หาแรงย่อยของแรงที่ 2 ตามแกน y (F_{2y}) จาก

$$\begin{aligned} F_{2y} &= F \sin \theta \\ &= (75 \text{ N})(\sin 45^\circ) \\ &= 53.03 \text{ N} \end{aligned}$$

จะได้แรงย่อยตามแกน y (F_{2y}) เท่ากับ -53.03 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน -y)

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงแลัพท์และทิศทางของแรงแลัพท์บนระนาบ

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของแรงตามแกน x

หาผลรวมของแรงตามแกน x จะได้

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} \\ &= 53.03 \text{ N} + 53.03 \text{ N} \\ &= 106.06 \text{ N}\end{aligned}$$

ผลรวมของแรงตามแกน x เท่ากับ 106.06 นิวตัน
(ทิศทางไปตามแกน x)

ตัวอย่างที่ 7

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ขั้นตอนที่ 4 หาผลรวมของแรงตามแกน y

หาผลรวมของแรงตามแกน y จะได้

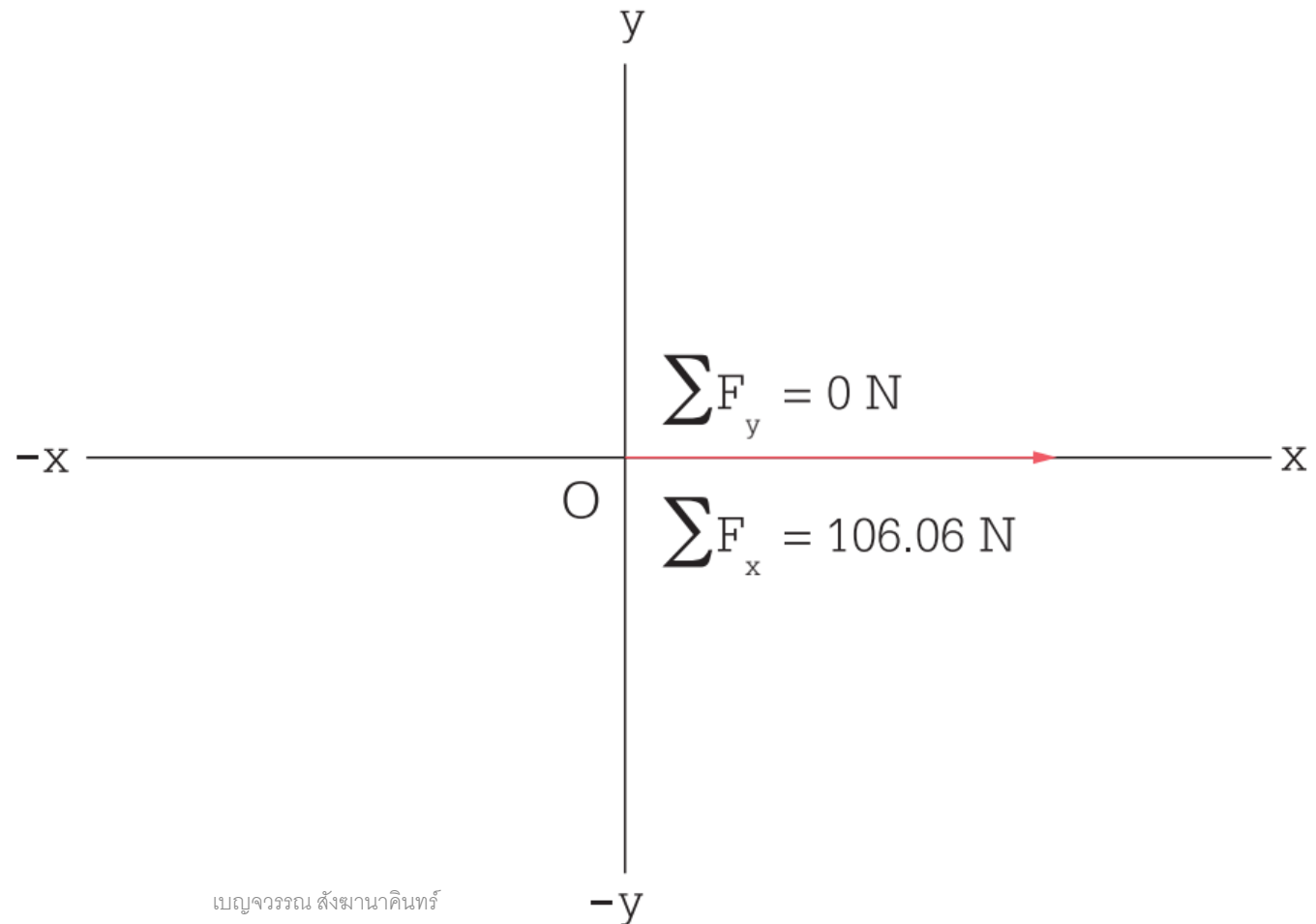
$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} \\ &= 53.03 \text{ N} + (-53.03 \text{ N}) \\ &= 0 \text{ N}\end{aligned}$$

ผลรวมของแรงตามแกน y เท่ากับ 0 นิวตัน

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 7

ขั้นตอนที่ 5 วาดภาพแรงที่คำนวณได้ตามขั้นตอนที่ 1-4



ตัวอย่างที่ 7

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ขั้นตอนที่ 6 หาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์

เมื่อรวมแรงตามแกน x และแกน y ดังแสดงในภาพ พบว่ามีแรงรวมเดียว คือ แรงรวมในแนวแกน x

ดังนั้น แรงลัพธ์จึงเท่ากับ 106.06 นิวตัน มีทิศทางอยู่ในแนวแกน x

วิเคราะห์คำตอบ

จากโจทย์ในข้อนี้ ชี้ให้เห็นว่าแรงที่กระทำที่จุดที่แรงกระทำนั้นเกิดได้ ทุกตำแหน่งและมีทิศทางที่หลากหลาย ซึ่งบางครั้งผลของแรงที่รวมในบางแกนอาจเกิดการสมดุลทำให้ไม่มีแรงรวม

การหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์

4.1 การหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์โดยการเขียนรูป

4.2 การหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์โดยการใช้องค์ประกอบของไซน์และโคไซน์

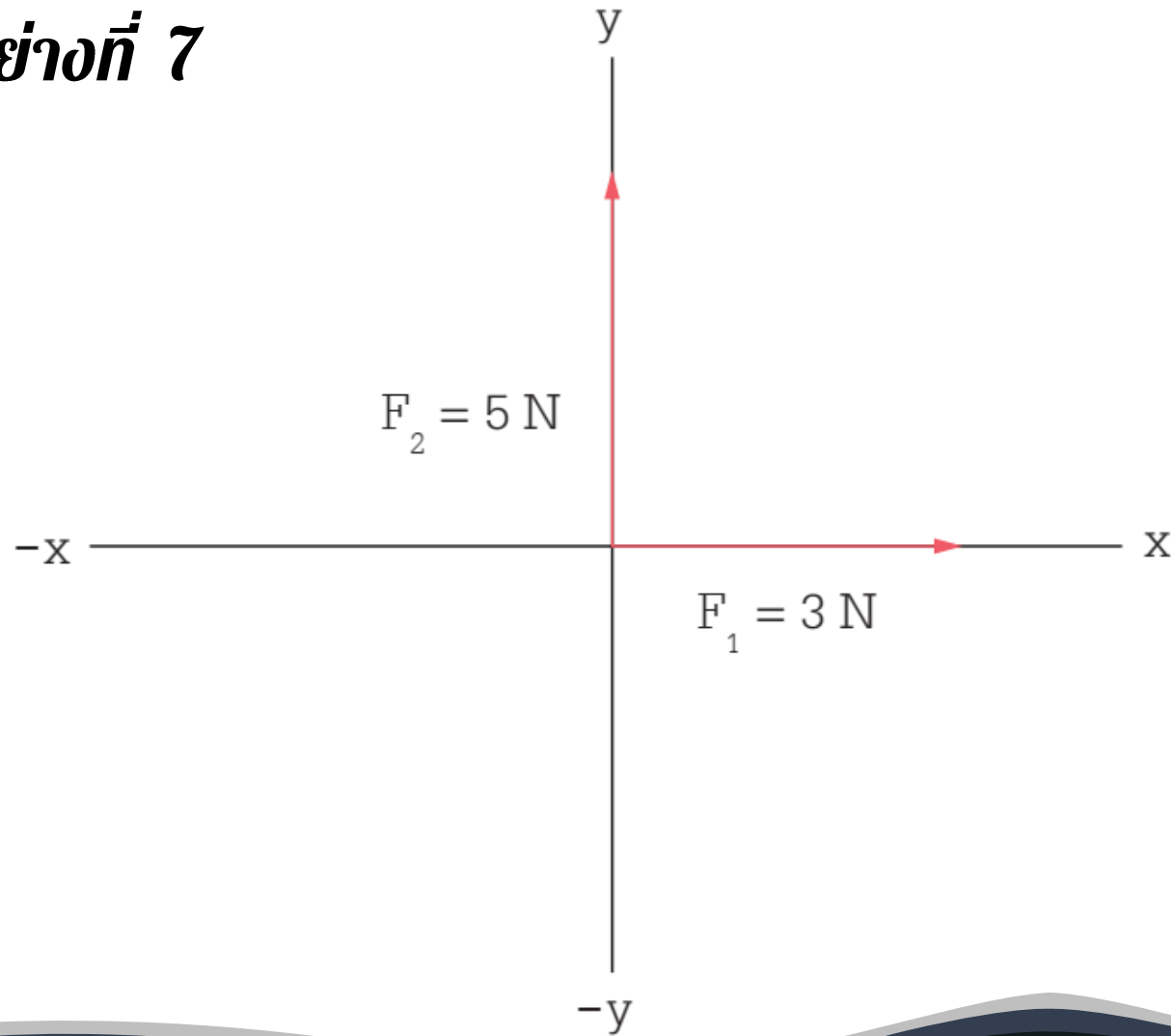
4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

4.1 การหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์โดยการเขียนรูป

เพื่อให้สะดวกในการหาแรงลัพธ์ บางกรณีอาจไม่ต้องทำการแตกแรงย่อยในแนวแกน x แต่จะทำได้โดยการเขียนรูปแทน หากเป็นการหาแรงลัพธ์ที่ไม่ซับซ้อนมากนัก อาจทำการสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมแล้ววัดขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์โดยตรง แต่หากแรงลัพธ์มีความซับซ้อนก็จะหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์โดยการใช้กฎของไซน์และโคไซน์

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

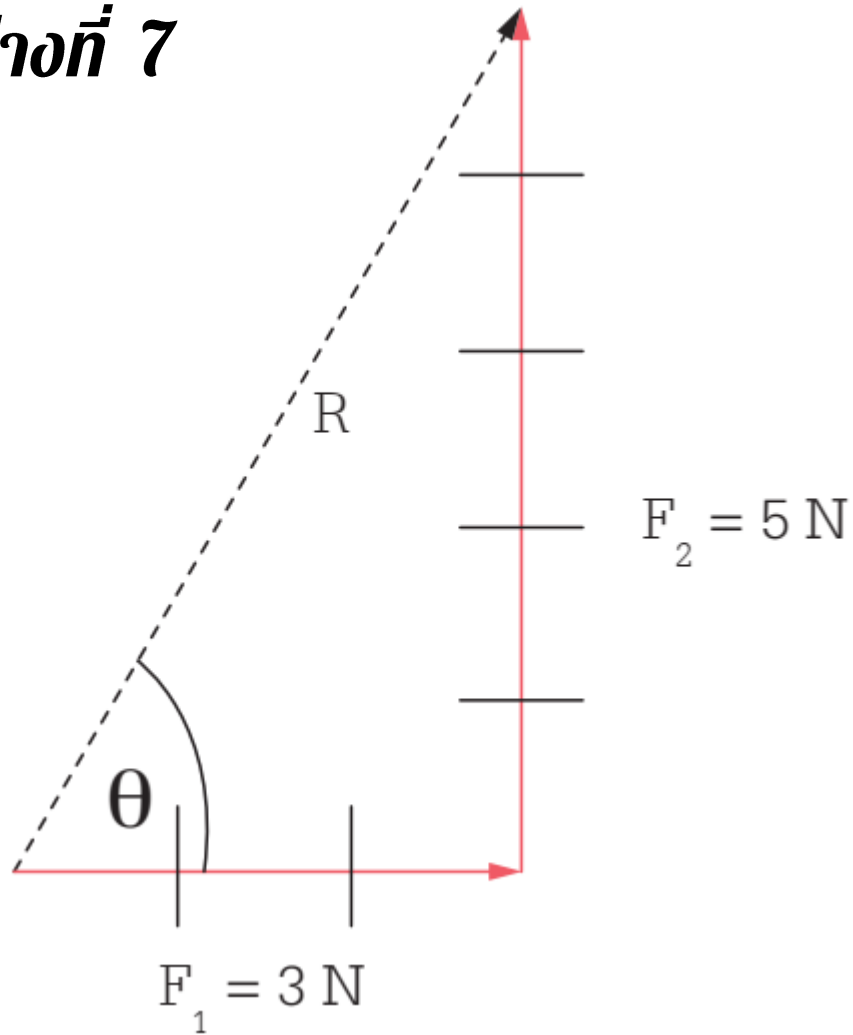
ตัวอย่างที่ 7



จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์
จากภาพที่กำหนดให้

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 7



วิธีทำ

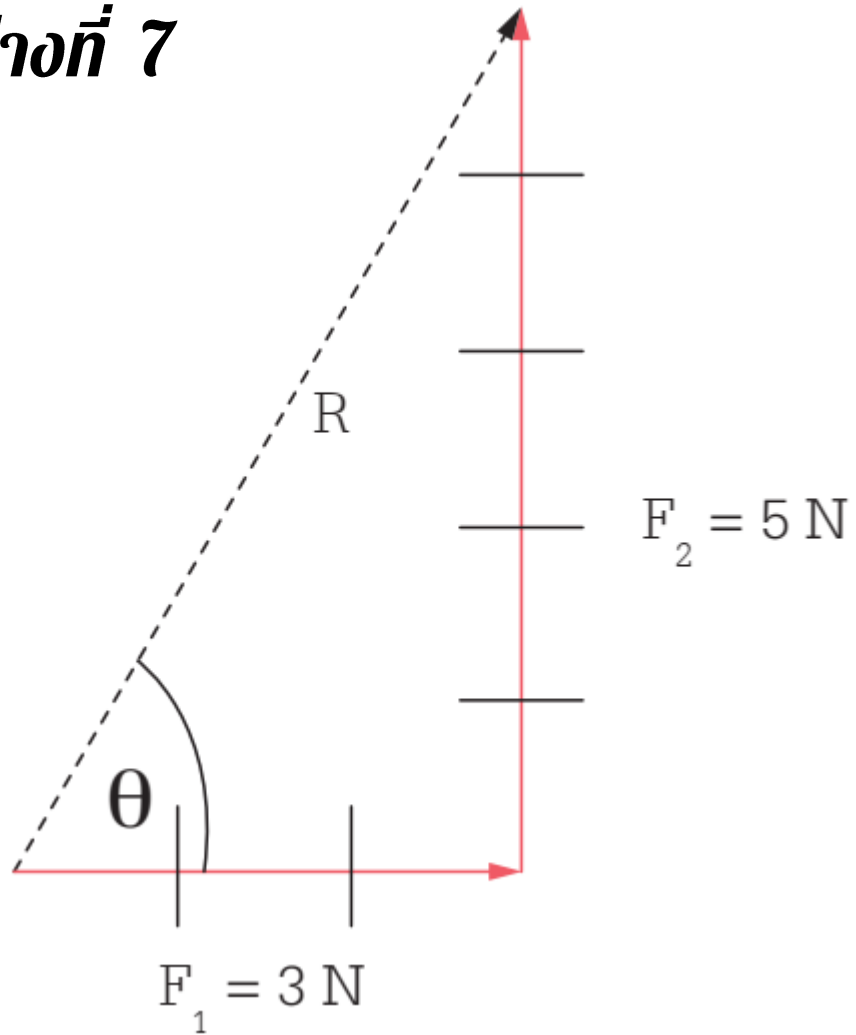
สร้างรูปสามเหลี่ยมแทนแรงแบบหัวต่อหางโดยเริ่มจากแรงย่อยลำดับแรกก่อนและทิศทางของแรงตามทิศทางแรงย่อย กำหนดมาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 1 นิวตัน

จากภาพวัดความยาวของ R ได้เท่ากับ 5.8 เซนติเมตร
วัดมุม θ ได้เท่ากับ 60°

ดังนั้น แรงลัพธ์มีขนาด 5.8 นิวตัน (ทิศทางไปตามแกน x)
และทำมุมกับแกน x เท่ากับ 60°

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 7

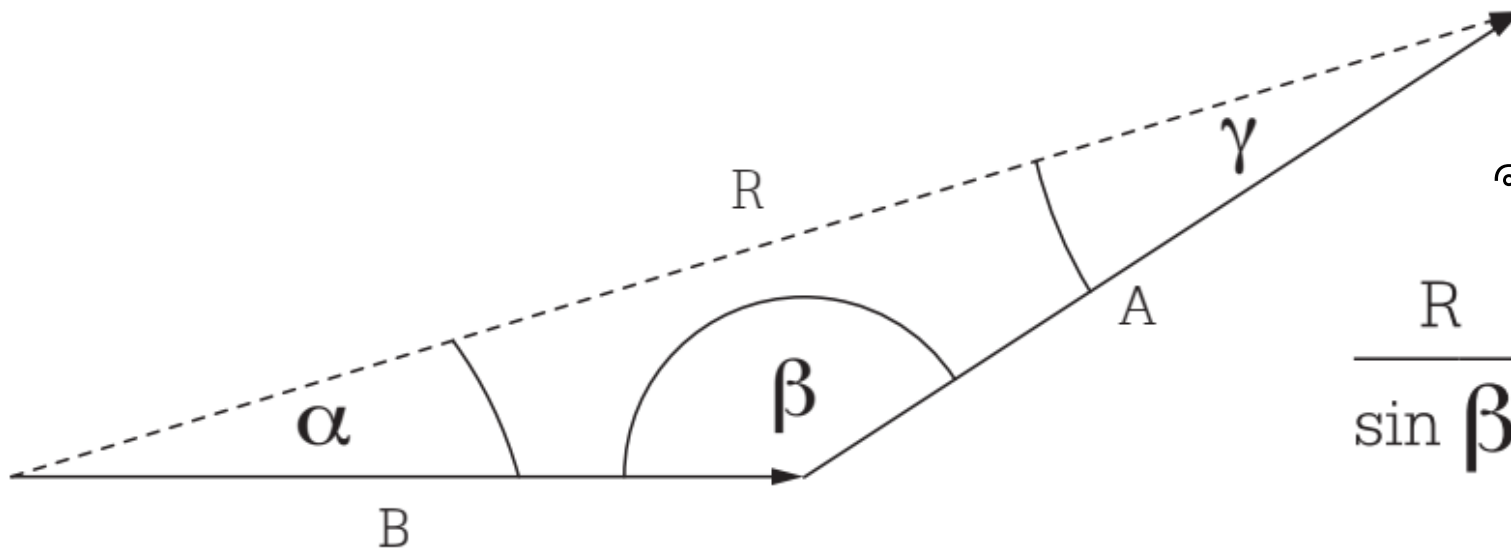


วิเคราะห์คำตอบ

จากคำตอบที่ได้จากการวัดนี้ถือเป็นการหาคำตอบด้วยวิธีที่ถูกต้องอีกวิธีหนึ่งและเหมาะสมสำหรับแรงกระทำที่ไม่ซับซ้อนมากนัก โดยข้อควรระวังในการหาคำตอบวิธีนี้ คือควรใช้ไม้บรรทัดหรืออุปกรณ์ในการวัดมุมที่มีความแม่นยำและเชื่อถือได้

4. แรงแลัพท์และทิศทางของแรงแลัพท์บนระนาบ

4.2 การหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์โดยใช้กฎของไซน์และโคไซน์



จากภาพ กฎของไซน์จะได้ว่า

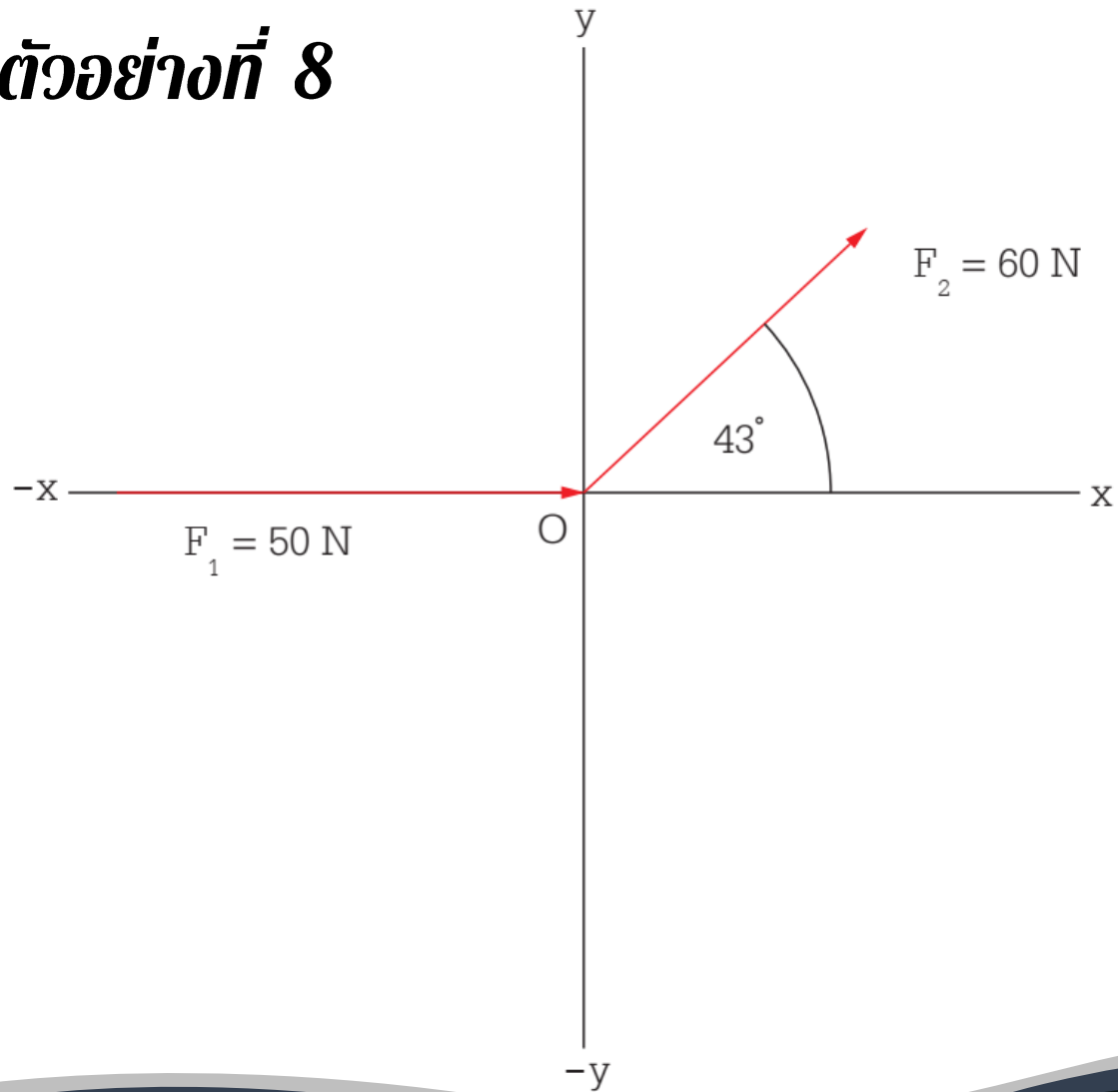
$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \gamma}$$

จากภาพ กฎของโคไซน์จะได้ว่า

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \beta \quad \text{หรือ} \quad R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \beta}$$

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 8

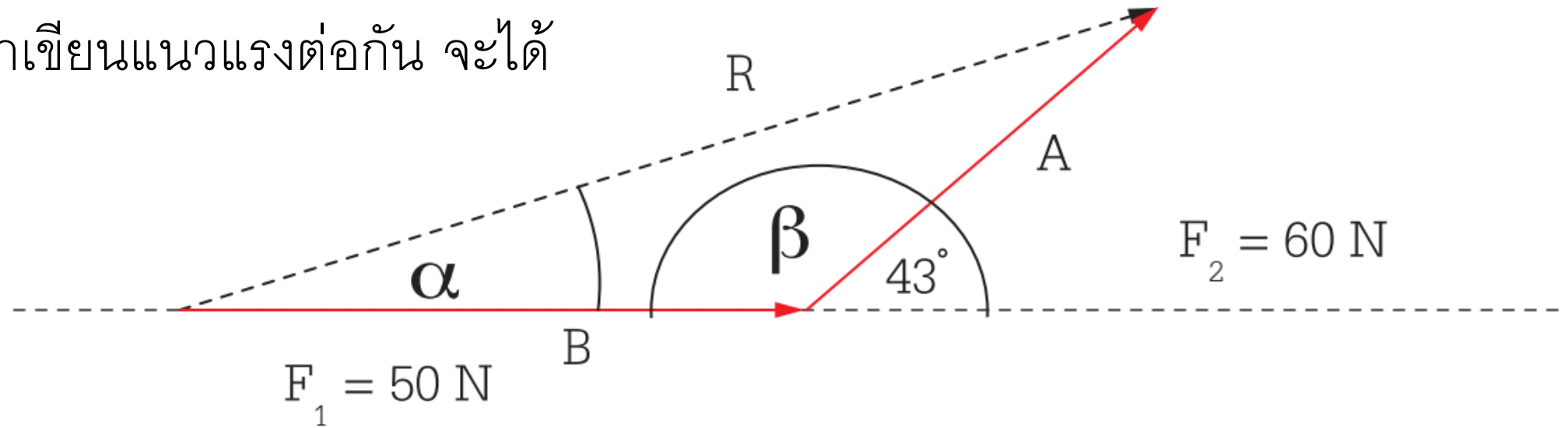


จากภาพ จงหาแรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์ โดยการใช้กฎของไซน์และโคไซน์

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 8

จากภาพ เมื่อมาเขียนแนวแรงต่อกัน จะได้



จากภาพ จะได้

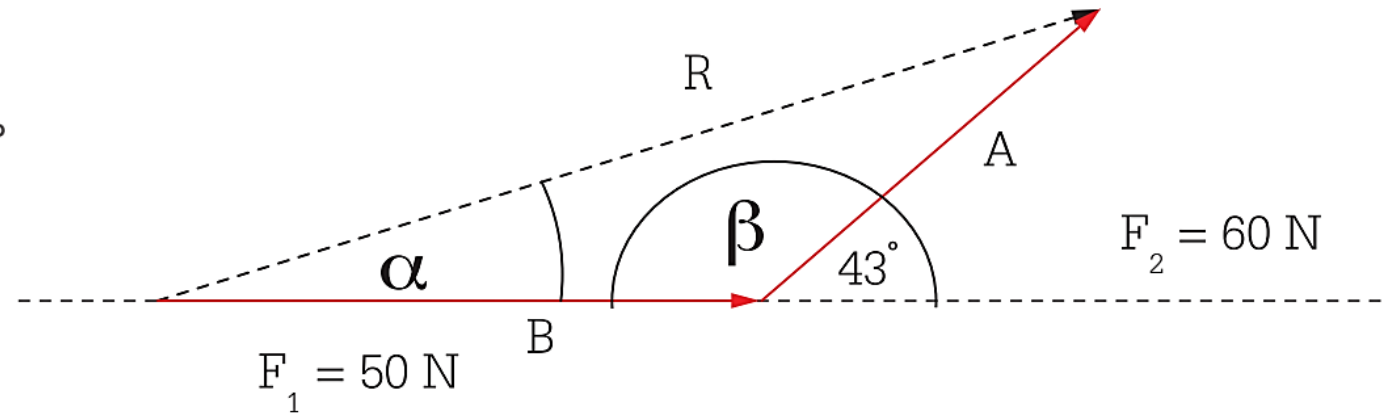
R คือ แรงลัพธ์ที่ต้องการหา / α คือ ทิศทางหรือมุมของแรงลัพธ์ที่ต้องการหา

β คือ มุมตรงข้ามแรงลัพธ์ / F_1 คือ B / F_2 คือ A

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 8

พิจารณาจากภาพ $\beta = 180^\circ - 43^\circ$
 $= 137^\circ$



หาแรงลัพธ์โดยใช้กฎของโคไซน์ จะได้

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \beta}$$

$$= \sqrt{60^2 + 50^2 - 2(60 \text{ N})(50 \text{ N}) \cos 137^\circ}$$

$$= 102.41 \text{ N}$$

แรงลัพธ์มีขนาดเท่ากับ 102.41 นิวตัน

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 8

หาทิศทางของแรงลัพธ์โดยใช้กฎของไซน์ จะได้

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{A}{\sin \alpha}$$

$$\frac{102.41 \text{ N}}{\sin 137^\circ} = \frac{60}{\sin \alpha}$$

$$150.16 \text{ N} = \frac{60}{\sin \alpha}$$

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

ตัวอย่างที่ 8

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= 0.399 \\ \alpha &= \sin^{-1}(0.399) \\ &= 23.52^\circ\end{aligned}$$

ดังนั้น ทิศทางของแรงลัพธ์ไปตามแกน x
และทำมุมกับแกน x เท่ากับ 23.52°

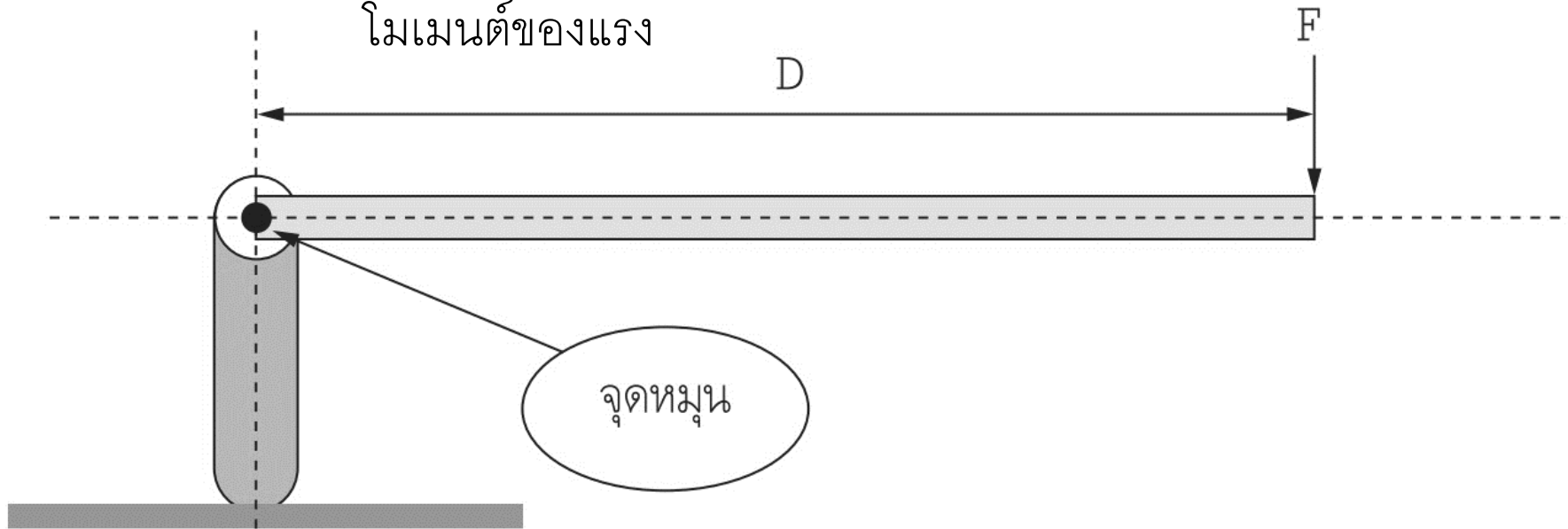
วิเคราะห์คำตอบ

จากคำตอบที่ได้จากการวัดนี้ถือเป็นการหาคำตอบด้วยวิธีที่ค่อนข้างรวดเร็วและแม่นยำสูงกว่าวิธีการวัด โดยสังเกตที่คำตอบจะมีทศนิยม ส่วนวิธีการวัดไม่มีทศนิยม ซึ่งอาจเป็นเพราะเครื่องมือวัดไม่มีความละเอียดพอ หรือผู้ที่วัดมีความชำนาญไม่มากพอ

4. แรงลัพธ์และทิศทางของแรงลัพธ์บนระนาบ

5. โมเมนต์ของแรง

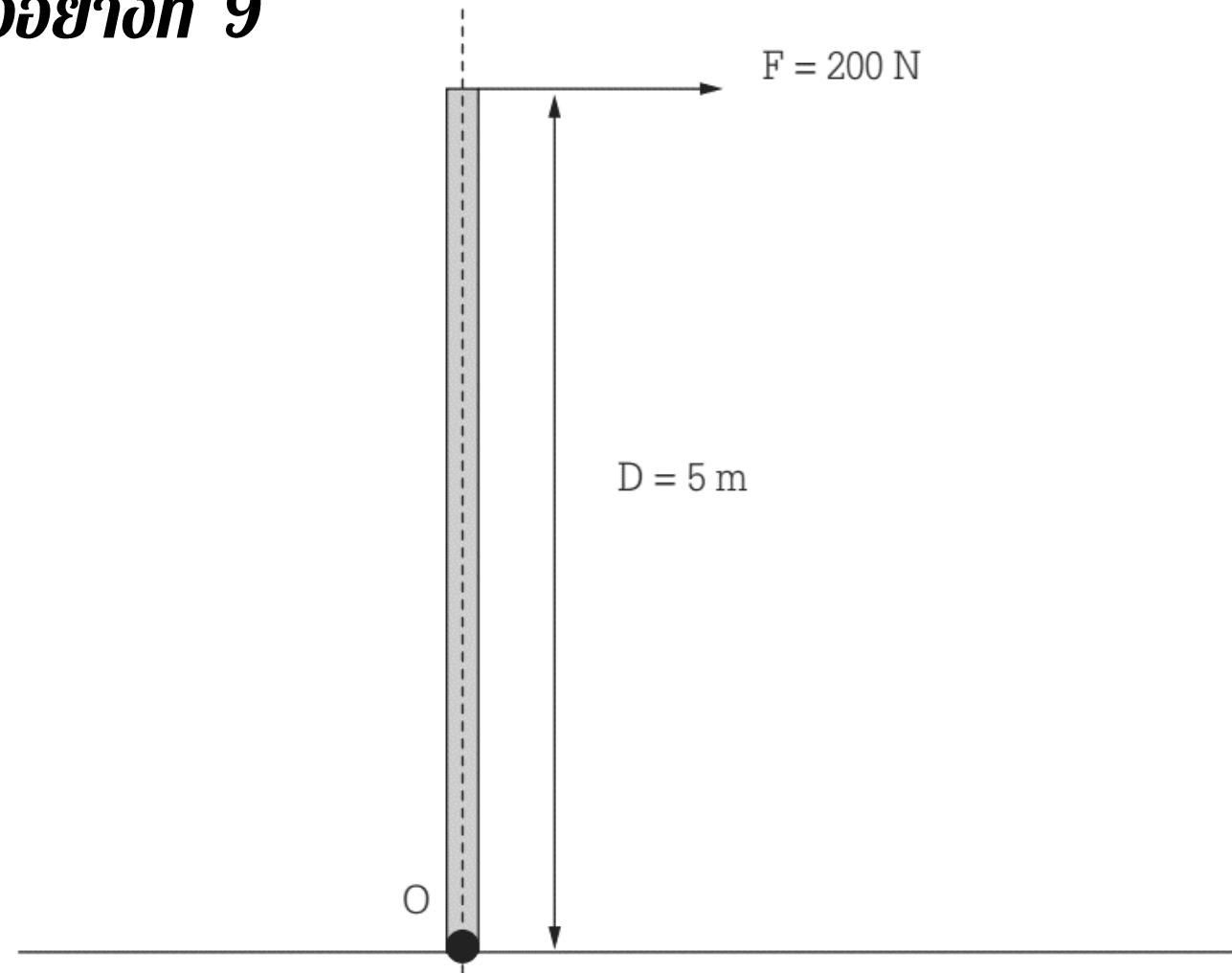
แรง นอกจากจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ เปลี่ยนรูปร่าง หรือเปลี่ยนทิศทางแล้ว ผลจากการกระทำของแรงยังทำให้วัตถุนั้นหมุนรอบจุดหมุนอีกด้วย ปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น เรียกว่า โมเมนต์ของแรง



โมเมนต์ของแรงใช้สัญลักษณ์ M (Momentum)

โมเมนต์ของแรงมีหน่วยเป็นนิวตันเมตร (Nm)

ตัวอย่างที่ 9



แรงดึงกระทำกับเสาดังภาพ จงหาโมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน

ตัวอย่างที่ 9

โมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

จากสมการ $M = FD$

เมื่อ $F = 200 \text{ N}$

$D = 5 \text{ m}$

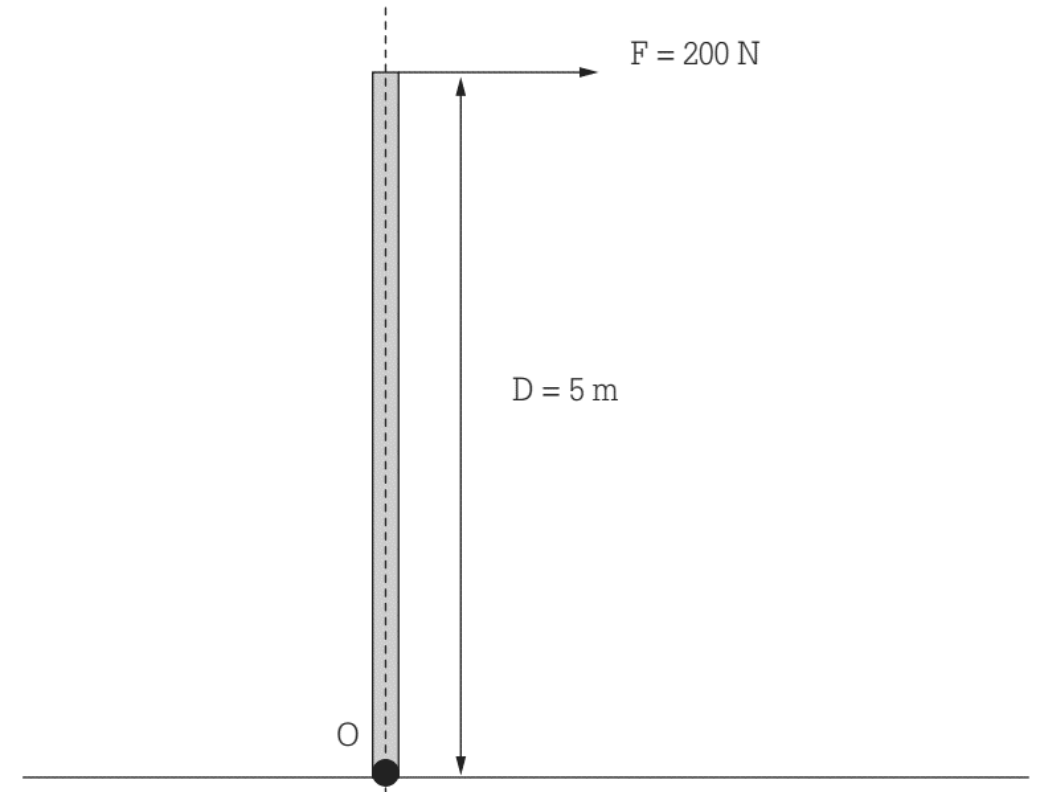
โมเมนต์รอบจุดหมุน O

$M = FD$

$= (200 \text{ N})(5 \text{ m})$

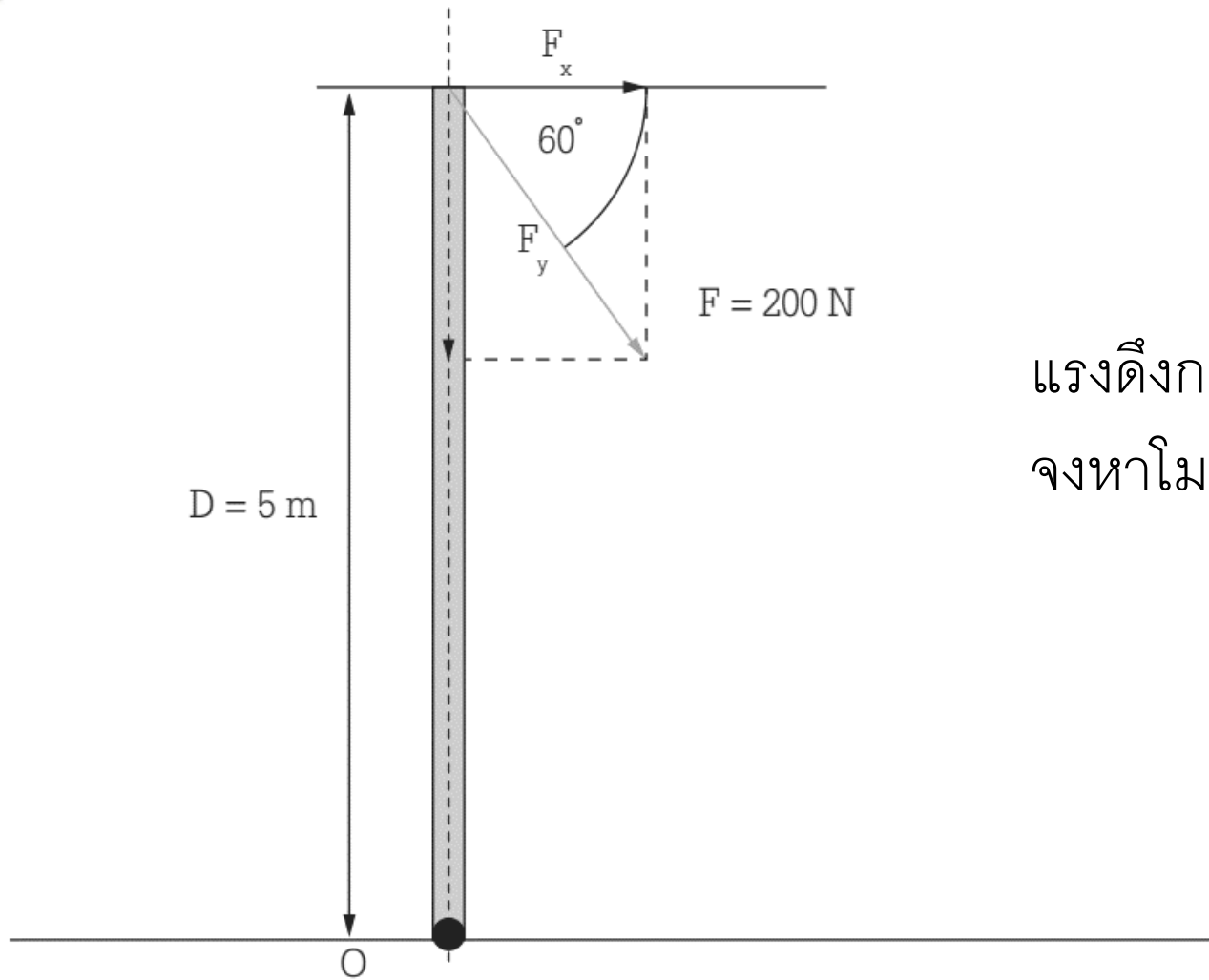
$= 1,000 \text{ Nm}$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O มีค่าเท่ากับ 1,000 นิวตันเมตร



5. โมเมนต์ของแรง

ตัวอย่างที่ 10



แรงดึงกระทำกับเสาตั้งภาพ

จงหาโมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

5. โมเมนต์ของแรง

ตัวอย่างที่ 10

โมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O หากว่าแรงที่กระทำไม่ได้ตั้งฉากกับแนวแรงที่กระทำดังภาพ ให้แตกแรงไปหาตำแหน่งที่แรงกระทำก่อน

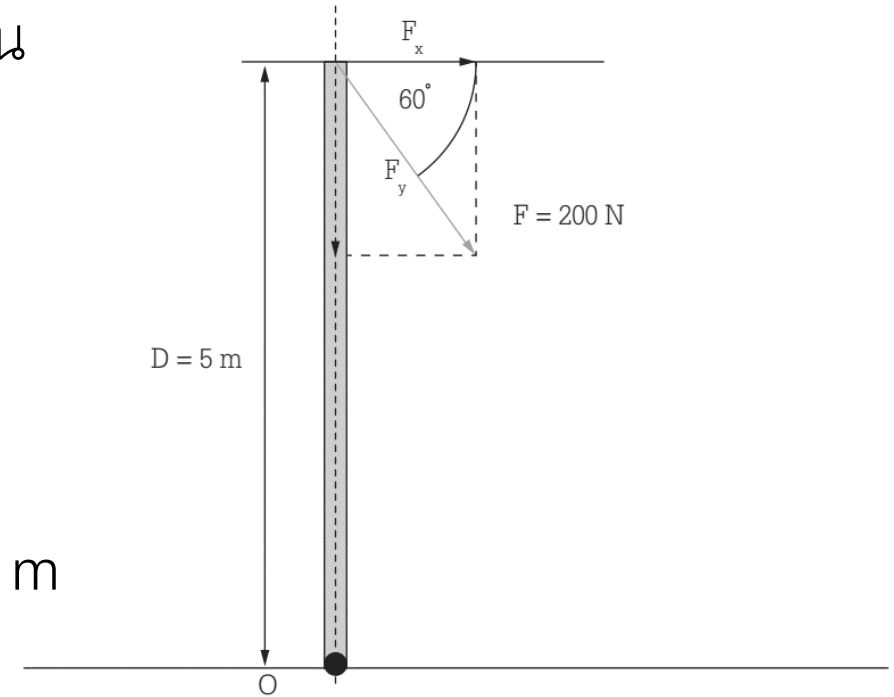
$$\begin{aligned}\text{แนวที่แรงกระทำ } (F_x) &= F \cos \theta \\ &= (200 \text{ N})(\cos 60^\circ) \\ &= 100 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จากสมการ } M &= FD \\ \text{เมื่อ } F &= 200 \text{ N และ } D = 5 \text{ m}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O

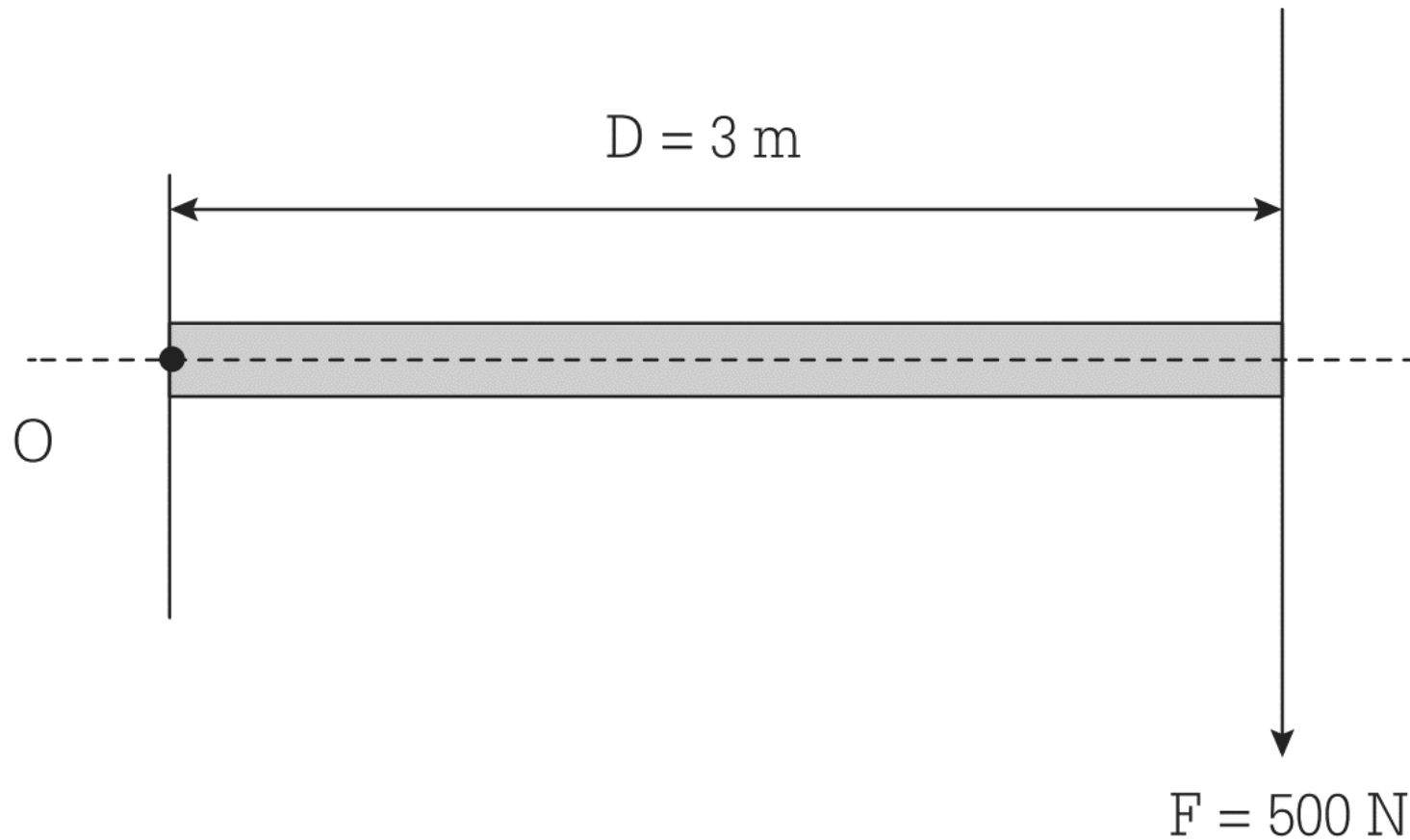
$$\begin{aligned}M &= (100 \text{ N})(5 \text{ m}) \\ &= 500 \text{ Nm}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O มีค่าเท่ากับ 500 นิวตันเมตร



5. โมเมนต์ของแรง

ตัวอย่างที่ 11



แรงดิ่งกระทำกับคานดังภาพ
จงหาโมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

ตัวอย่างที่ 11

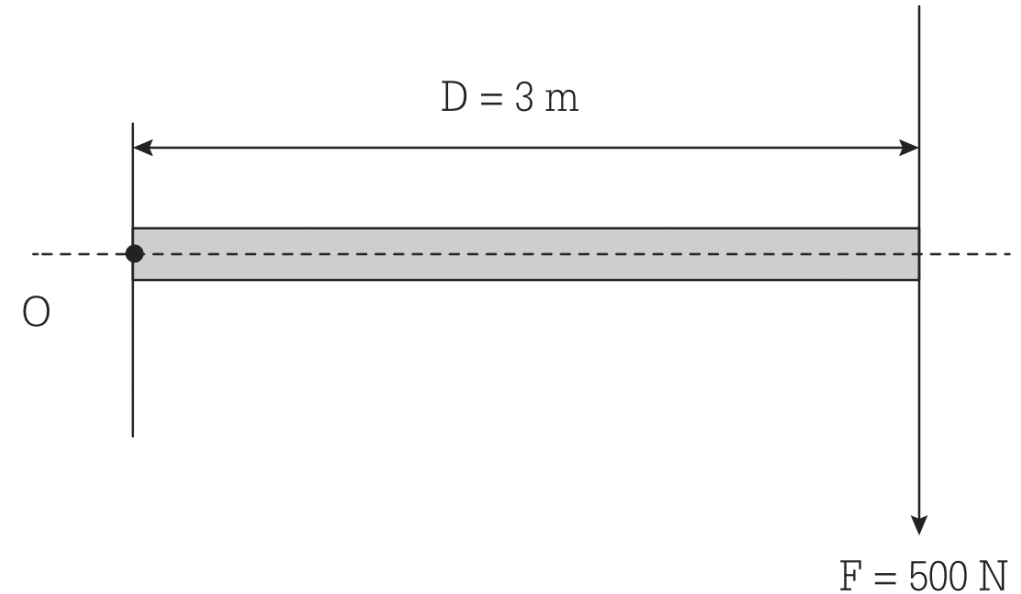
โมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

$$\begin{aligned}\text{จากสมการ } M &= FD \\ \text{เมื่อ } F &= 500 \text{ N} \\ D &= 3 \text{ m}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O

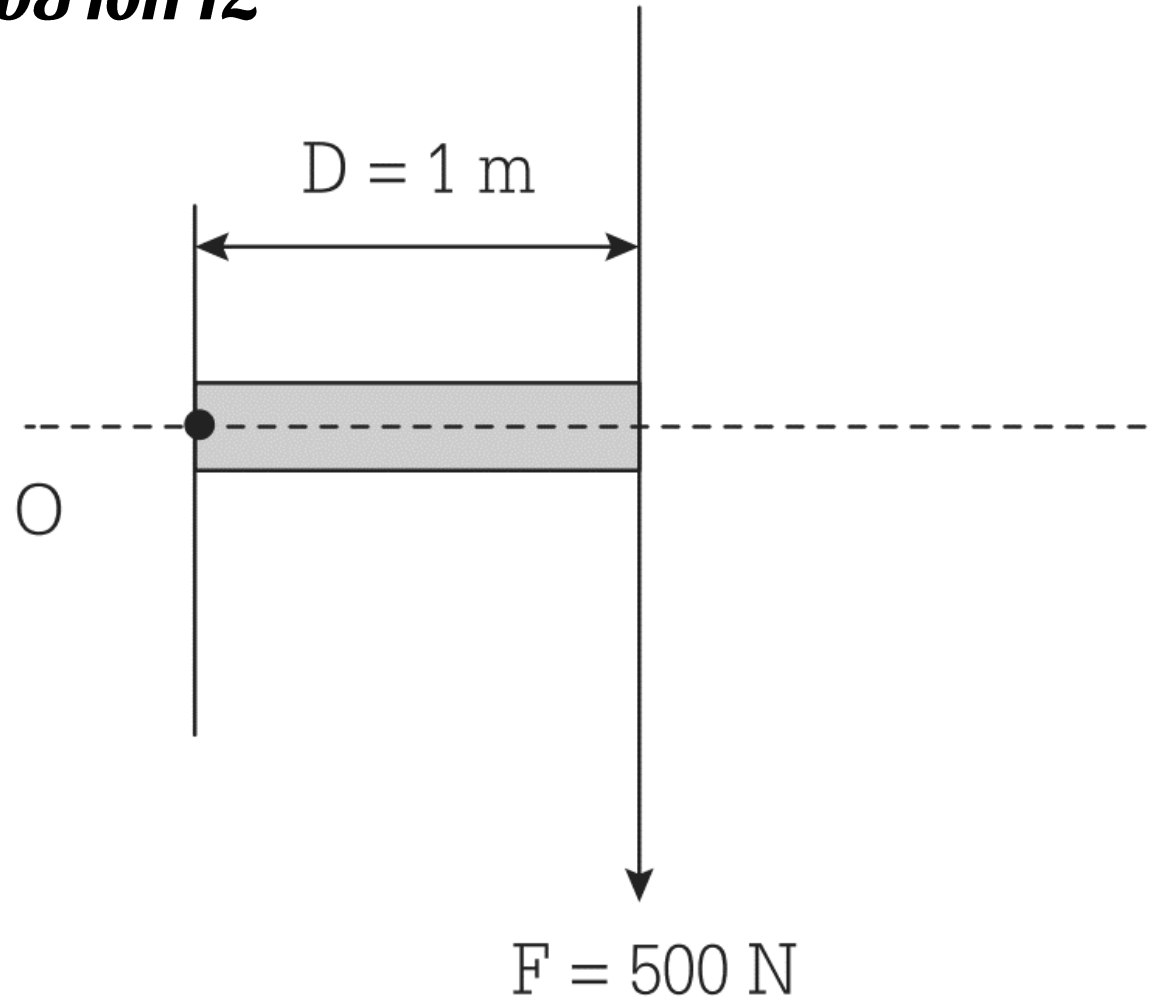
$$\begin{aligned}M &= (500 \text{ N})(3 \text{ m}) \\ &= 1,500 \text{ Nm}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O มีค่าเท่ากับ 1,500 นิวตันเมตร



5. โมเมนต์ของแรง

ตัวอย่างที่ 12



แรงดิ่งกระทำกับคานดังภาพ

จงหาโมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

ตัวอย่างที่ 12

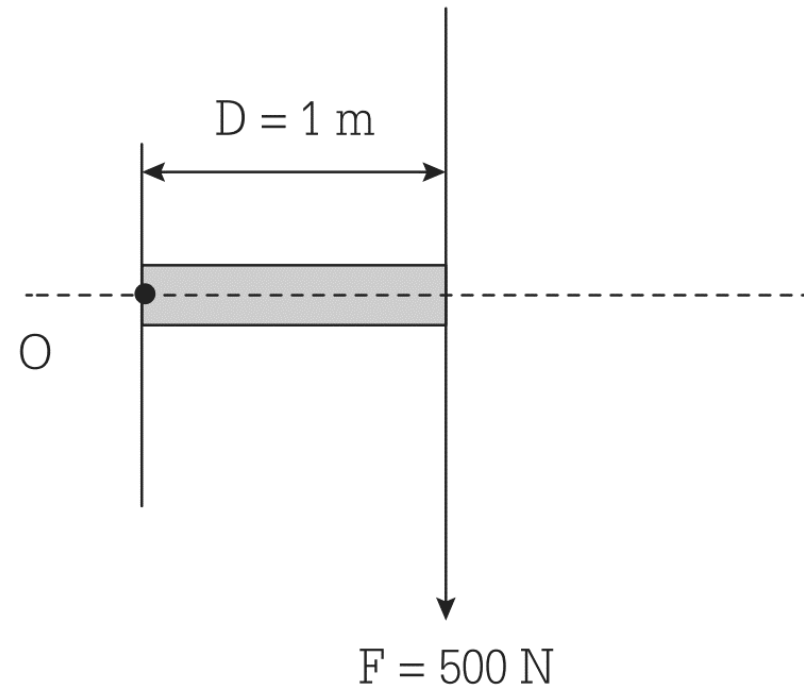
โมเมนต์ที่เกิดขึ้นรอบจุดหมุน O

$$\begin{aligned}\text{จากสมการ } M &= FD \\ \text{เมื่อ } F &= 500 \text{ N} \\ D &= 1 \text{ m}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O

$$\begin{aligned}M &= (500 \text{ N})(1 \text{ m}) \\ &= 500 \text{ Nm}\end{aligned}$$

โมเมนต์รอบจุดหมุน O มีค่าเท่ากับ 500 นิวตันเมตร



5. โมเมนต์ของแรง

5. โมเมนต์ของแรง

ข้อสังเกต

- ❖ หากความสูงของเสาเท่ากัน แรงกระทำเท่ากัน มุมที่ต่างกันจะมีผลต่อโมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้น
- ❖ หากแรงกระทำเท่ากัน ความยาวแขนของแรงที่ต่างกันจะมีผลต่อโมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้น