

หน่วยที่

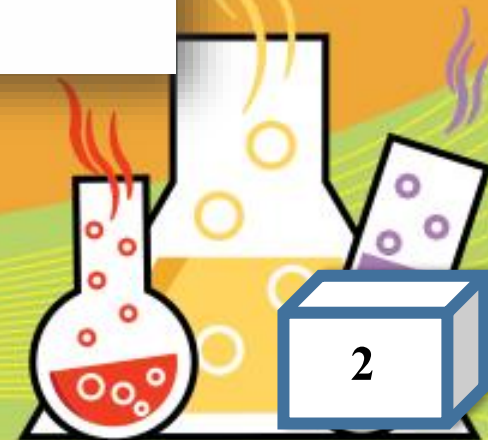
1



การวัดและปริมาณเวกเตอร์

แนวคิด

วิชาฟิสิกส์เป็นวิชาทางด้านวิทยาศาสตร์ที่เป็นเนื้อหาทางด้านการค้นพบกฎเกณฑ์ต่างๆ ซึ่งมาจากการทดลองค้นคว้า ผลการทดลองที่เกิดขึ้นจะต้องมีการวัดเป็นปริมาณต่างๆ ดังนั้น เพื่อให้เกิดการเปรียบเทียบ จึงต้องมีการกำหนดปริมาณต่างๆ และหน่วยของปริมาณเพื่อจะได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการค้นคว้าและทดลองได้ชัดเจนขึ้น





สาระการเรียนรู้

1 การวัด

2 ปริมาณเวกเตอร์



ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1 อธิบายหน่วยของปริมาณต่างๆ

2 ใช้คำนำหน้าหน่วยแทนตัวเลข 10 ยกกำลังได้

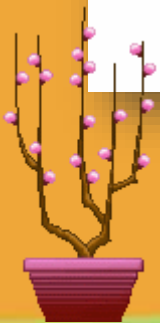
3 เขียนปริมาณเวกเตอร์ได้

4 หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ เวกเตอร์ได้

5 เพื่อส่งเสริมให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ มีความสนใจและเห็นคุณค่าของการเรียนวิทยาศาสตร์

6 เพื่อให้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและวิชาชีพในเชิงที่มีอิทธิพลและผลกระทบซึ่งกันและกัน

7 เพื่อสร้างเจตคติที่เหมาะสมในการใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมีคุณธรรมและมีความรับผิดชอบต่อนตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม





การวัด (Measurement)

วิลเลียม ทอมสัน (William Thomson ค.ศ. 1858) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ ได้กล่าวไว้ว่า

“ถ้าคุณจะพูดถึงอะไรสักอย่างหนึ่ง
แล้วสามารถแสดงออกมาเป็นตัวเลขได้
ก็แสดงว่าคุณเริ่มจะรู้อะไรขึ้นมาบ้างแล้ว
แต่ถ้าคุณแสดงออกไม่ได้
ก็เหมือนกับว่าคุณไม่รู้เรื่องอะไรเลย”

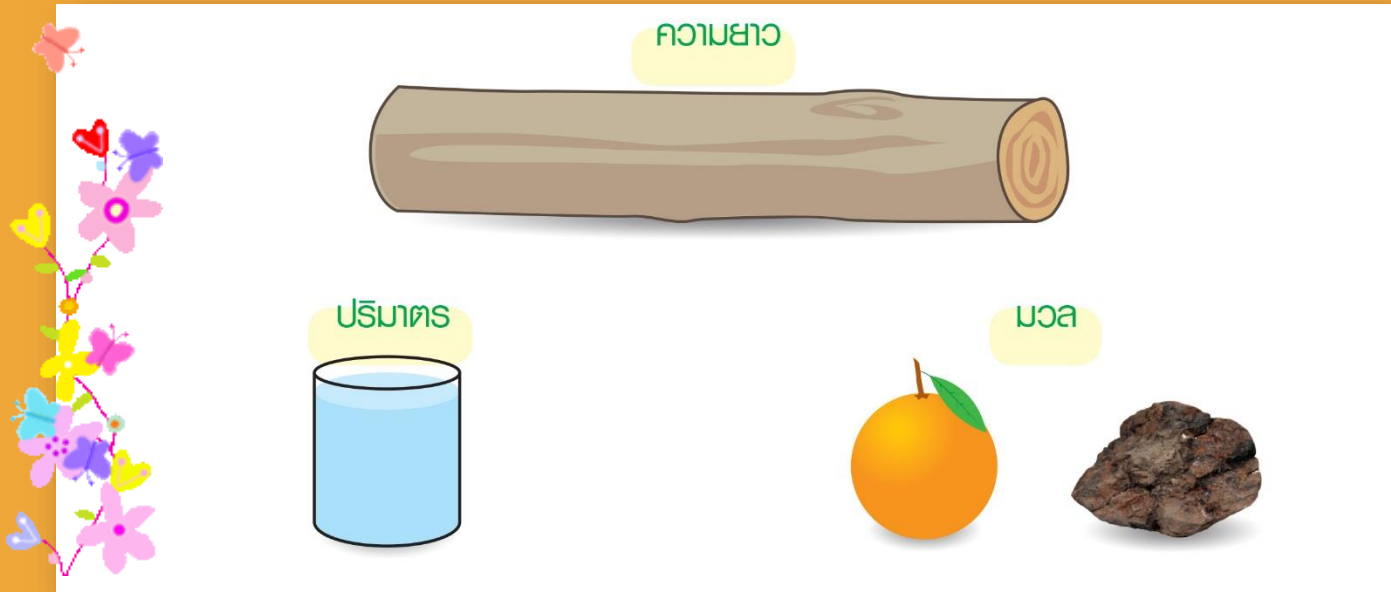


การวัด หมายถึง การเลือกใช้เครื่องมือหาปริมาณสิ่งของออกมาเป็นเลข โดยมีหน่วยกำกับที่
ต้องการวัดเป็นสิ่งสำคัญในวิชาฟิสิกส์ที่จะบ่งบอกถึงความสำเร็จหรือล้มเหลวของงาน ถ้าการวัด
ไม่ถูกต้องหรือไม่ดีพอจะทำให้เกิดความล้มเหลวขึ้น สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการวัดประกอบไปด้วย





ปริมาณของสิ่งที่จะวัด





เครื่องมือที่ใช้ในการวัด

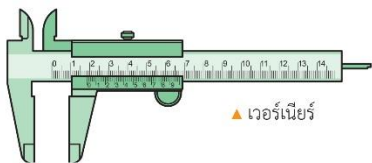
วัดความยาว



▲ ตลับเมตร



▲ ไม้บรรทัด

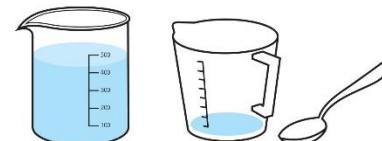


▲ เวอร์เนีย

วัดปริมาตร



▲ กระบอกตวง



▲ ปิกเกอร์

วัดเวลา



◀ นาฬิกาแบบธรรมดา



▲ นาฬิกาดิจิทัล

วัดน้ำหนัก



◀ ตาชั่งแบบธรรมดา



◀ ตาชั่งแบบดิจิทัล





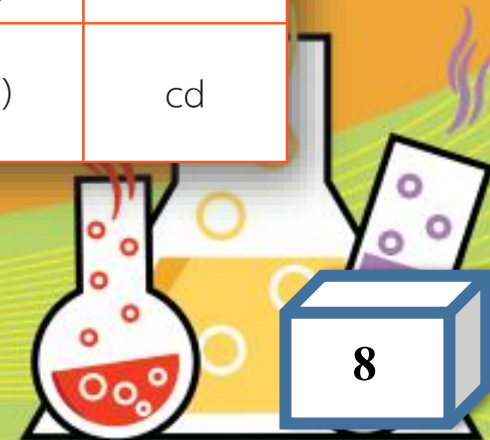
ในการประชุมทางวิทยาศาสตร์ที่กรุงปารีส เมื่อ พ.ศ. 2503 นักวิทยาศาสตร์ได้ตกลงให้มาตรฐานในการวัดทางวิทยาศาสตร์เหมือนกัน องค์การระหว่างชาติเพื่อมาตรฐาน (International Organization for Standardization หรือ ISO) โดยกำหนดระบบใหม่ขึ้นมา เรียกว่า “ระบบหน่วยระหว่างชาติ” (International System of Units หรือ SI) โดยกำหนดหน่วยในการวัดในระบบหน่วยระหว่างชาติ แบ่งหน่วยต่างๆ ออกเป็น 3 ประเภทคือ



1. หน่วยฐาน (Base Units)

เป็นหน่วยเบื้องต้นของปริมาณต่างๆ ที่ใช้ในการวัดสิ่งต่างๆ ซึ่งควรจะทราบ

ลำดับที่	ปริมาณฐาน	หน่วย	สัญลักษณ์
1	ความยาว (length)	เมตร (meter)	m
2	มวล (mass)	กิโลกรัม (kilogram)	kg
3	เวลา (time)	วินาที (second)	s
4	อุณหภูมิ อุณหพลวัต (thermodynamic temperature)	เคลวิน (kelvin)	K
5	ปริมาณของสาร (amount of substance)	โมล (mole)	mol
6	กระแสไฟฟ้า (electric current)	แอมแปร์ (ampere)	A
7	ความเข้มของการส่องสว่าง (luminous intensity)	แคนเดลา (candela)	cd



2. หน่วยเสริม (Supplementary Units)

เป็นหน่วยที่ใช้ในการวัดมุม ในการวัดมุมโดยทั่วๆ ไปจะวัดมุมโดยเทียบกับเส้นระดับในแนวราบ แล้วหมุนไปในลักษณะสวนทิศกับการหมุนของเข็มนาฬิกา โดยแบ่งออกเป็น 2 หน่วย

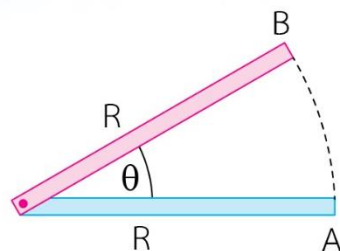
2.1 เรเดียน (Radian) ใช้สัญลักษณ์ rad เป็นหน่วยที่ใช้ในการวัดมุมที่เกิดจากการหมุนบนระนาบใดระนาบหนึ่ง (2 มิติ) โดยมีนิยามของมุม

“มุมจะเกิดจากส่วนโค้งจากปลายของวัตถุที่หมุนไป ต่อรัศมีของการหมุน”



piczo.com





$$\therefore \text{มุม } \theta = \frac{\text{ส่วนโค้ง}}{\text{รัศมี}}$$

$$\text{มุม } \theta = \frac{AB}{R}$$

ในกรณีที่วัตถุหมุนไป 1 รอบ หรือ 1 วงกลม

$$\text{ส่วนโค้ง} = 2\pi R$$

$$\therefore \text{มุม } \theta = \frac{2\pi R}{R}$$

$$\text{มุม } \theta = 2\pi \text{ เรเดียน}$$

หมายเหตุ >

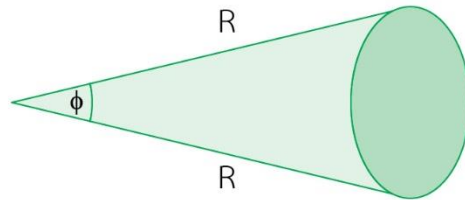
ในการวัดมุม เป็น “องศา” เมื่อใช้มุมในระบบ SI
จะต้องเปลี่ยนเป็น “เรเดียน” โดยการเปรียบเทียบจากมุมครบ 1 รอบ
 $360 \text{ องศา} = 2\pi \text{ เรเดียน}$



2.2 สเตอเรเดียน (Steradian) ใช้สัญลักษณ์ sr หรือบางที่เรียกว่า “มุมตัน” (Solid Angle) เป็นมุมของกรวย ซึ่งเป็น 3 มิติ โดยมีนิยามของมุมว่า

2.2 สเตอเรเดียน (Steradian) ใช้สัญลักษณ์ sr หรือบางที่เรียกว่า “มุมตัน” (Solid Angle) เป็นมุมของกรวย ซึ่งเป็น 3 มิติ โดยมีนิยามของมุมว่า

“มุมจะเกิดจากพื้นที่ผิวของปากกรวย ต่อรัศมียกกำลังสอง”



$$\text{มุม } \phi = \frac{\text{พื้นที่}}{(\text{รัศมี})^2}$$

$$\text{มุม } \phi = \frac{A}{R^2}$$

ในกรณีที่กรวยขยายพื้นที่ขึ้นมากที่สุดจะกลายเป็นทรงกลม พื้นที่จะกลายเป็นพื้นที่ผิวของทรงกลม

$$\text{มุม } \phi = \frac{4\pi R^2}{R^2}$$

$$\text{มุม } \phi = 4\pi \quad \text{sr}$$



3. หน่วยอนุพันธ์ (Derived Units)

เป็นหน่วยที่เกิดขึ้นจากการที่นำหน่วยฐานมาสร้าง ซึ่งการสร้างหน่วยอนุพัทธ์จะเป็นไปตามนิยามของปริมาณต่างๆ เช่น

อัตราเร็ว หมายถึง ระยะทางที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา

$$v = \frac{\Delta s}{t}$$

หน่วยของอัตราเร็วคือ m/s เป็นหน่วยอนุพัทธ์

ความเร่ง หมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

หน่วยของความเร่งคือ m/s² เป็นหน่วยอนุพัทธ์



แรง 1 นิวตัน หมายถึง แรงที่มากกระทำต่อวัตถุมวล 1 กิโลกรัมให้เคลื่อนที่ไปด้วยความเร่ง 1 เมตร/วินาที² หาได้จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

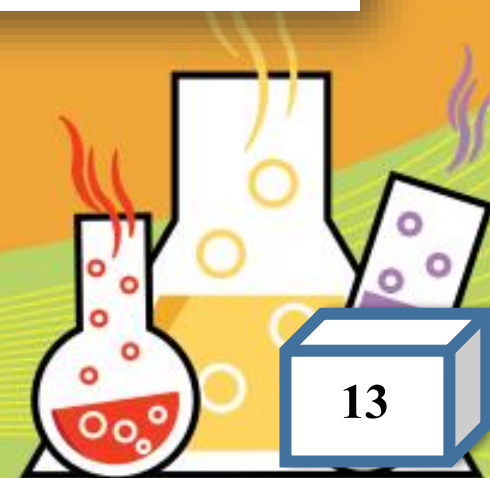
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

หน่วยของแรงคือ $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ เป็นหน่วยอนุพัทธ์หรือตั้งชื่อใหม่เป็น นิวตัน (N)

งาน หมายถึง ผลคูณของแรง กับระยะทางตามแนวแรง

$$W = F \times S$$

หน่วยของงานคือ $\text{N} \cdot \text{m}$ เป็นหน่วยอนุพัทธ์หรือตั้งชื่อใหม่เป็น จูล (J)

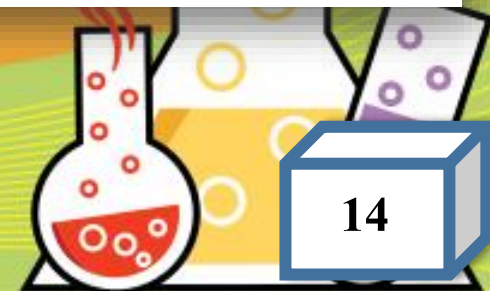


บางครั้งเราอาจจะตั้งชื่อหน่วยอนุพัทธ์ขึ้นใหม่เพื่อสะดวกในการศึกษา และเป็นการให้เกียรติแก่นักวิทยาศาสตร์ที่ศึกษาเรื่องนั้น ตัวอย่างเช่น แรงจะมีหน่วยเป็น นิวตัน (N) นอกจากนี้ยังสะดวกในการใส่คำนำหน้าหน่วย



ตัวอย่างของหน่วยอนุพัทธ์

ปริมาณ	หน่วยอนุพัทธ์	หน่วยฐาน
แรง (Force)	N (Newton)	$\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
งาน (Work)	J (Joule)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$
กำลัง (Power)	W (Watt)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$
ความดัน (Pressure)	Pa (Pascal)	$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}^2$
ประจุไฟฟ้า (Electric Charge)	C (Coulomb)	A·s



4. นำหน้าหน่วย (Prefix)

ในการเขียนตัวเลขในทางวิทยาศาสตร์ตัวเลขที่มีค่ามากๆ หรือน้อยมากๆ จะเขียนอยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (Scientific Notation) เป็นการเขียนตัวเลขอยู่ในรูปของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นสิบและเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็ม ในรูป $A \times 10^n$ ($0 < A < 10$)

$$\begin{array}{rcl} \text{เช่น} & 3,500,000,000 & = & 3.5 \times 10^9 \\ & 0.000000062 & = & 6.2 \times 10^{-8} \end{array}$$



ตัวเลข 10 ยกกำลังจะใช้สัญลักษณ์แทน เพื่อให้นำหน้าหน่วยต่างๆ ทำให้หน่วยนั้นมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงตามค่าของเลข 10 ยกกำลังนั้น ตัวอย่างเช่น ถ้าเรากำหนดให้ M (mega) แทนเลข 10^6 เมื่อมีระยะทางซึ่งมีค่า 8,250,000 m เราก็คะเขียนค่าของระยะทางได้ใหม่ โดยใช้คำนำหน้าหน่วยที่เราตั้งขึ้นไปไว้หน้าหน่วย

$$\begin{array}{rcl} \text{ระยะทาง } 8,250,000 \text{ m} & = & 8.25 \times 10^6 \text{ m} \\ & = & 8.25 \text{ Mm} \end{array}$$



สัญลักษณ์ที่ใช้ และคำนำหน้าหน่วย

คำนำหน้าหน่วย	สัญลักษณ์	แทนค่า
เทระ (tera)	T	10^{12}
จิกะ (giga)	G	10^9
เมกะ (mega)	M	10^6
กิโล (kilo)	k	10^3
เฮกโต (hecto)	h	10^2
เดคา (deka)	da	10
เดซิ (deci)	d	10^{-1}
เซนติ (centi)	c	10^{-2}
มิลลิ (milli)	m	10^{-3}
ไมโคร (micro)	μ	10^{-6}
นาโน (nano)	n	10^{-9}
พิโก (pico)	p	10^{-12}



ตัวอย่าง

วิธีทำ

รัศมีของอะตอมของแก๊สไฮโดรเจน 5.3×10^{-11} เมตร จงเขียนรัศมีของอะตอมในรูปของพิโกเมตร

จาก 1 pm เท่ากับ 10^{-12} m

$$\begin{aligned}\text{รัศมีของอะตอมของแก๊สไฮโดรเจน} &= 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} \\ &= 5.3 \times 10^1 \times 10^{-12} \text{ m} \\ &= 5.3 \times 10^1 \text{ pm} \\ &= 53 \text{ pm} \\ \therefore \text{รัศมีของอะตอมของแก๊สไฮโดรเจน} &= 53 \text{ พิโกเมตร}\end{aligned}$$





ปริมาณเวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์ เป็นปริมาณที่จะต้องมียุทธศาสตร์และทิศทางเป็นส่วนประกอบเพื่อให้เกิดความเข้าใจในปริมาณนั้นชัดเจน เช่น รถยนต์วิ่งไปทางทิศเหนือ 200 เมตร

ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียวแล้วเข้าใจชัดเจน เช่น ให้ความเวลาในการสอบ 2 ชั่วโมง

ความแตกต่างของปริมาณทั้งสองอยู่ตรงที่ ปริมาณเวกเตอร์ไม่สามารถนำขนาด (ตัวเลข) มาบวก ลบ คูณ หาร ได้ทันทีเหมือนปริมาณสเกลาร์





การเขียนปริมาณเวกเตอร์

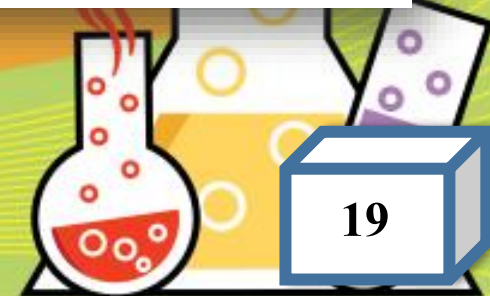
ในการเขียนปริมาณเวกเตอร์จะมีรูปแบบการเขียนแตกต่างกันออกไปจากปริมาณสเกลาร์ โดยการ
ใช้หัวลูกศรอยู่บนสัญลักษณ์ที่แทนปริมาณเวกเตอร์นั้น เช่น

$\vec{A}$ อ่านว่า เวกเตอร์ A

$\vec{B}$ อ่านว่า เวกเตอร์ B

ตัวอย่างของปริมาณเวกเตอร์ และสเกลาร์

ปริมาณเวกเตอร์	ปริมาณสเกลาร์
ความเร็ว ($\vec{v}$)	อัตราเร็ว (v)
ความเร่ง ($\vec{a}$)	อัตราเร่ง (a)
การกระจัด ($\vec{d}$)	ระยะทาง (S)
แรง ($\vec{F}$)	เวลา (t)
สนามไฟฟ้า ($\vec{E}$)	มวล (m)



การเขียนปริมาณเวกเตอร์ต้องอธิบายให้ชัดเจนว่าปริมาณเวกเตอร์มีขนาดเท่าใด และทิศทางไปทางไหน ในการอธิบายความหมายของปริมาณเวกเตอร์แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1. แบบบรรยาย

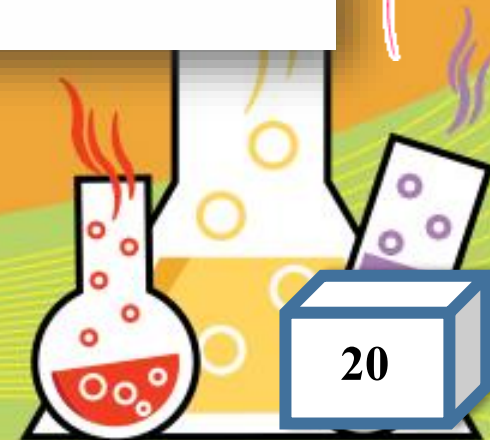
เป็นการเขียนโดยใช้คำอธิบายขยายความของปริมาณเวกเตอร์ทั้งขนาดและทิศทาง

$\vec{a}$ = วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 2 m/s^2 มีทิศทางไปทางทิศเหนือ

$\vec{d}$ = บ้านห่างจากวิทยาลัยเป็นระยะทาง 2 กิโลเมตร มีทิศทางไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ของวิทยาลัย

$\vec{F}$ = ออกแรงดันวัตถุขนาด 4 นิวตัน มีทิศทางทำมุม 30° กับแนวนอน

การเขียนแบบนี้จะเป็นการบอกปริมาณเป็นตัวเลขและทิศทาง สำหรับทิศทางอาจจะบอกได้หลายรูปแบบ เช่น ใช้ทิศของภูมิศาสตร์ หรือบอกเป็นมุมทางคณิตศาสตร์



2. การเขียนแบบใช้ลูกศร

การเขียนปริมาณเวกเตอร์โดยใช้ลูกศรแทนปริมาณเวกเตอร์



หัวลูกศร

แสดง

ทิศทาง

ความยาวลูกศร

แสดง

ขนาดของปริมาณโดยใช้สเกลย่อ



ในการเขียนแบบนี้จะเป็นการเขียนที่นิยมใช้กับปริมาณเวกเตอร์มากที่สุดเพราะสะดวก รวดเร็ว และสามารถนำไปอธิบายในเรื่องการบวก ลบ การหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ได้ชัดเจน

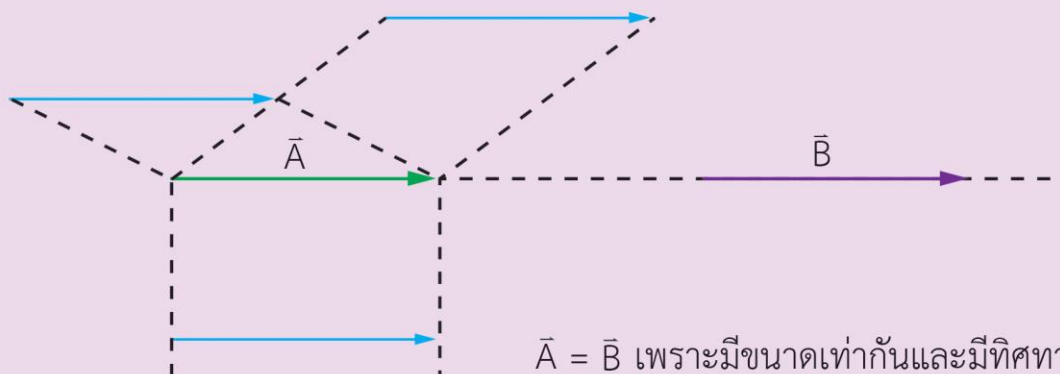




ข้อสังเกต

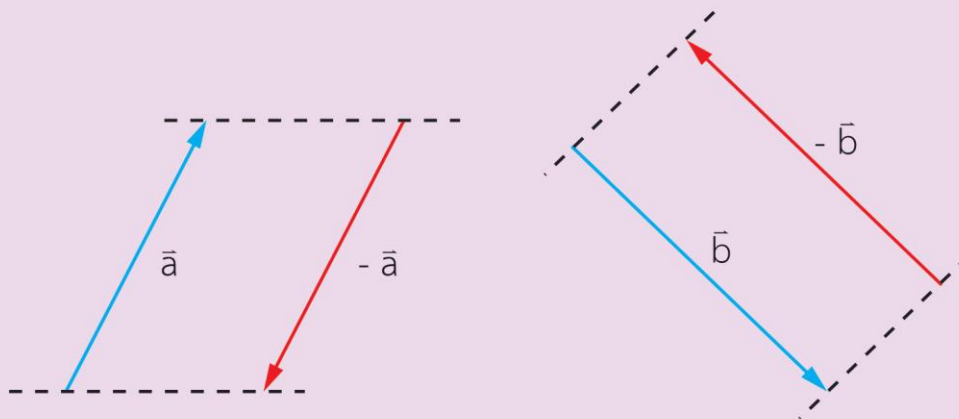


① การเขียนเวกเตอร์แบบลูกศรสามารถจะเคลื่อนย้ายลูกศรไปทางไหนก็ได้ หรืออาจจะบอกว่าเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่เท่ากัน



$\vec{A} = \vec{B}$ เพราะมีขนาดเท่ากันและมีทิศทางไปทางเดียวกัน

② เวกเตอร์ลบ จะหมายถึง ปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับเวกเตอร์เดิม แต่มีขนาดเท่ากัน ไม่ได้หมายความว่ากระทำทำให้เวกเตอร์มีค่าน้อยลงไปตามหลักคณิตศาสตร์



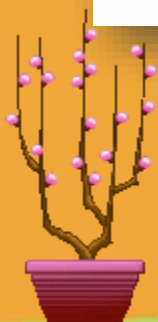
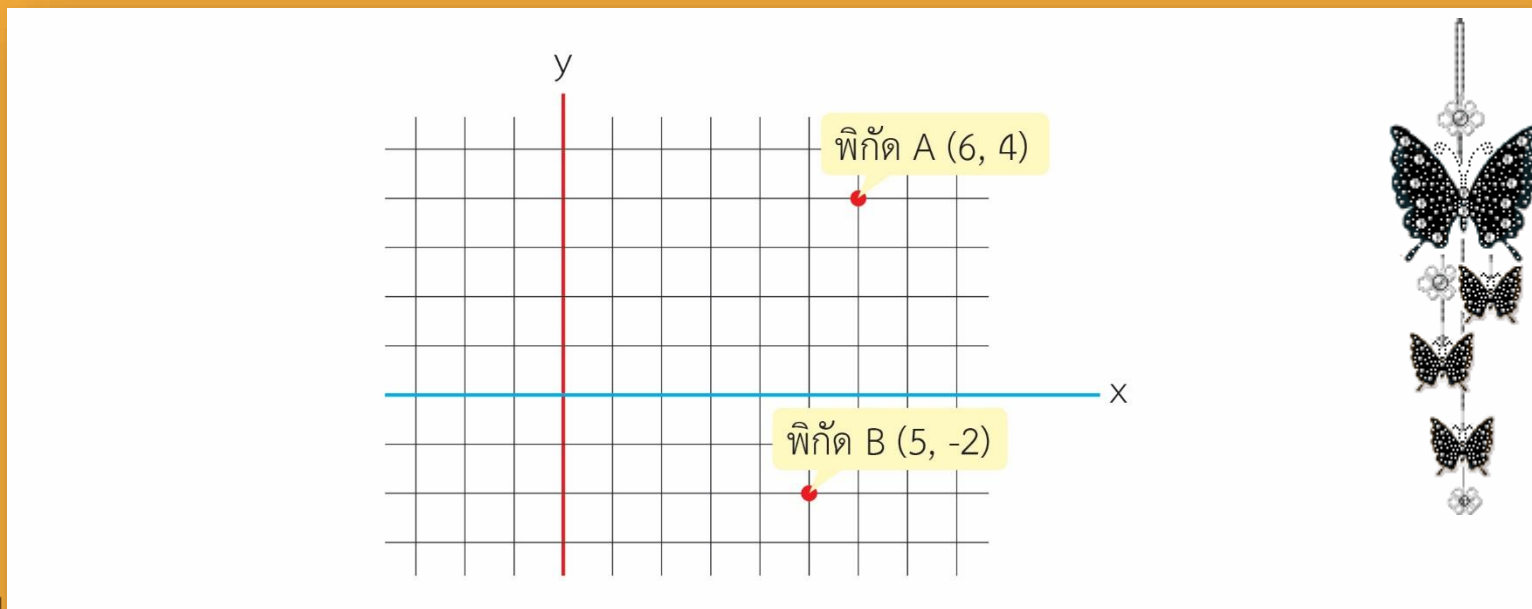
$\vec{a} \neq -\vec{a}$ เพราะทิศทางตรงกันข้าม



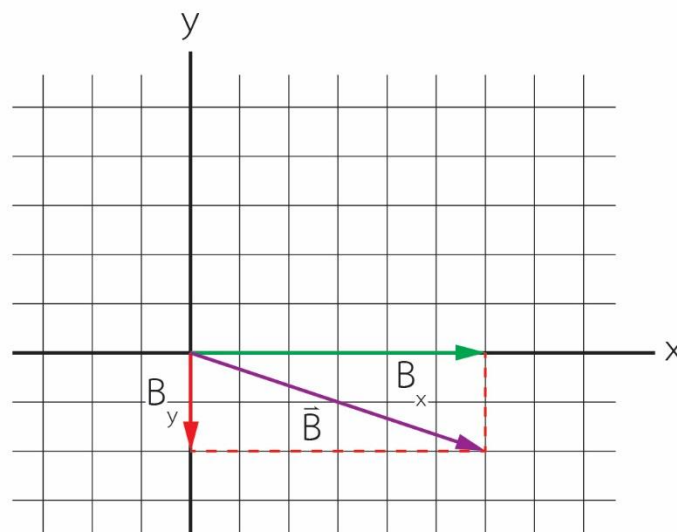
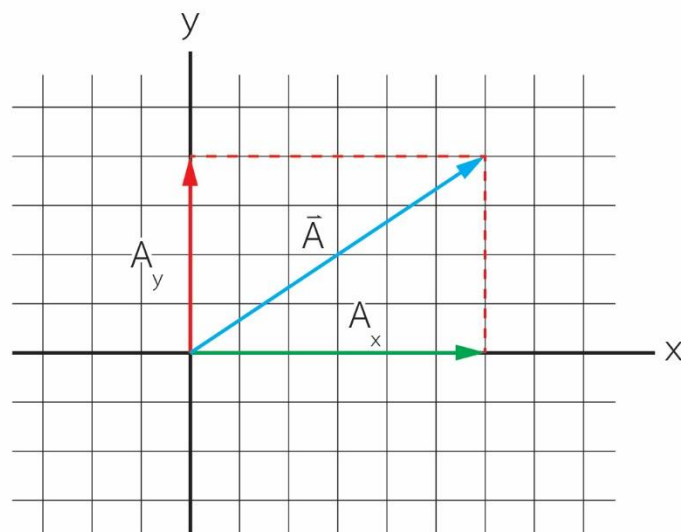


การหาคู่ประกอบของเวกเตอร์ในระบบแกน 2 มิติ

การแยกเวกเตอร์ไปในแนวแกน x และ y จะเหมือนกับการบอกพิกัดของจุดใดจุดหนึ่งบนแกน x และ y



ในทำนองเดียวกัน ถ้าเราเขียนเวกเตอร์ $\vec{A}$ และเวกเตอร์ $\vec{B}$



เราสามารถหาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x และ y ได้ดังนี้

องค์ประกอบของ $\vec{A}$ ในแนวแกน x มีค่า 6 หน่วย

องค์ประกอบของ $\vec{A}$ ในแนวแกน y มีค่า 4 หน่วย

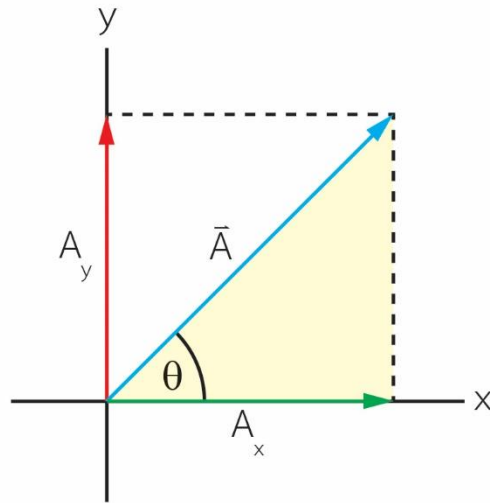
องค์ประกอบของ $\vec{B}$ ในแนวแกน x มีค่า 5 หน่วย

องค์ประกอบของ $\vec{B}$ ในแนวแกน y มีค่า -2 หน่วย



นอกจากนี้เรายังสามารถหาค่าประกอบของเวกเตอร์โดยอาศัยตรีโกณมิติมาช่วย

- ในกรณีที่เวกเตอร์ทำมุมกับแนวราบ (แกน x)

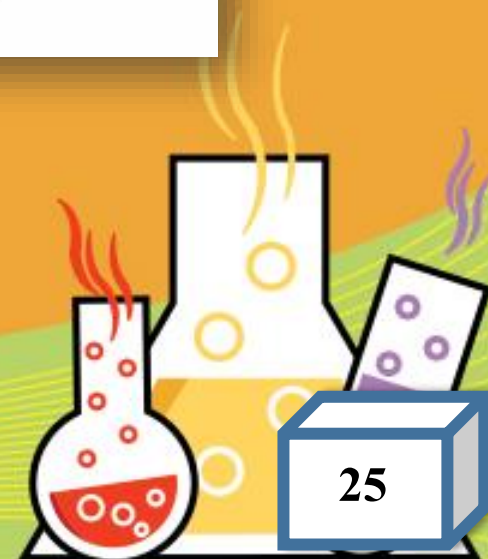


$$\cos\theta = \frac{A_x}{A}$$

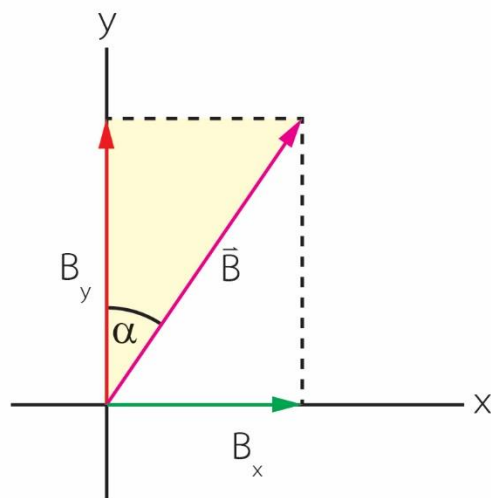
$$A_x = A \cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A}$$

$$A_y = A \sin\theta$$



- ในกรณีที่เวกเตอร์ทำมุมกับแนวตั้ง (แกน y)



$$\cos\alpha = \frac{B_y}{B}$$

$$B_y = B \cos\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{B_x}{B}$$

$$B_x = B \sin\alpha$$



สรุปได้ว่า

การหาองค์ประกอบของเวกเตอร์โดยใช้ตรีโกณมิติ

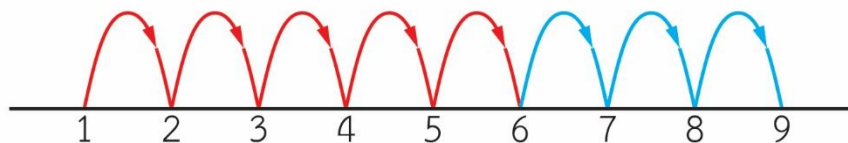
“ถ้าเวกเตอร์ทำมุมกับแกนใด องค์ประกอบทางแกนนั้นจะเป็นผลคูณของเวกเตอร์กับค่า cosine ของมุมนั้น ส่วนอีกแกนจะเป็นผลคูณของเวกเตอร์กับค่า sine ของมุมนั้น”



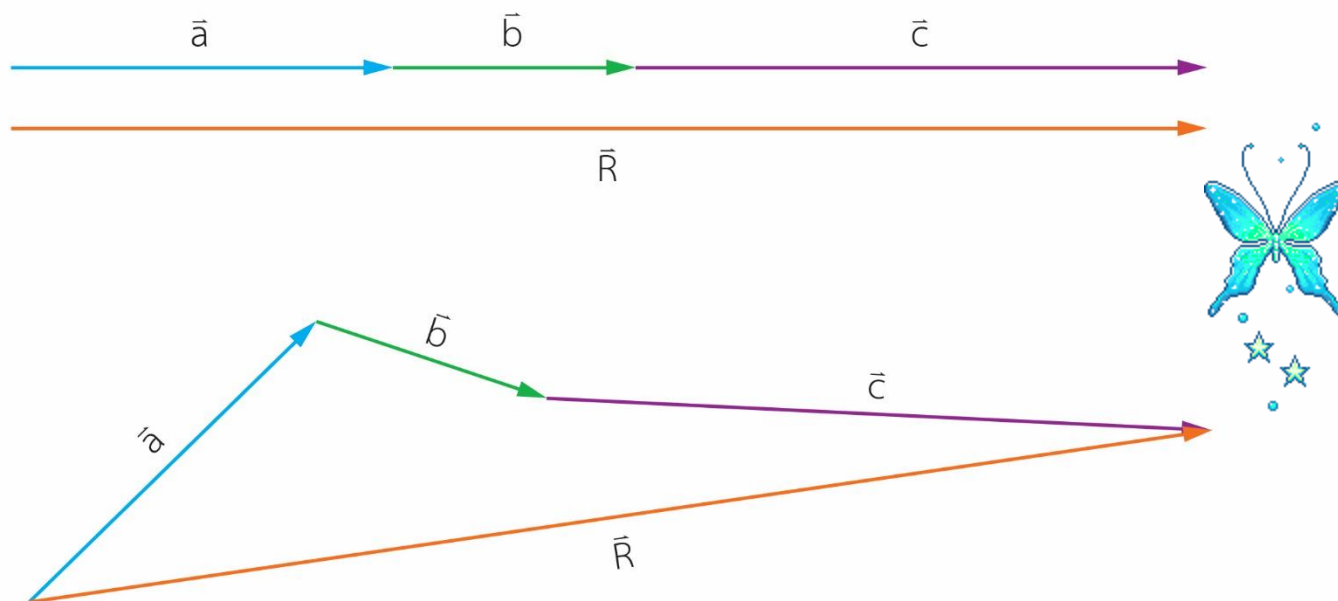


ในการบวกปริมาณสเกลาร์ การบวกคือการนับเพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ

$$5 + 3 = 8$$



ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง การนำปริมาณเวกเตอร์มาบวกกัน ก็คือการนำเวกเตอร์แต่ละตัวมาต่อเรียงกันไป



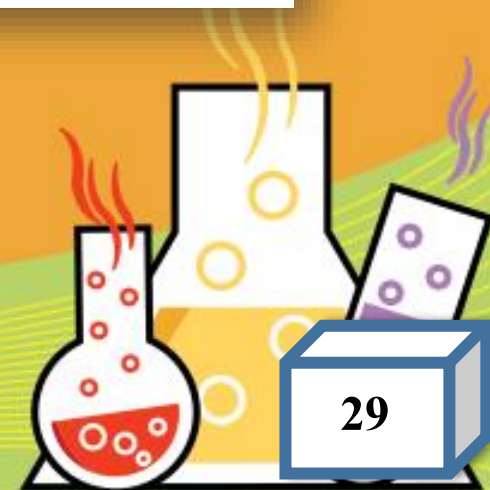
จากรูป ถ้าเวกเตอร์แต่ละตัวมีทิศทางเดียวกัน ขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์จะเท่าขนาดของเวกเตอร์แต่ละตัวนำมาบวกกัน เหมือนการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์ แต่ถ้าเวกเตอร์แต่ละตัวมีทิศทางไม่อยู่ในแนวเดียวกัน การนำเวกเตอร์มาบวกกันขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์จะไม่เท่าขนาดของเวกเตอร์แต่ละตัวนำมาบวกกัน เหมือนการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์

ดังนั้น การบวกเวกเตอร์จึงไม่เหมือนกับการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์เพราะจะต้องนำทิศทางมาพิจารณด้วย ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง ผลลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ เรียกว่า เวกเตอร์ลัพธ์ ($\vec{R}$)

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$



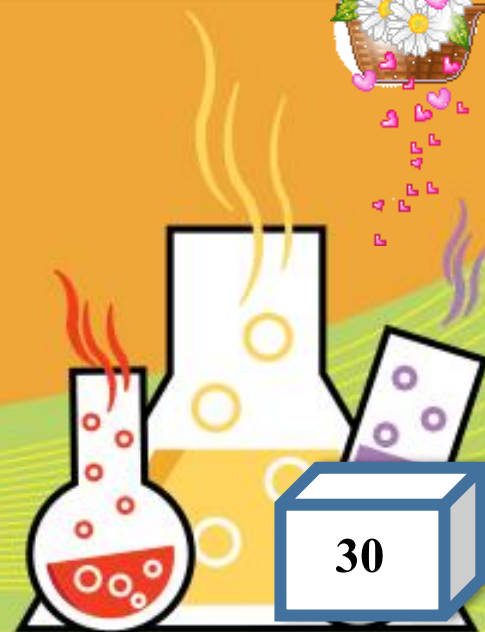
ทิศทางของเวกเตอร์จะมีทิศทางที่แตกต่างกันออกไปมากมาย ดังนั้น การที่เราจะนำปริมาณเวกเตอร์หลายๆ ตัวมาบวกกลับกัน ไม่สามารถจะนำขนาดของเวกเตอร์มาบวกหรือลบกันตามหลักการบวกเลขได้



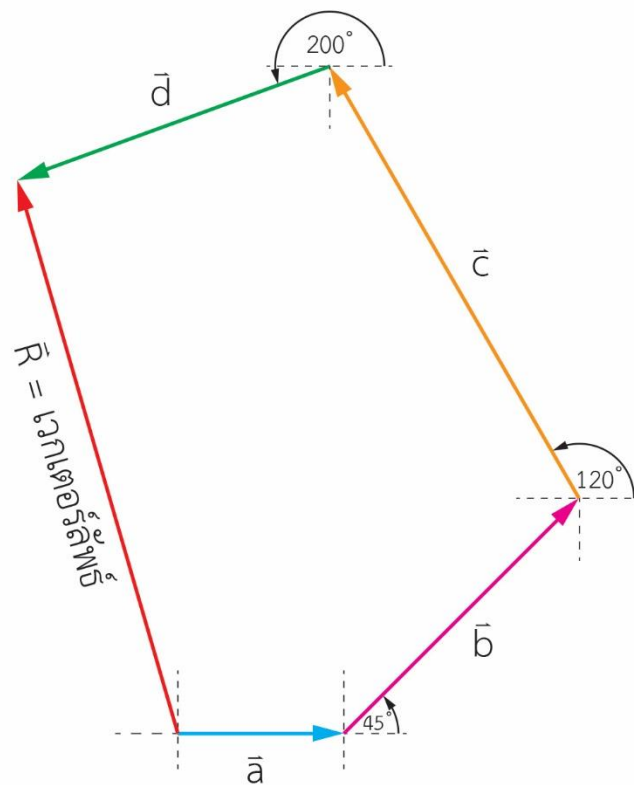


1. การบวกเวกเตอร์โดยการวาดรูป

การหาผลลัพธ์ของการบวกแบบนี้จะใช้วิธีการวาดรูปโดยใช้ลูกศรแทนปริมาณเวกเตอร์ แต่ละเวกเตอร์จะใช้สเกลเดียวกัน จากนั้นนำเวกเตอร์ที่โจทย์กำหนดมาบวกกัน โดยเอาหางของเวกเตอร์ที่ 2 ไปต่อกับหัวเวกเตอร์แรก และต่อเรียงกันไป ผลลัพธ์ของการบวกจะเป็นเวกเตอร์ที่ลากจากหางเวกเตอร์แรกไปยังหัวเวกเตอร์สุดท้าย เรียกว่า เวกเตอร์ลัพธ์ ขนาดและทิศทาง จะได้จากการวัด ตัวอย่างเช่น จากเวกเตอร์ที่กำหนดให้ จงหาผลบวกเวกเตอร์ทั้งหมด



$\vec{a}$	มีขนาด	4	เมตร	ทำมุม	0	องศา
$\vec{b}$	มีขนาด	8	เมตร	ทำมุม	45	องศา
$\vec{c}$	มีขนาด	12	เมตร	ทำมุม	120	องศา
$\vec{d}$	มีขนาด	8	เมตร	ทำมุม	200	องศา



$\therefore$ จากรูปผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหมดมีขนาดประมาณ 14 เมตร มีทิศทางทำมุมประมาณ 105 องศา

2. การบวกเวกเตอร์โดยการคำนวณ

ในการคำนวณจะต้องคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์และทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์
ซึ่งเราจะแบ่งลักษณะของการคำนวณออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 การบวกเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์

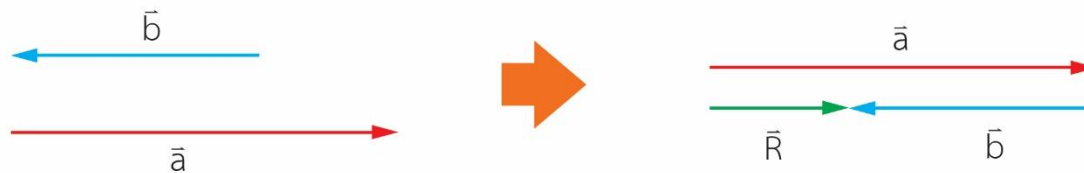
- กรณีเวกเตอร์มีทิศทางเดียวกัน



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R = a + b \quad \text{เอาขนาดเวกเตอร์มาบวกกัน}$$

- กรณีเวกเตอร์มีทิศทางตรงข้ามกัน

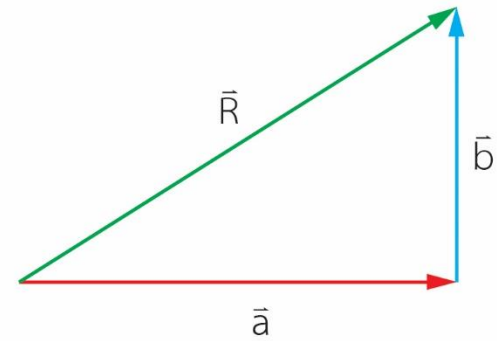
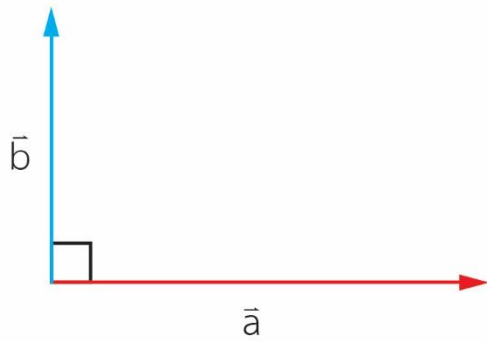


$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R = a - b \quad \text{เอาขนาดเวกเตอร์มาลบกัน}$$

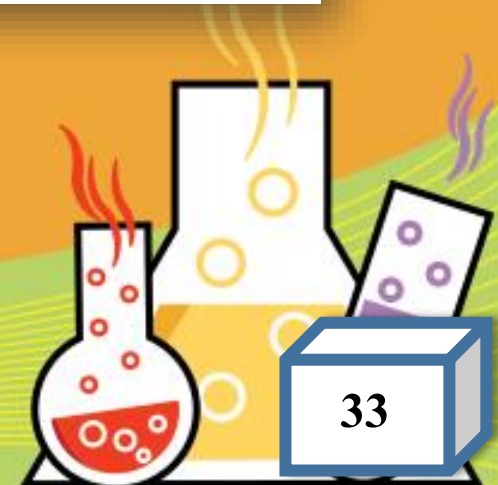


- กรณีเวกเตอร์ทำมุมกัน 90°



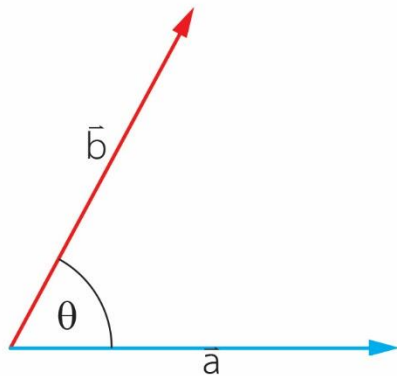
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ ใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส}$$



- กรณีเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ทำมุมกัน (θ)

จะหาผลลัพธ์โดยการคำนวณจากสูตร ซึ่งที่มาของสูตรจะมาจากการบวกโดยการวาดรูป โดยกำหนดขนาดของเวกเตอร์ทั้งสองและมุมระหว่างเวกเตอร์

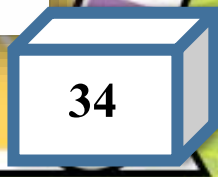
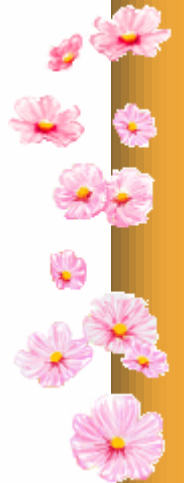
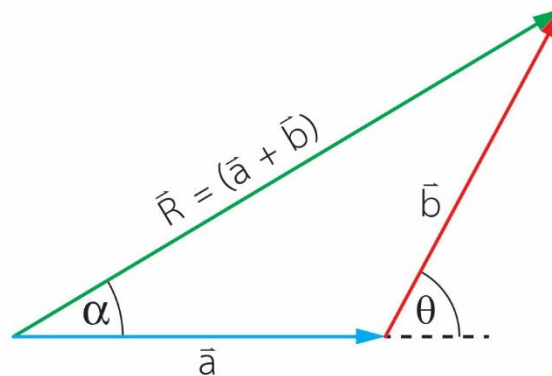


ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{a} = a$

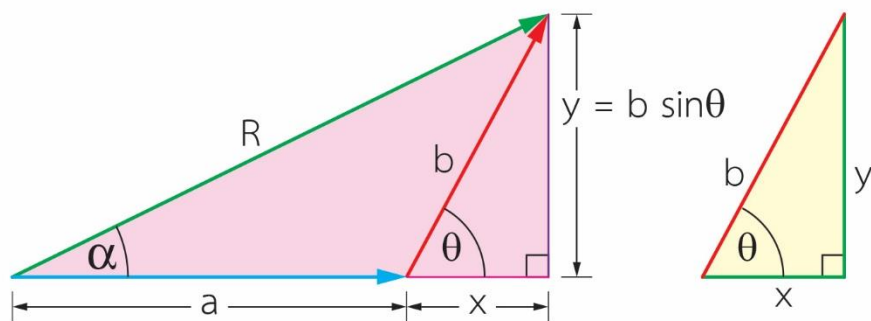
ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{b} = b$

มุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{a}$ กับ $\vec{b}$ คือ θ

เมื่อนำเวกเตอร์ทั้ง 2 มาบวกกันโดยการวาดรูปจะได้



การคำนวณหาค่าเวกเตอร์ลัพธ์ ($\vec{R}$) จะอาศัยสร้างให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขึ้นโดยลากเพิ่มเติมบางส่วนขึ้นคือ x และ y



$$b^2 = x^2 + y^2$$

$$\sin \theta = \frac{y}{b}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{b}$$

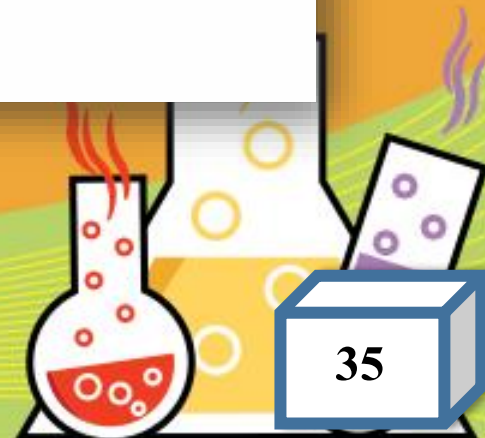
จากทฤษฎีของไพทาโกรัส จะได้

$$R^2 = (a + x)^2 + y^2$$

$$R^2 = a^2 + 2ax + x^2 + y^2$$

$$R^2 = a^2 + 2ax + b^2$$

$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$$



$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

หาทิศทาง จากตรีโกณมิติ

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{y}{a + x} \\ &= \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}$$

สรุปได้ว่า การคำนวณผลบวกของเวกเตอร์

หาขนาดเวกเตอร์ลัพธ์ได้จากสูตร $\|\vec{R}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$

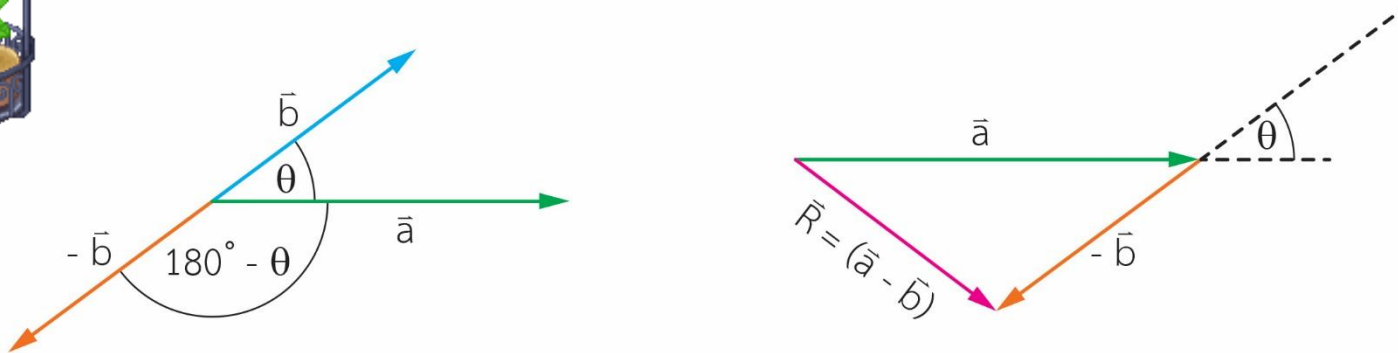
หาทิศทางได้จากสูตร $\tan \alpha = \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}$





นอกจากนี้เรายังนำมาใช้กับการลบเวกเตอร์ได้ เพราะการลบเวกเตอร์ก็คือ การบวกด้วยเวกเตอร์ลบ

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



เมื่อเวกเตอร์ $\vec{b}$ ทำมุมกับ $\vec{a}$ มีค่า θ เวกเตอร์ $-\vec{b}$ จะทำมุมกับเวกเตอร์ $\vec{a}$ เท่ากับ $180^\circ - \theta$ เพราะ $\vec{b}$ กับ $-\vec{b}$ ทิศทางตรงข้ามกัน เมื่อแทนค่า θ ด้วย $180^\circ - \theta$ ค่าของ $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ ค่าของ $\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$

หาขนาดเวกเตอร์ลัพธ์ได้จากสูตร

$$\|\vec{R}\| \ (\vec{a} - \vec{b}) = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos\theta}$$

หาทิศทางได้จากสูตร

$$\tan \alpha = \frac{-b \sin\theta}{a - b \cos\theta}$$



การคำนวณการบวกเวกเตอร์จะนำไปใช้ในเรื่องของการรวมแรงและการหาผลรวมของโมเมนตัมต่อไป

ตัวอย่าง

วิธีทำ

ลิ มีขนาด 50 เมตร บิ มีขนาด 30 เมตร ทำมุมกัน 60 องศา จงหาขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์

ก. เมื่อนำเวกเตอร์ทั้งสองมาบวกกัน

ข. เมื่อนำเวกเตอร์ทั้งสองมาลบกัน

ค. เมื่อนำเวกเตอร์ทั้งสองมาบวกกัน

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร } R &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} \\ &= \sqrt{50^2 + 30^2 + (2)(50)(30)(\cos 60^\circ)} \\ &= \sqrt{2,500 + 900 + 3,000(0.5)} \\ &= \sqrt{3,400 + 1,500} \\ &= \sqrt{4,900} \\ &= 70 \text{ เมตร}\end{aligned}$$

∴ เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 70 เมตร

ข. เมื่อนำเวกเตอร์ทั้งสองมาลบกัน

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร } R &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta} \\ &= \sqrt{50^2 + 30^2 - (2)(50)(30)(\cos 60^\circ)} \\ &= \sqrt{2,500 + 900 - 3,000(0.5)} \\ &= \sqrt{3,400 - 1,500} \\ &= \sqrt{1,900} \\ &= 43.59 \text{ เมตร}\end{aligned}$$

∴ เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 43.59 เมตร



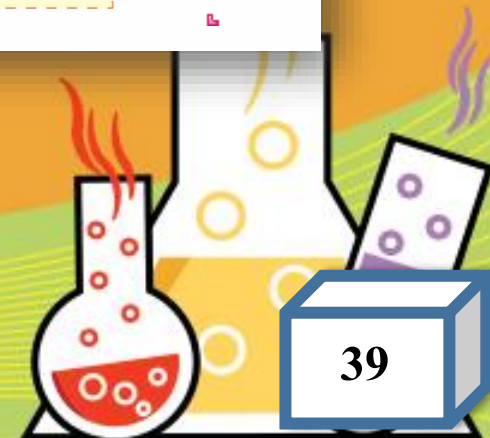
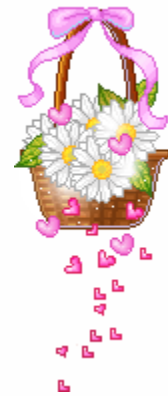
2.2 การบวกเวกเตอร์โดยการหาผลบวกขององค์ประกอบเวกเตอร์ ในกรณีที่มีเวกเตอร์มากกว่า 2 เวกเตอร์ขึ้นไปการคำนวณหาเวกเตอร์ลัพธ์จะใช้วิธีการหาองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ของเวกเตอร์แต่ละตัว จากนั้นนำองค์ประกอบในแกน x และ y ของแต่ละเวกเตอร์มารวมกัน ซึ่งจะรวมกันได้เหมือนกับการบวกตัวเลข เพราะมีทิศทางแนวเดียวกัน จะได้

$$\text{ผลบวกเวกเตอร์ทางแกน x, } R_x = a_x + b_x + c_x + \dots$$

$$\text{ผลบวกเวกเตอร์ทางแกน y, } R_y = a_y + b_y + c_y + \dots$$

หาผลบวกของเวกเตอร์ลัพธ์ จาก

$$\|R\| = \sqrt{(\text{ผลบวกเวกเตอร์ทางแกน x})^2 + (\text{ผลบวกเวกเตอร์ทางแกน y})^2}$$



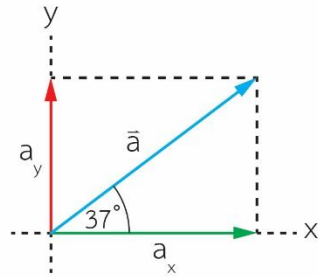
ตัวอย่าง

จงหาผลบวกของเวกเตอร์ในแนวแกน x และ y

กำหนดให้	$\vec{a}$	มีขนาด	10	เมตร ทำมุม	37°
	$\vec{b}$	มีขนาด	20	เมตร ทำมุม	143°
	$\vec{c}$	มีขนาด	20	เมตร ทำมุม	180°
	$\vec{d}$	มีขนาด	10	เมตร ทำมุม	233°

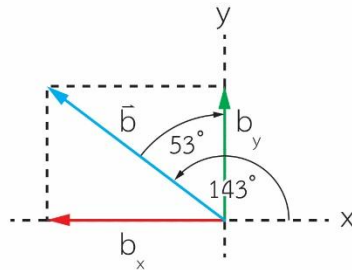


วิธีทำ



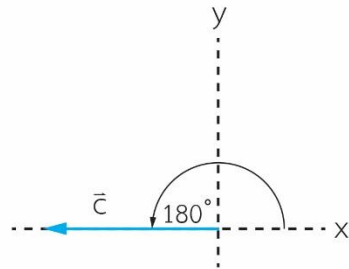
$$\begin{aligned} a_x &= a \cos 37^\circ \\ &= (10)(0.8) \\ &= 8 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_y &= a \sin 37^\circ \\ &= (10)(0.6) \\ &= 6 \text{ m} \end{aligned}$$



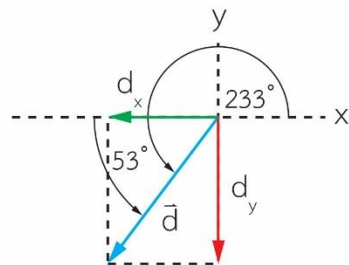
$$\begin{aligned} b_x &= -b \sin 53^\circ \\ &= (-20)(0.8) \\ &= -16 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_y &= b \cos 53^\circ \\ &= (20)(0.6) \\ &= 12 \text{ m} \end{aligned}$$



$$c_x = -20 \text{ m}$$

$$c_y = 0 \text{ m}$$



$$\begin{aligned} d_x &= -d \cos 53^\circ \\ &= (-10)(0.6) \\ &= -6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_y &= -d \sin 53^\circ \\ &= (-10)(0.8) \\ &= -8 \text{ m} \end{aligned}$$



หาผลบวกทางแกน x

$$\begin{aligned}R_x &= a_x + b_x + c_x + d_x \\ &= 8 + (-16) + (-20) + (-6)\end{aligned}$$

$$R_x = -34 \text{ เมตร}$$

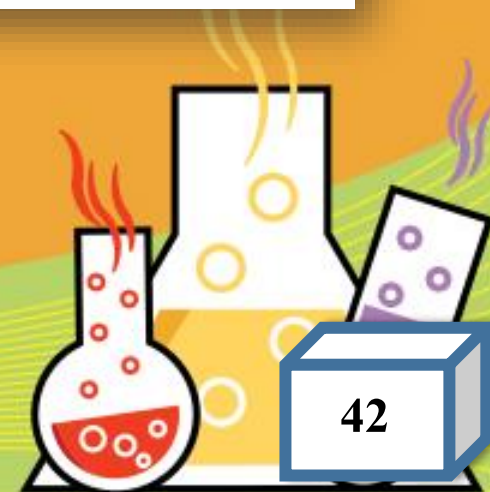
∴ ผลรวมของเวกเตอร์ในแนวแกน x = - 34 เมตร

หาผลบวกทางแกน y

$$\begin{aligned}R_y &= a_y + b_y + c_y + d_y \\ &= 6 + 12 + 0 + (-8)\end{aligned}$$

$$R_y = 10 \text{ เมตร}$$

∴ ผลรวมของเวกเตอร์ในแนวแกน y = 10 เมตร





① หน่วยของการวัด

หน่วยในระบบ SI แบ่งเป็น 3 ประเภท

1.1 หน่วยฐาน เป็นหน่วยเบื้องต้นของปริมาณต่างๆ

1.2 หน่วยเสริม เป็นหน่วยในการวัดมุม

1.3 หน่วยอนุพัทธ์ เป็นหน่วยที่เกิดจากหน่วยฐานมาผสมกัน อาจจะตั้งชื่อเป็นหน่วยใหม่ขึ้นเพื่อสะดวกในการเรียก

② คำนำหน้าหน่วย

เป็นคำที่ใช้แทนเลข 10 ยกกำลังเป็นจำนวนเต็ม ใช้นำหน้าหน่วยเพื่อให้หน่วยมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงตามค่าของเลข 10 ยกกำลังที่ใช้คุณหน่วยนั้น

③ ปริมาณเวกเตอร์

เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางซึ่งมีลักษณะแตกต่างจากปริมาณสเกลาร์ที่ใช้ทั่วๆ ไป

3.1 การเขียนเวกเตอร์

- เขียนแบบบรรยาย
- เขียนแบบลูกศร

3.2 การหาค่าประกอบเวกเตอร์ในระบบแกน 2 มิติทำมุมกับแกนไหน ค่าทางแกนนั้นจะเป็นผลคูณของเวกเตอร์กับค่าฟังก์ชัน cosine ของมุมนั้น ส่วนอีกแกนจะเป็นผลคูณของเวกเตอร์กับค่าฟังก์ชัน sine ของมุมนั้น



3.3 การบวกเวกเตอร์

- การบวกโดยการวาดรูป
เอาหางต่อกับหัวของเวกเตอร์เรียงไปเรื่อยๆ
- การบวกโดยการคำนวณ

1. การบวก 2 เวกเตอร์

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \|\vec{R}\| &= (\vec{a} + \vec{b}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} \\ \tan \alpha & &= \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\|\vec{R}\| &= (\vec{a} - \vec{b}) &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta} \\ \tan \alpha & &= \frac{-b \sin \theta}{a - b \cos \theta}\end{aligned}$$

2. การหาผลบวกขององค์ประกอบของเวกเตอร์

$$\text{ผลบวกทางแกน } x, \quad R_x = a_x + b_x + c_x + \dots$$

$$\text{ผลบวกทางแกน } y, \quad R_y = a_y + b_y + c_y + \dots$$

$$\text{หา } R \text{ ได้จาก} \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

หาทิศทาง ได้จาก

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

