

หน่วยที่

6



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

แนวคิด

การเคลื่อนที่ของวัตถุนอกจากจะเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรงซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ใน 1 มิติ ยังมีการเคลื่อนที่แบบต่างๆ ซึ่งเป็นลักษณะของการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ โพรเจกไทล์เป็นแบบหนึ่งของการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นจากการที่วัตถุเคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่มีแรงกระทำไม่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่





สาระการเรียนรู้

- 1 ลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
- 2 ความเร็วของวัตถุ
- 3 สมการของการเคลื่อนที่



ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

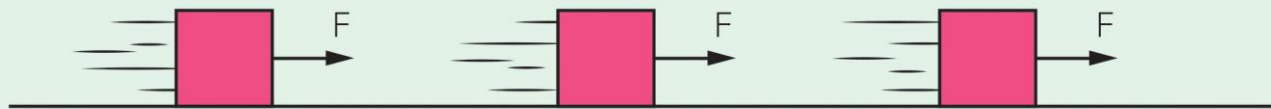
- 1 บอกลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ได้
- 2 หาความเร็วของวัตถุ ณ จุดต่างๆ ได้
- 3 คำนวณหาความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ได้
- 4 เพื่อส่งเสริมให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ มีความสนใจและเห็นคุณค่าของการเรียนวิทยาศาสตร์
- 5 เพื่อให้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและวิชาชีพในเชิงที่มีอิทธิพลและผลกระทบซึ่งกันและกัน
- 6 เพื่อสร้างเจตคติที่เหมาะสมในการใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมีคุณธรรมและมีความรับผิดชอบต่อนตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม



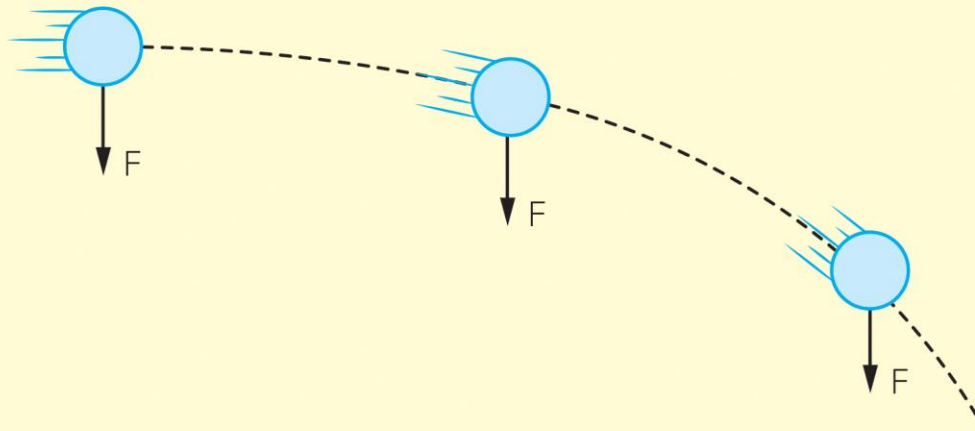


ลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นผลมาจากการกระทำของแรง ซึ่งจะมีลักษณะแตกต่างกันออกไปตามทิศของแรงที่กระทำ



วัตถุเคลื่อนที่เข้าไปในทิศเดียวกับทิศที่มีแรงกระทำวัตถุจะเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรง

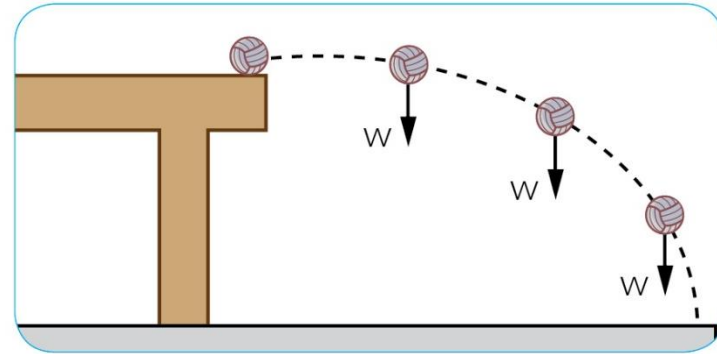


วัตถุเคลื่อนที่เข้าไปในทิศตั้งฉากกับทิศที่มีแรงกระทำวัตถุจะเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นโค้ง



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นการเคลื่อนที่ที่เกิดจากวัตถุเคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่มีแรงกระทำ โดยทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่เข้าไปไม่อยู่ในทิศเดียวกับทิศของแรงที่กระทำ แรงจะกระทำให้ทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุเปลี่ยนไป วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นโค้ง มีลักษณะเหมือนเส้นกราฟพาราโบลา ตัวอย่างเช่นการขว้างวัตถุออกไปในอากาศ

จากรูปเมื่อวัตถุหลุดจากขอบโต๊ะออกไป แรงโน้มถ่วงของโลกจะดึงให้วัตถุตกลงไป ทำให้แนวทางการเคลื่อนที่ของวัตถุค่อยๆ เบนลงมาตามแนวแรง เกิดแนวของการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งรูปพาราโบลา



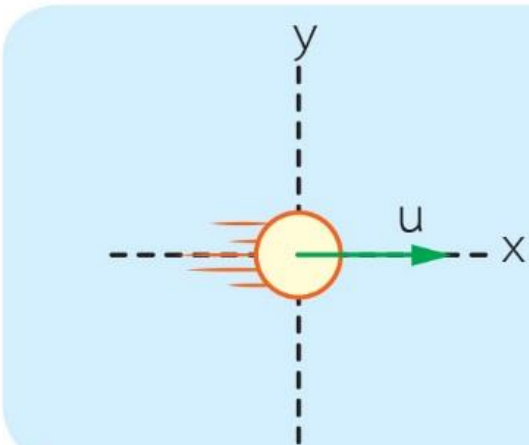
รูปลักษณะของการเคลื่อนที่วัตถุตก



ลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จะเกิดจากการที่วัตถุเคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่มีแรงกระทำ แต่ทิศทางที่เคลื่อนที่ไปไม่ได้อยู่ในแนวเดียวกับทิศทางของแรงจึงทำให้แนวทางการเคลื่อนที่ของวัตถุเบนไปตามแนวของแรงที่มากระทำ ลักษณะของแนวทางการเคลื่อนที่ของโพรเจกไทล์จะแตกต่างกันออกไปตามทิศทางของความเร็วต้น (u) ที่วัตถุเคลื่อนที่ออกไป ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ



ทิศทางของความเร็วต้นอยู่ในแนวระดับ



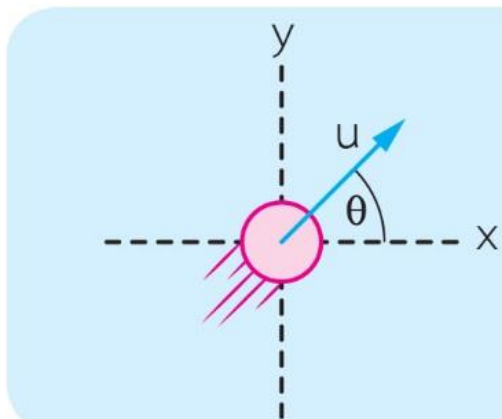
$$\begin{aligned} u_x &= u \\ u_y &= 0 \end{aligned}$$

รูปความเร็วต้นของวัตถุอยู่ในแนวระดับ





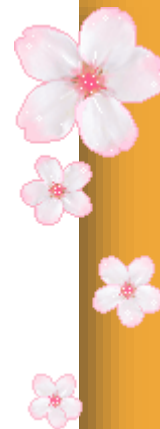
ทิศทางการความเร็วต้นทำมุม ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)



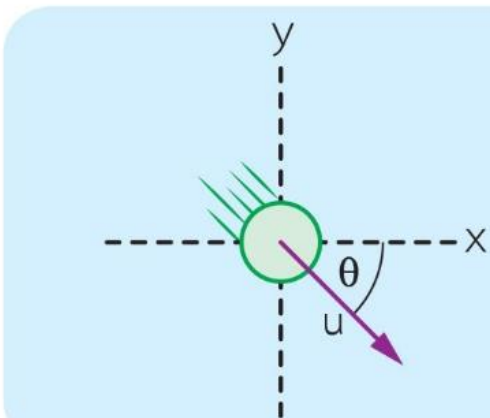
$$u_x = u \cos \theta$$

$$u_y = u \sin \theta$$

รูปความเร็วต้นทำมุม θ กับแนวราบ



ทิศทางการความเร็วต้นเป็นมุมก้ม



$$u_x = u \cos \theta$$

$$u_y = u \sin \theta$$

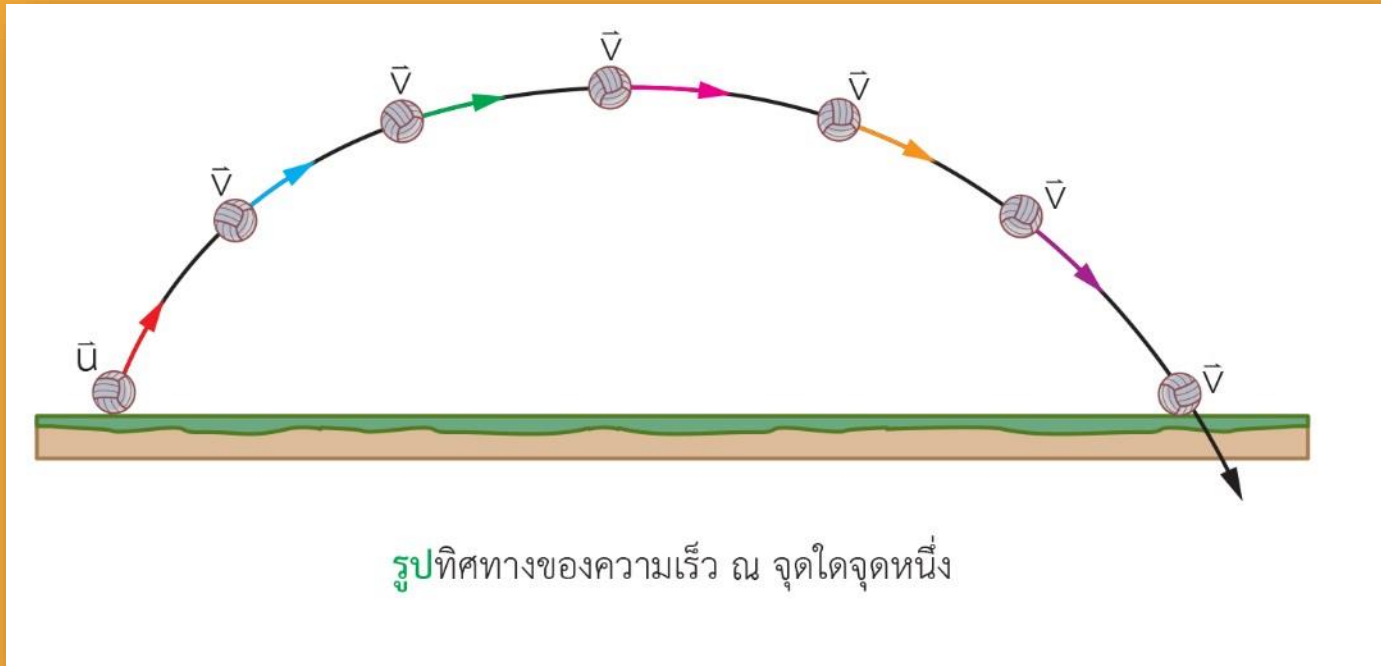
รูปความเร็วต้นทำมุมก้มกับแนวราบ





ความเร็วของวัตถุ

เนื่องจากแรงที่มากระทำต่อวัตถุจะทำให้ทิศทางของการเคลื่อนที่ของวัตถุเบนไปตามแนวเดิมตลอดเวลา ดังนั้น ทิศทางของความเร็วของวัตถุจะมีทิศทางเปลี่ยนแปลงไปตลอดเวลา โดยทิศทางของความเร็ว ณ จุดใดจะมีทิศทางตามแนวทิศของเส้นสัมผัสของแนวทางของการเคลื่อนที่ ณ จุดนั้น ดังรูป



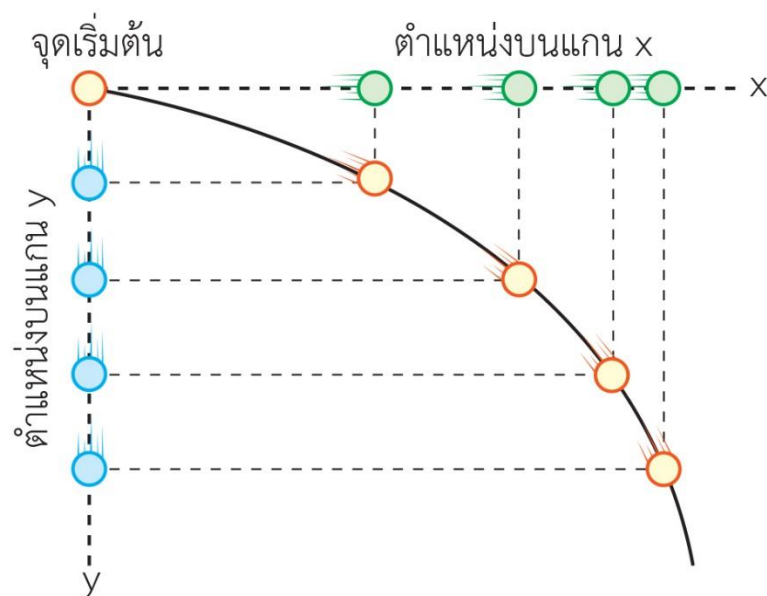
รูปทิศทางของความเร็ว ณ จุดใดจุดหนึ่ง



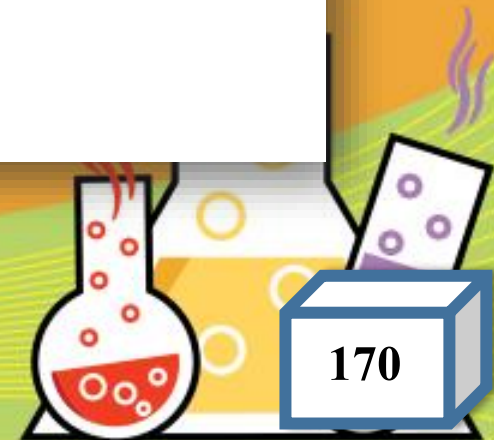
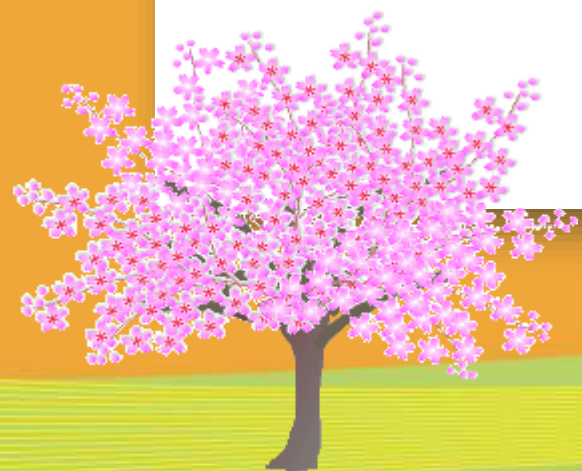


การหาค่าของความเร็ว ณ จุดใดจุดหนึ่ง

ในการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโปรเจกไทล์จะเหมือนกับการเคลื่อนที่ในแนวราบ (x) และแนวดิ่ง (y) พร้อมๆ กัน เราเรียกว่าเป็นการเคลื่อนที่ 2 มิติ โดยใช้เวลาเท่ากัน



รูปเงาของวัตถุเคลื่อนที่บนแกน x และ y



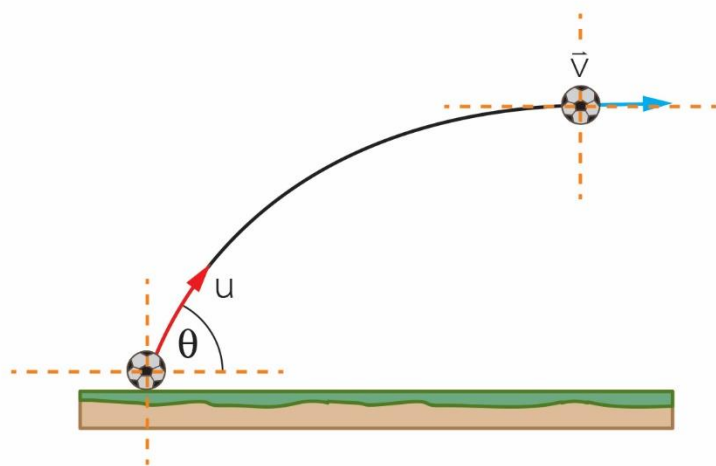
1 ความเร็วในแนวระดับ (แกน x)

ไม่มีแรงมากระทำต่อวัตถุ ดังนั้น “ทุกจุดจะมีความเร็วในแนวราบเท่ากันหมด”

ตัวอย่าง

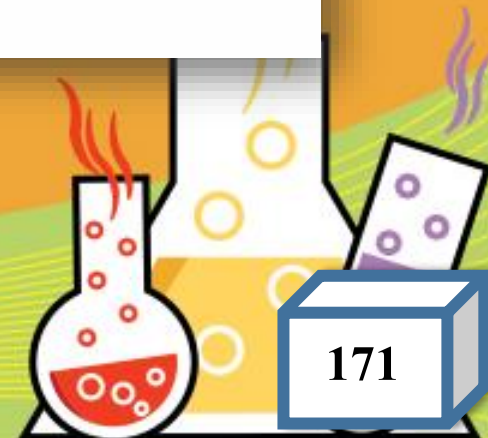
วิธีทำ

เตะลูกบอลออกไปด้วยความเร็วต้น 20 m/s ทำมุม 60 องศา จงหาว่าที่จุดสูงสุด ลูกบอลมีความเร็วเท่าไร
แยกความเร็วต้นไปในแนวแกน x



$$\begin{aligned}u_x &= u \cos \theta \\u_x &= 20 \cos 60^\circ \\u_x &= (20)(1/2) \\u_x &= 10 \text{ m/s}\end{aligned}$$

ความเร็ว ณ จุดสูงสุด 10 เมตร/วินาที



2 ความเร็วในแนวดิ่ง (แกน y)

แรงโน้มถ่วงของโลกมากระทำ ทำให้ตกลงมาด้วยความเร่งมีค่าเท่ากับ g ดังนั้น จะมีความเร็วมากขึ้น โดยความเร็วในแนวดิ่งจะหาได้จากการเคลื่อนที่ของวัตถุตกอย่างอิสระ

$$v = u + gt$$

$$v^2 - u^2 = 2gS$$

หมายเหตุ

ค่า v และ u ต้องเป็นความเร็วในแนวดิ่ง ถ้าไม่อยู่ในแนวดิ่ง ต้องแยกทิศทางของความเร็วให้อยู่ในแนวดิ่งตามวิธีการแยกเวกเตอร์

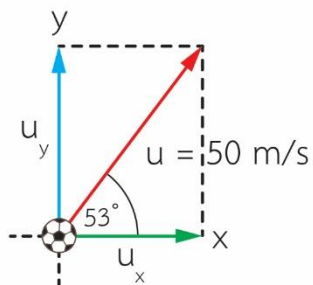


ตัวอย่าง

วิธีทำ

ลูกฟุตบอลถูกเตะออกไปด้วยความเร็ว 50 m/s ทำมุม 53° องศา จงหาความเร็วในแนวดิ่งของลูกฟุตบอลเมื่อวิ่งไปเป็นเวลา 3 วินาที

แยกความเร็วต้นไปในแนวแกน x และ y



$$u_y = u \sin \theta$$

$$u_y = 50 \sin 53^\circ$$

$$u_y = (50)(4/5)$$

$$u_y = 40 \text{ m/s}$$

จากสูตรความเร็วของการตกอย่างอิสระในแนวแกน y

$$v_y = u_y + gt$$

$$v_y = 40 + (-10)(3)$$

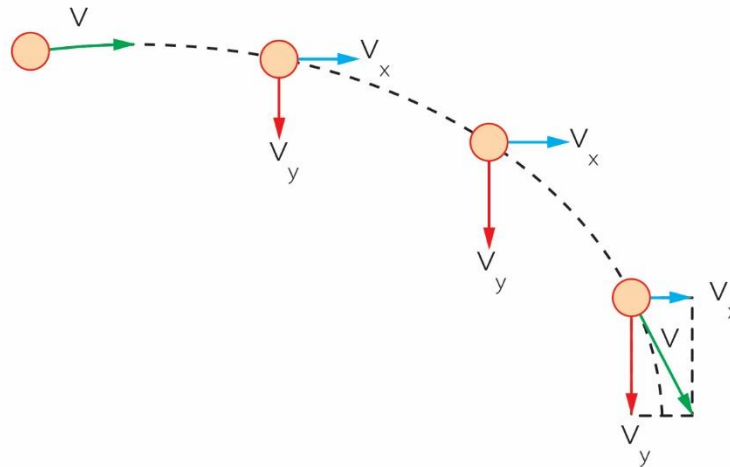
$$v_y = 10 \text{ m/s}$$

$\therefore$ ความเร็วในแนวดิ่ง 10 เมตร/วินาที



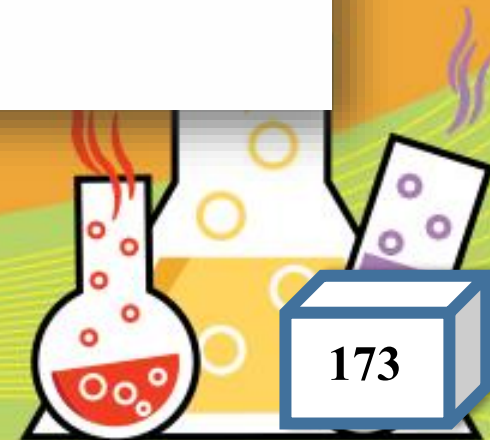
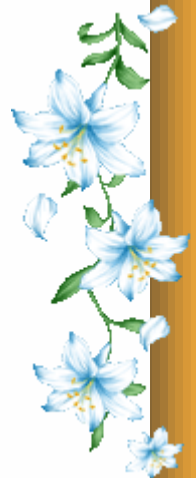
3 ความเร็ว ณ จุดใดจุดหนึ่ง

จากการสังเกตความเร็ว ณ จุดต่างๆ ทิศทางของความเร็วจะมีทิศเปลี่ยนไป ซึ่งเราสามารถแบ่งออกเป็น ความเร็วในแนวนอน (v_x) กับความเร็วในแนวตั้ง (v_y)



ความเร็วของวัตถุ ณ จุดใดจุดหนึ่งจะหาจาก

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



ตัวอย่าง

วิธีทำ

ขว้างวัตถุออกไปด้วยความเร็ว 80 m/s ในแนวระดับ จงหาความเร็วของวัตถุเมื่อตกลงไปเป็นเวลา 6 วินาที

ความเร็วในแนวแกน x เท่ากันหมด

$$\begin{aligned}v_x &= u_x \\v_x &= 80\end{aligned}$$

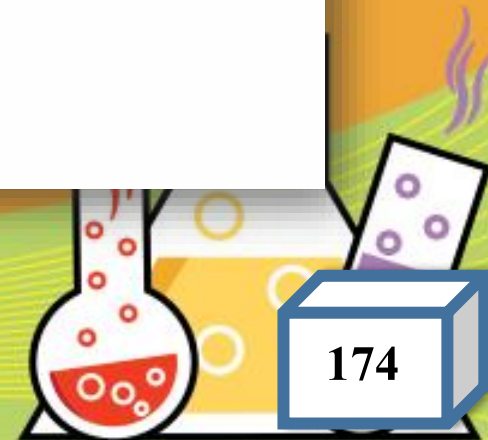
การตกอย่างอิสระในแนวแกน y

$$\begin{aligned}v_y &= u_y + gt \\v_y &= 0 + (10)(6) \\v_y &= 60 \text{ m/s}\end{aligned}$$

ความเร็วของวัตถุ ณ จุดใดจุดหนึ่งจะหาจาก

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\&= \sqrt{80^2 + 60^2} \\&= \sqrt{6,400 + 3,600} \\&= 100\end{aligned}$$

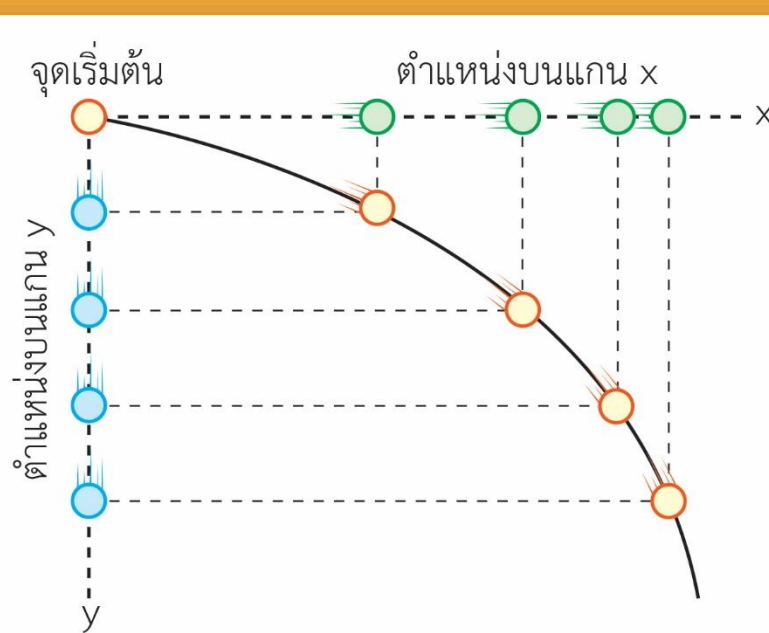
∴ ความเร็วของวัตถุ 100 เมตร/วินาที





สมการของการเคลื่อนที่

ในการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโปรเจกไทล์จะเหมือนกับการเคลื่อนที่ในแนวราบ (x) และแนวดิ่ง (y) พร้อมๆ กันเราเรียกว่าเป็นการเคลื่อนที่ 2 มิติ โดยใช้เวลาเท่ากัน



รูป เงามของวัตถุเคลื่อนที่บนแกน x และ y





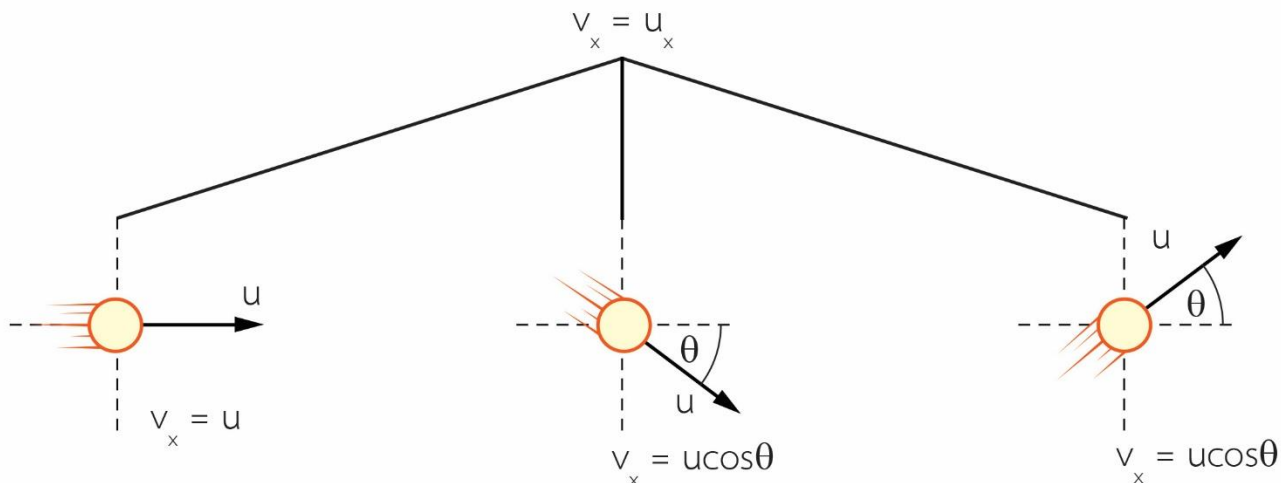
สมการของการเคลื่อนที่ในแนวราบ

ในแนวราบวัตถุจะไม่ถูกแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำ วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลจนจะเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็วคงที่ ระยะทางในแนวราบหาได้จากสูตร

$$S_x = v_x t$$

หมายเหตุ >

ในแนวราบความเร็วทุกๆ จุดจะมีค่าเท่ากันหมด
ดังนั้น เราอาจจะหาค่า v_x จากจุดเริ่มต้น





สมการของการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

ในแนวดิ่งวัตถุจะถูกโลกดึงดูดวัตถุให้ตกลงไป ซึ่งการตกของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์จะเหมือนกับการตกของวัตถุในแนวดิ่ง

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ในแนวดิ่งจะเหมือนกับการตกอย่างอิสระ ดังนั้น การหาค่าระยะทางในแนวดิ่งจะคิดเหมือนกับการตกอย่างอิสระ จึงหาได้จากสูตร

$$\begin{aligned} S_y &= u_y t + \frac{1}{2} g t^2 \\ \text{และ } v_y^2 - u_y^2 &= 2gS_y \end{aligned}$$

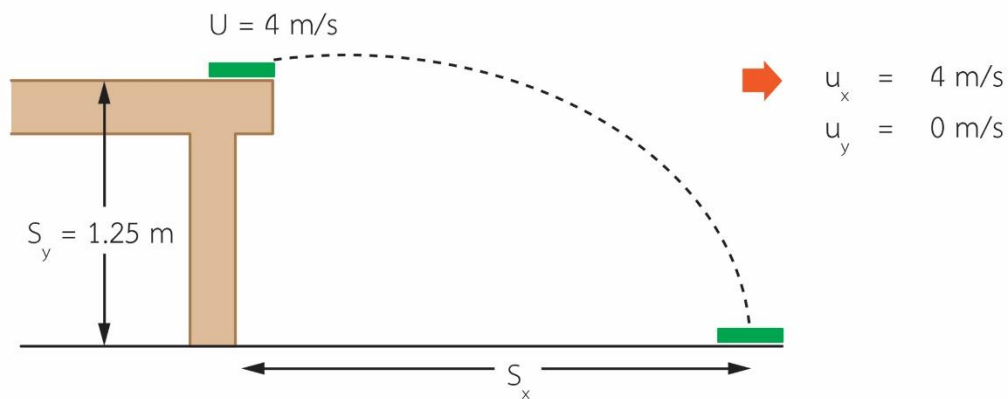
หมายเหตุ >

ถ้าวัตถุถูกทำให้เคลื่อนที่ขึ้นไปจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง $g = -10 \text{ m/s}^2$



ตัวอย่าง

โต๊ะตัวหนึ่งสูงจากพื้น 1.25 เมตร วางเหรียญบนขอบโต๊ะ แล้วดีดออกไปด้วยความเร็วต้น 4 m/s เหรียญจะตกห่างจากขาโต๊ะด้านล่างเท่าไร



วิธีทำ

หาระยะทางในแนวนอนได้จากสูตร

$$\begin{aligned} S_x &= u_x t \\ S_x &= 4t \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

หาระยะทางในแนวดิ่งได้จากสูตร

$$\begin{aligned} S_y &= u_y t + \frac{1}{2} g t^2 \\ 1.25 &= 0 + (1/2)(10)(t^2) \\ 1.25 &= 5t^2 \\ t^2 &= 0.25 \\ t &= 0.5 \text{ วินาที} \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

แทนค่า t ในสมการที่ ① จะได้

$$\begin{aligned} S_x &= 4 \times 0.5 \\ S_x &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

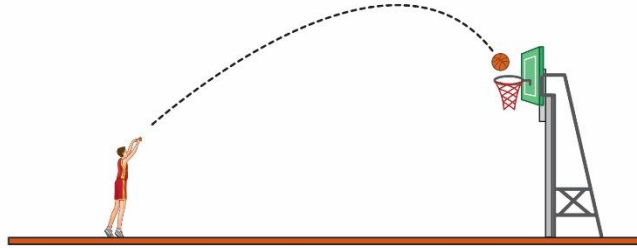
$\therefore$ เหรียญจะตกห่างจากขาโต๊ะด้านล่าง 2 เมตร





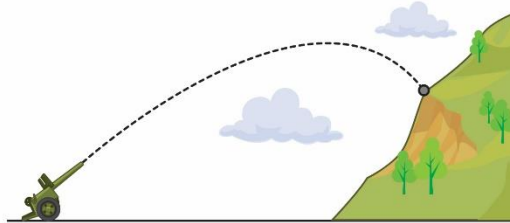
การนำเรื่องโพรเจกไทล์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

1 การชู้ตลูกบาสเกตบอลให้ลงห่วง



ลูกบาสเกตบอลที่วิ่งออกไปจะเคลื่อนที่เป็นโพรเจกไทล์ ดังนั้น จะต้องใช้ทักษะของความเร็วต้นที่ปล่อยออกไปและมุมที่โยนลูกออกไป เพื่อให้ลูกบาสเกตบอลลงห่วง

2 การฝึกยิงปืนให้ตกลงบนเป้าที่ต้องการ

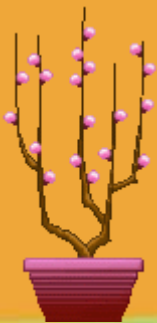


ถ้าต้องการยิงให้ลูกปืนตกลงบนเป้า เราจะต้องเล็งทำมุมให้ระยะทางในแนวราบกับระยะทางในแนวตั้งสัมพันธ์กันกับตำแหน่งของวัตถุที่ตก

3 การแข่งขันยิงจรวดขวดน้ำให้ตกลงเป้า



เป็นการฝึกทักษะการนำความรู้เรื่องการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ไปใช้ โดยนักเรียนต้องคำนวณมุมของการยิงและความเร็วที่ออกไป



① ลักษณะของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

เป็นการเคลื่อนที่เข้าไปในทิศที่มีแรงกระทำไม่อยู่แนวเดียวกับการเคลื่อนที่ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งรูปพาราโบลา

② ความเร็วของวัตถุ

- ความเร็ว ณ จุดใดจุดหนึ่งจะเป็นความเร็วที่มีทิศสัมผัสกับแนวเส้นของการเคลื่อนที่ หาค่าของความเร็วได้จากการเปลี่ยนรูปพลังงานศักย์โน้มถ่วงกับพลังงานจลน์

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

- ความเร็วในแนวราบจะมีค่าเท่ากันทุกจุด
- ความเร็วในแนวตั้ง จะคิดเหมือนกับการตกอย่างอิสระ

$$\begin{aligned} v_y &= u_y + gt \\ v_y^2 - u_y^2 &= 2gS_y \end{aligned}$$

③ สมการของการเคลื่อนที่

- $S_x = v_x t$
- $S_y = u_y t + \frac{1}{2}gt^2$
- $v_y^2 - u_y^2 = 2gS_y$

