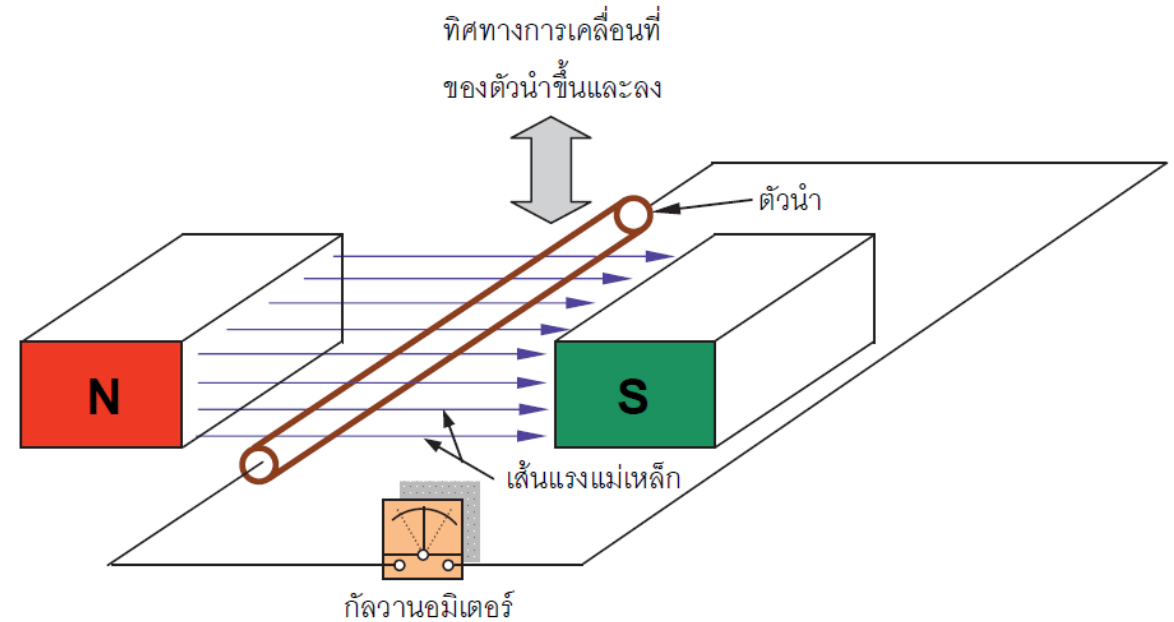


หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.1 การเกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

จากกฎของฟาราเดย์ เมื่อเคลื่อนที่ตัวนำตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กหรือมีการเปลี่ยนแปลงเส้นแรงแม่เหล็กที่ตัวนำวางอยู่ ย่อมทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นบนตัวนำนั้น โดยทิศทางของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะขึ้นอยู่กับทิศทางการเคลื่อนที่ของตัวนำ กับการวางขั้วแม่เหล็กที่แตกต่างกัน จากรูปที่ 1.1 ตัวนำวางอยู่ระหว่างขั้วแม่เหล็กเหนือ (N) กับขั้วแม่เหล็กใต้ (S) เมื่อเคลื่อนที่ตัวนำขึ้นตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

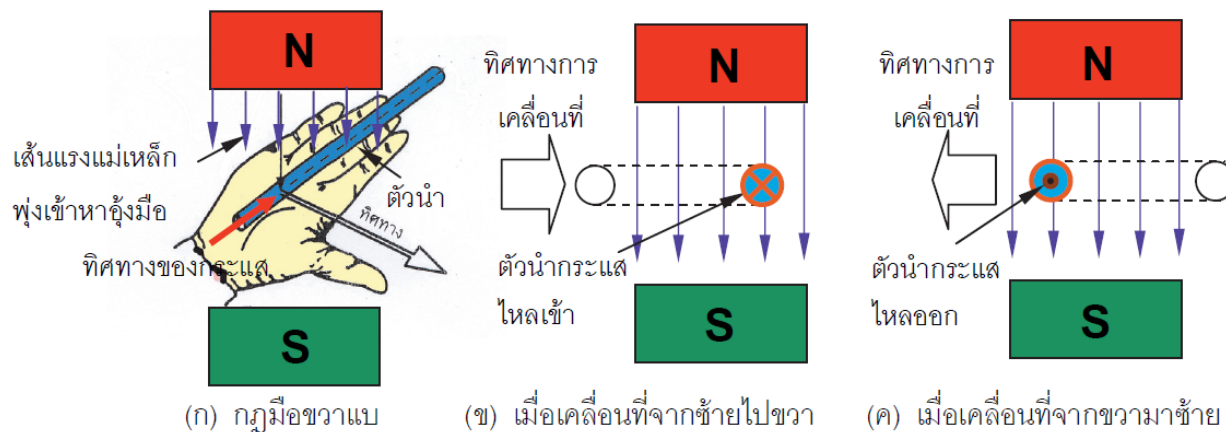


รูปที่ 1.1 การเกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสลับ

1.2 ทิศทางของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำและกระแส

การหาทิศทางของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะใช้กฎมือขวา ดังรูปที่ 1.2 (ก) โดยกางมือขวาออกและให้นิ้วหัวแม่มือตั้งฉากกับนิ้วทั้งสี่ ถ้ากำหนดให้เส้นแรงแม่เหล็กที่พุ่งออกจากขั้วเหนือ (N) พุ่งเข้าหาขั้วมือ และ นิ้วหัวแม่มือชี้ทิศทางการเคลื่อนที่ของตัวนำ ดังนั้นนิ้วทั้งสี่จะชี้ทิศทางของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ถ้านิ้วทั้งสี่ชี้เข้าจะแทนด้วยกระแสไหลเข้า และถ้านิ้วทั้งสี่ชี้ออกจะแทนด้วยกระแสไหลออก ดังรูปที่ 1.2 (ข) ถ้าเคลื่อนตัวนำไปทางขวามือตัดผ่านเส้นแรงแม่เหล็กในแนวตั้งฉากเมื่อใช้กฎมือขวาจะเห็นว่ากระแสไหลเข้าตัวนำ และดังรูปที่ 1.2 (ค) ถ้าเคลื่อนตัวนำไปทางซ้ายมือตัดผ่านเส้นแรงแม่เหล็กในแนวตั้งฉากเมื่อใช้กฎมือขวาจะเห็นว่ากระแสไหลออกจากตัวนำ



รูปที่ 1.2 การหาทิศทางของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำโดยใช้กฎมือขวา

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.3 ค่าที่มีผลต่อแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 1.1 แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจะมีค่ามากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับค่าดังนี้

1.3.1 ความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก (B) หากมีการเพิ่มความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กให้มากขึ้นจะทำให้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่ามากขึ้นตาม นั่นคือ $e \propto B$ (e แปรผันตามกับ B)

1.3.2 ความยาวของตัวนำ (l) หากมีการเพิ่มความยาวของตัวนำ (เฉพาะในส่วนที่ตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กให้ยาวมากขึ้น) ทำให้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่ามากขึ้นตาม นั่นคือ $e \propto l$ (e แปรผันตามกับ l)

1.3.3 ความเร็วในการเคลื่อนที่ (v) หากมีการเพิ่มความเร็วในการเคลื่อนที่ของตัวนำให้เร็วมากขึ้นจะทำให้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่ามากขึ้นเช่นเดียวกัน นั่นคือ $e \propto v$ (e แปรผันตามกับ v)

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

จากผลทั้ง 3 ข้อที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่า

$$e = B\ell v \quad \text{.....(1.1)}$$

เมื่อ

e = แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (V)

B = ความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก (Wb/m^2 , Tesla)

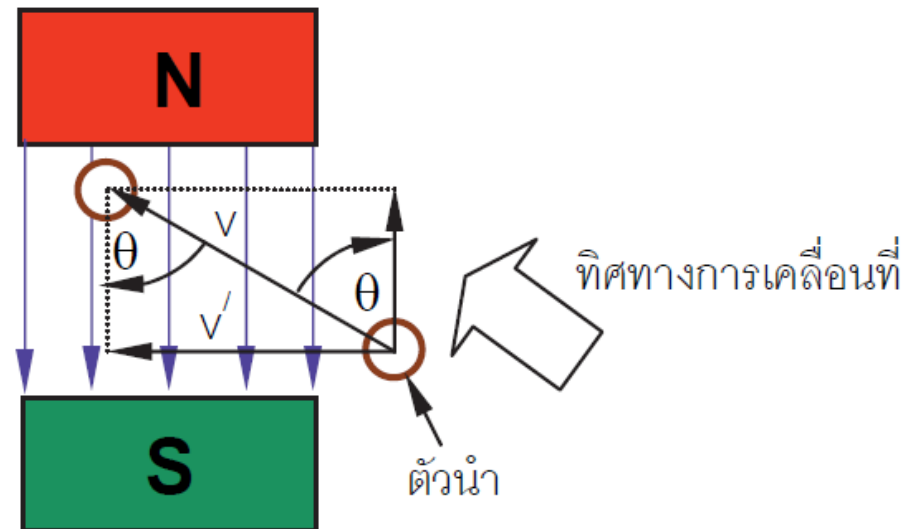
ℓ = ความยาวของลวดตัวนำที่ตัดกับเส้นแรงแม่เหล็ก (m)

v = ความเร็วในการเคลื่อนที่ (m/s)

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.4 ตัวนำเมื่อเคลื่อนที่ในแนวเฉียง

ดังที่กล่าวมาแล้วว่าเมื่อตัวนำนั้นตัดในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงแม่เหล็กจะได้ขนาดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมามีขนาดหนึ่ง ดังรูปที่ 1.3 ถ้าตัวนำนั้นตัดในแนวเฉียงขึ้นเป็นมุม θ ทำให้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีขนาดลดลงจากเดิมเมื่อเทียบกับตัดในแนวตั้งฉาก

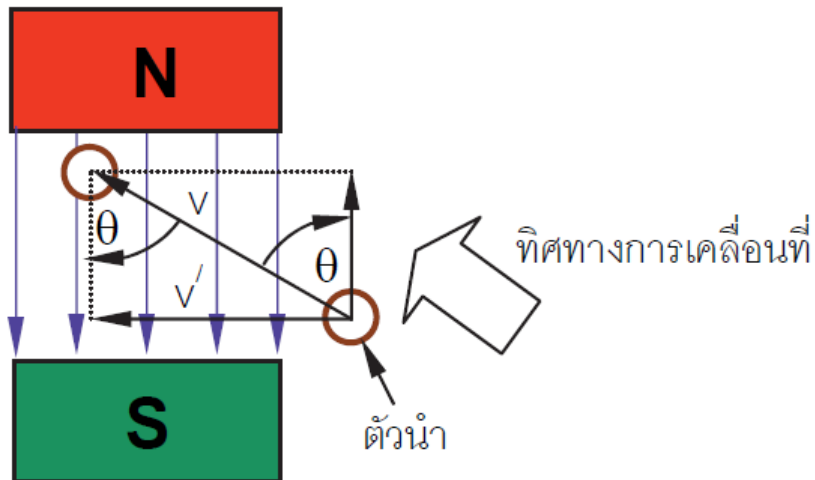


รูปที่ 1.3 ตัวนำเคลื่อนที่ในแนวเฉียง

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสลับ

1.4 ตัวนำเมื่อเคลื่อนที่ในแนวเฉียง

ดังที่กล่าวมาแล้วว่าเมื่อตัวนำนั้นตัดในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงแม่เหล็กจะได้ขนาดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมาขนาดหนึ่ง ดังรูปที่ 1.3 ถ้าตัวนำนั้นตัดในแนวเฉียงขึ้นเป็นมุม θ ทำให้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีขนาดลดลงจากเดิมเมื่อเทียบกับตัดในแนวตั้งฉาก



รูปที่ 1.3 ตัวนำเคลื่อนที่ในแนวเฉียง

จากรูปที่ 1.3 ต้องจำแนกความเร็ว v ในแนวตั้งฉากกับเส้นแรงแม่เหล็กโดยกำหนดให้เป็น v' จะได้ว่า

$$v' = v \sin \theta \quad \text{.....(1.2)}$$

และแรงดันไฟฟ้าที่เหนี่ยวนำขึ้นเมื่อตัวนำตัดในแนวเฉียง

$$e = B v' \quad \text{.....(1.3)}$$

แทนค่าสมการ (1.2) ลงในสมการ (1.3) จะได้ว่า

$$e = B v \sin \theta \quad \text{.....(1.4)}$$

เมื่อ θ คือ มุมของตัวนำที่เคลื่อนที่ในแนวเฉียงตัดกับเส้นแรงแม่เหล็ก (deg)

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.5 การคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 1.1 ตัวนำเส้นหนึ่งยาว 40 cm เคลื่อนที่ตัดผ่านเส้นแรงแม่เหล็กมีค่าความหนาแน่น 0.15 Wb/m^2 ด้วยความเร็ว 50 m/s จงหาคำนวนแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำเมื่อตัวนำเคลื่อนที่ในแนวเฉียงทำมุมกับเส้นแรงแม่เหล็กที่มุม $0^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ และที่ 180° ตามลำดับ

วิธีทำ โจทย์กำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้ $\ell = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$

$$B = 0.15 \text{ Wb/m}^2 \text{ และ } v = 50 \text{ m/s}$$

$$\theta = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 150^\circ \text{ และ } 180^\circ$$

จากสมการ

$$e = B\ell v \sin \theta$$

ที่มุม 0°

$$e = 0.15 \times 0.4 \times 50 \sin 0^\circ$$

$$= 0.15 \times 0.4 \times 50 \times 0$$

$$e = 0 \text{ V}$$

แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มุม 0° มีค่าเท่ากับ

$$0 \text{ V}$$

ตอบ

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.5 การคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

ที่มุม 60°

$$\begin{aligned}e &= 0.15 \times 0.4 \times 50 \sin 60^\circ \\&= 0.15 \times 0.4 \times 50 \times 0.866 \\e &= 2.598 \text{ V}\end{aligned}$$

แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มุม 60° มีค่าเท่ากับ 2.598 V **ตอบ**

ที่มุม 90°

$$\begin{aligned}e &= 0.15 \times 0.4 \times 50 \sin 90^\circ \\&= 0.15 \times 0.4 \times 50 \times 1 \\e &= 3 \text{ V}\end{aligned}$$

แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มุม 90° มีค่าเท่ากับ 3 V **ตอบ**

ที่มุม 150°

$$\begin{aligned}e &= 0.15 \times 0.4 \times 50 \sin 150^\circ \\&= 0.15 \times 0.4 \times 50 \times 0.5 \\e &= 1.5 \text{ V}\end{aligned}$$

แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มุม 150° มีค่าเท่ากับ 1.5 V **ตอบ**

ที่มุม 180°

$$\begin{aligned}e &= 0.15 \times 0.4 \times 50 \sin 180^\circ \\&= 0.15 \times 0.4 \times 50 \times 0 \\e &= 0 \text{ V}\end{aligned}$$

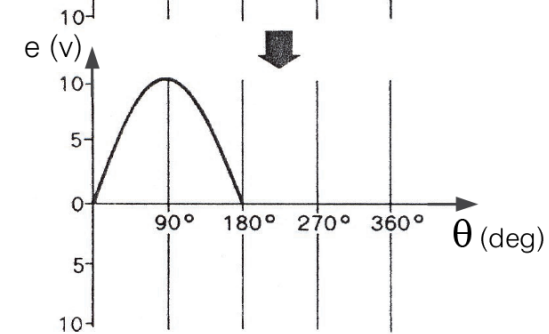
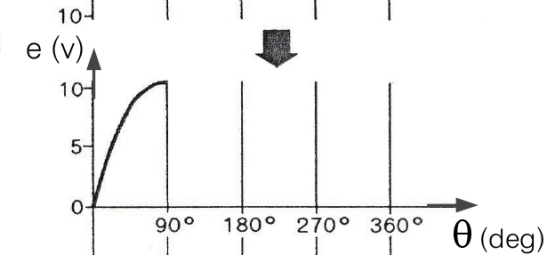
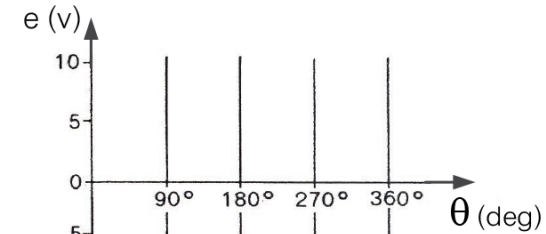
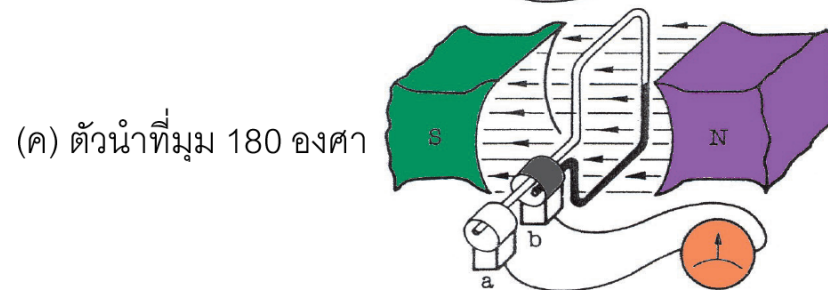
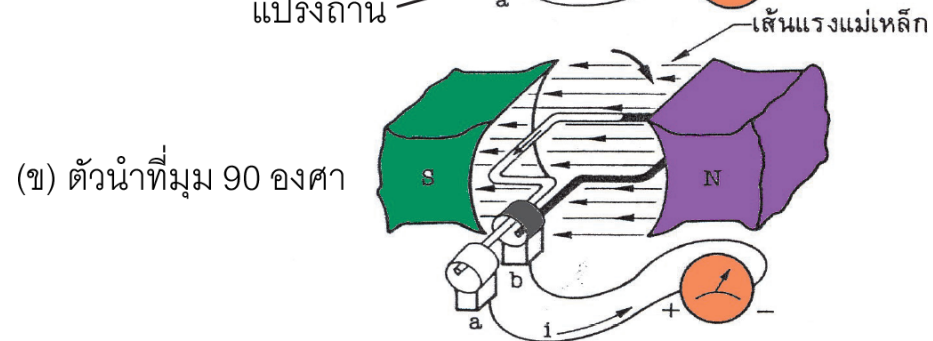
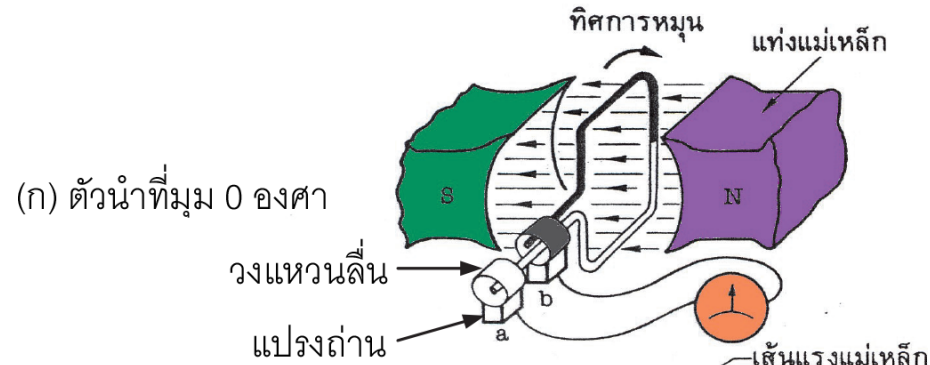
แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มุม 180° มีค่าเท่ากับ 0 V **ตอบ**

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.6 การเกิดรูปคลื่นของแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ

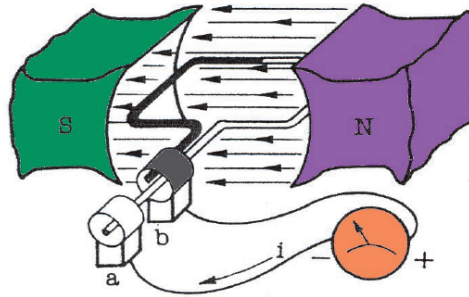
ถ้ากำหนดให้ตัวนำมีการพันเพียง 1 รอบ โดยปลายตัวนำของขดลวดจะถูกต่อเข้ากับวงแหวนลื่น ซึ่งแยกกันโดยอิสระ และมีแปรงถ่าน a และ b สัมผัสอยู่ที่วงแหวนลื่นเพื่อจะได้นำแรงดันไฟฟ้าที่เหนี่ยวนำขึ้นไปใช้งาน ดังรูปที่ 1.4 ดังนั้นถ้ามีตัวขับเคลื่อน มาขับเคลื่อนขดลวดตัวนำให้เคลื่อนที่ผ่านเส้นแรงแม่เหล็กในทิศทางใดทางหนึ่งก็ได้ ก็ทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นที่ปลายทั้งสองของขดลวดซึ่งเป็นหลักการเบื้องต้นในการกำเนิดรูปคลื่นไซน์ เมื่อหมุนตัวนำให้เคลื่อนที่ตัดผ่านเส้นแรงแม่เหล็กก็จะเกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ โดยรูปคลื่นของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นสามารถพิจารณาได้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

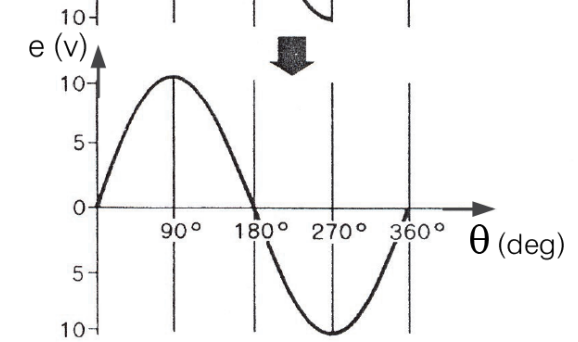
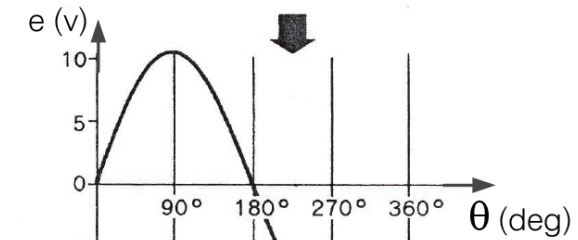
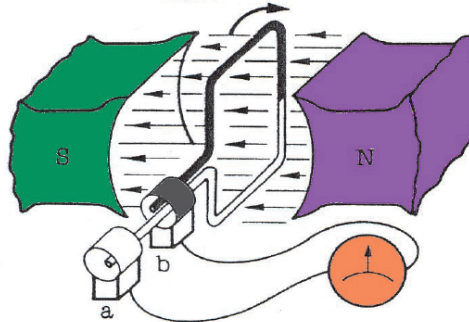


หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

(ง) ตัวนำที่มุม 270 องศา



(จ) ตัวนำที่มุม 360 องศา



หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.7 ค่าต่าง ๆ ที่ควรทราบของรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

1.7.1 ค่าชั่วขณะ หมายถึง ค่าที่เวลาใด ๆ ของรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าสลับ ซึ่งมีทั้งค่าบวกและค่าลบ

1.7.2 ค่าสูงสุด หมายถึง ค่าสูงสุดของรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าสลับซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 2 ค่า คือค่าสูงสุดทางบวก (+ E_m) กับค่าสูงสุดทางลบ (- E_m)

1.7.3 รอบ หมายถึง ช่วงการเปลี่ยนแปลงรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าสลับของช่วงบวกและช่วงลบใน 1 ครั้ง หรือการเปลี่ยนแปลงครบ 360°

1.7.4 ความถี่ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของรูปคลื่นไฟฟ้าสลับตั้งแต่ 1 รอบ ขึ้นไปภายใน 1 วินาที มีหน่วยเป็นรอบต่อวินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz) ใช้ f เป็นอักษรกำกับ

1.7.5 ระยะเวลาของช่วงคลื่น หมายถึง ระยะเวลาการเปลี่ยนแปลงของรูปคลื่นไฟฟ้าสลับเพียง 1 รอบ มีหน่วยเป็นวินาที (s) ใช้ T เป็นอักษรกำกับ

1.7.6 ความเร็วเชิงมุม หมายถึง ค่าของมุมที่รัศมีของวงกลมที่หมุนครบ 1 รอบต่อวินาที มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (rad/s) ใช้ ω (อ่านว่า โอเมกา) เป็นสัญลักษณ์กำกับ

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.8 การคำนวณค่าต่าง ๆ ของรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

ตัวอย่างที่ 1.2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับมีจำนวนขั้วแม่เหล็ก 12 ขั้ว หมุนด้วยความเร็ว 500 r/min ความถี่มีค่าเท่าไร

วิธีทำ โจทย์กำหนดค่า $P = 12$ ขั้ว และ $n = 500$ r/min

$$f = \frac{Pn}{120}$$
$$= \frac{12 \times 500}{120} = 50 \text{ Hz}$$

ความถี่มีค่าเท่ากับ

50 Hz

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.3 จากสมการ $e = 50\sin 377t$ ที่กำหนดให้ จงคำนวณหา

ก. ค่าแรงดันไฟฟ้าสูงสุด

ข. ความเร็วเชิงมุม

ค. ความถี่

ง. ระยะเวลาของช่วงคลื่น

จ. แรงดันไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลา 1 ms และ 14 ms

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.8 การคำนวณค่าต่าง ๆ ของรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

วิธีทำ จากสมการ $e = E_m \sin \omega t$
แต่โจทย์กำหนดให้ $e = 50 \sin 377t$

ก. ค่าแรงดันไฟฟ้าสูงสุดมีค่าเท่ากับ 50 V **ตอบ**

ข. ความเร็วเชิงมุมมีค่าเท่ากับ 377 rad/s **ตอบ**

ค. ความถี่

จากสมการ $\omega = 2\pi f$
ดังนั้น $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{377}{2 \times 3.1416}$
 $f = 60 \text{ Hz}$

ความถี่มีค่าเท่ากับ 60 Hz **ตอบ**

ง. ระยะเวลาของช่วงคลื่น

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60}$$
$$T = 0.0166 \text{ s}$$

ระยะเวลาของช่วงคลื่นมีค่าเท่ากับ 0.0166 s **ตอบ**

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.8 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

จ. แรงแดันไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลา 1 ms และ 14 ms

ที่เวลา $t = 1 \text{ ms}$

$$e = 50 \sin 377t$$

$$e = 50 \sin(377 \times 1 \times 10^{-3})$$

$$= 50 \sin(0.377 \text{ rad})$$

$$= 50 \times 0.368 = 18.4 \text{ V}$$

แรงแดันไฟฟ้าชั่วขณะที่ $t = 1 \text{ ms}$ มีค่าเท่ากับ 18.4 V

ตอบ

ที่เวลา $t = 14 \text{ ms}$

$$e = 50 \sin 377t$$

$$e = 50 \sin(377 \times 14 \times 10^{-3})$$

$$= 50 \sin(5.278 \text{ rad})$$

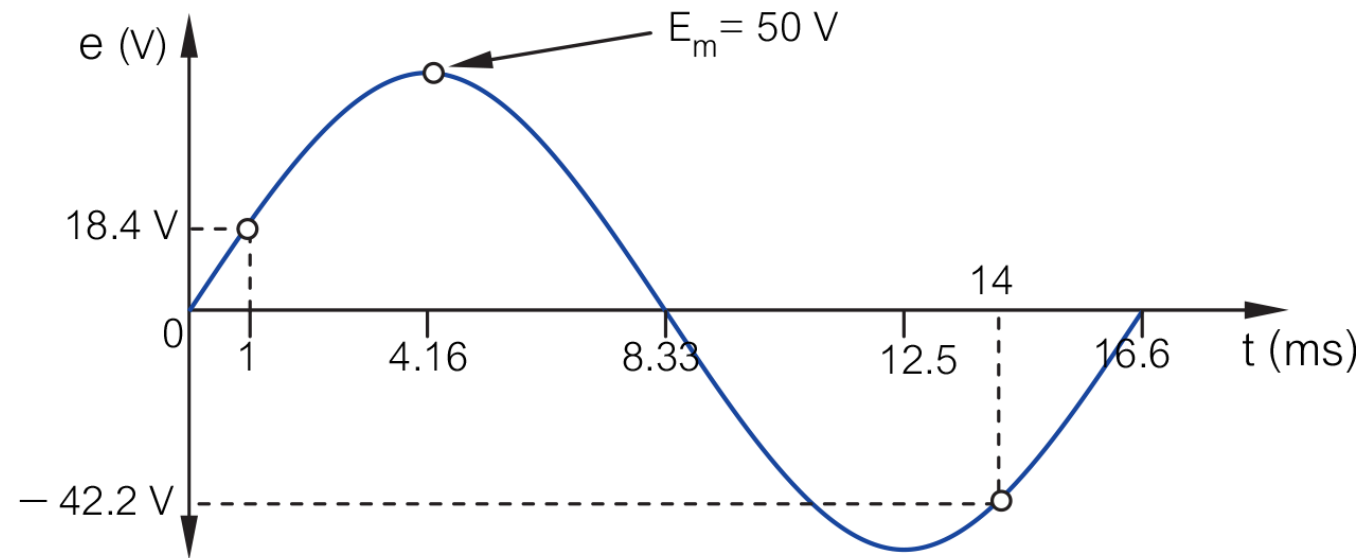
$$= 50 \times (-0.844) = -42.2 \text{ V}$$

แรงแดันไฟฟ้าชั่วขณะที่ $t = 14 \text{ ms}$ มีค่าเท่ากับ -42.2 V

ตอบ

หน่วยที่ 1 การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

1.8 การคำนวณค่าต่าง ๆ ของรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ



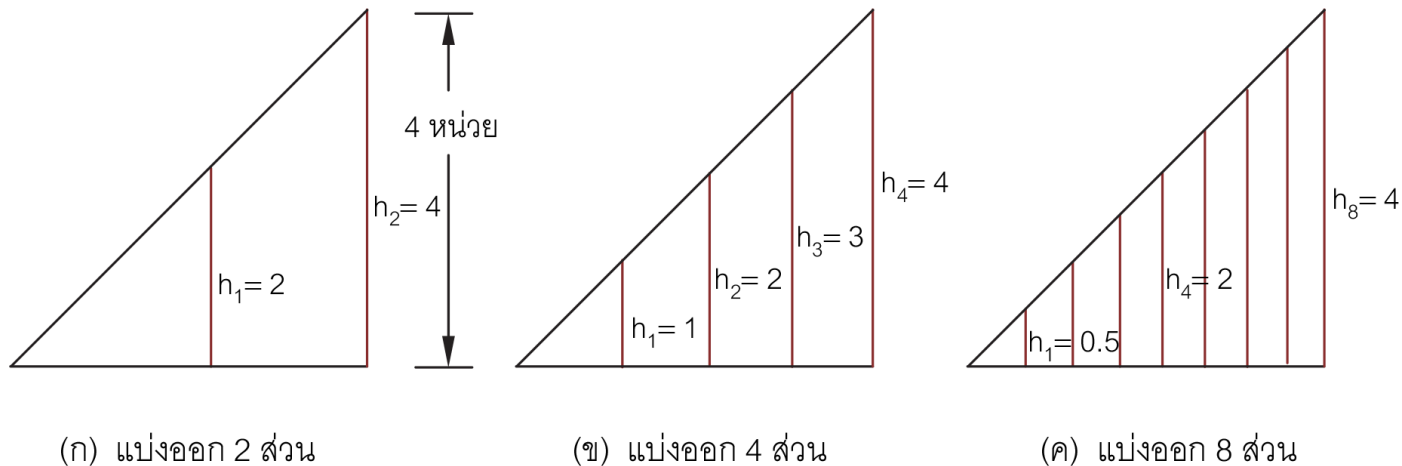
รูปที่ 1.10 ค่าแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะที่ค่าเวลาต่าง ๆ

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.1 ความหมายและวิธีการหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น

ค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น หมายถึง ขนาดความสูงเฉลี่ยของรูปคลื่นใด ๆ ให้มีขนาดเท่ากันตลอดระยะเวลาช่วงคลื่น หรือเฉลี่ยให้มีพื้นที่เท่ากันตลอดระยะเวลาของช่วงคลื่น มีวิธีการหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น ดังนี้

2.1.1 วิธีแบ่งส่วน โดยนำความสูงของแต่ละส่วนมารวมกันแล้วหารด้วยส่วนที่แบ่ง เมื่อแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้ความสูง h_1 และ h_2 ดังรูปที่ 2.1 (ก) เมื่อแบ่งออกเป็น 4 ส่วน ได้ความสูง h_1, h_2, h_3 และ h_4 ดังรูปที่ 2.1 (ข) และเมื่อแบ่งออกเป็น 8 ส่วน ได้ความสูง $h_1, h_2, h_3, h_4, \dots, h_8$ ดังรูปที่ 2.1 (ค) ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 การแบ่งส่วนของรูปสามเหลี่ยม

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.1 ความหมายและวิธีการหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น

จากรูปที่ 2.1 ถ้ากำหนดให้ความสูงเท่ากับ 4 หน่วย จะได้ค่าความสูงเฉลี่ย (H_{av}) ดังนี้

แบ่ง 2 ส่วน
$$H_{av} = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ หน่วย}$$

แบ่ง 4 ส่วน
$$H_{av} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4} = \frac{1 + 2 + 3 + 4}{4}$$
$$= \frac{10}{4} = 2.5 \text{ หน่วย}$$

แบ่ง 8 ส่วน
$$H_{av} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_8}{8} = \frac{0.5 + 1 + 1.5 + \dots + 4}{8}$$
$$= \frac{18}{8} = 2.25 \text{ หน่วย}$$

แบ่ง 16 ส่วน
$$H_{av} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_{16}}{16} = \frac{0.25 + 0.5 + 1.75 + \dots + 4}{16}$$
$$= \frac{34}{16} = 2.125 \text{ หน่วย}$$

แบ่ง 32 ส่วน
$$H_{av} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_{32}}{32} = \frac{0.125 + 0.25 + \dots + 4}{32}$$
$$= \frac{66}{32} = 2.0625 \text{ หน่วย}$$

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.1 ความหมายและวิธีการหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น

2.1.2 วิธีพื้นที่ การหาค่าความสูงเฉลี่ยวิธีนี้จะใช้มากกับรูปคลื่นที่เป็นรูปทรงทางเรขาคณิต โดยนำพื้นที่แล้วหารด้วยความยาวฐาน

$$\text{ความสูงเฉลี่ย (H}_{av}\text{)} = \frac{\text{พื้นที่ของรูปคลื่น}}{\text{ความยาวฐานหรือระยะเวลาช่วงคลื่น}} \quad \text{.....(2.1)}$$

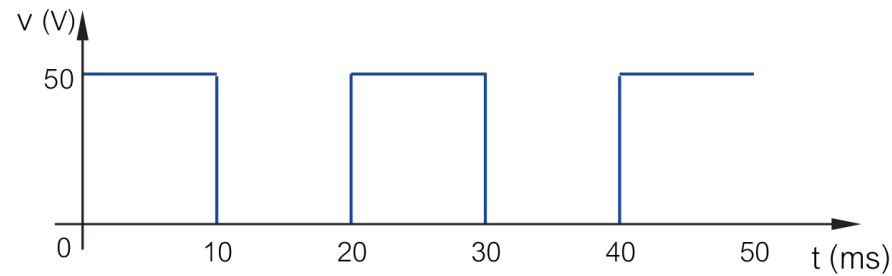
จากรูปที่ 2.2 (ก) ถ้าให้ความยาวฐานเท่ากับ 4 หน่วย

$$H_{av} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}}{4} = \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times 4}{4} = 2$$
$$H_{av} = 2 \text{ หน่วย}$$

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.2 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีแบ่งส่วนและวิธีพื้นที่

ตัวอย่างที่ 2.1 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้ามีลักษณะดังรูปที่ 2.3 จงหาค่าแรงดันไฟฟ้าเฉลี่ย



รูปที่ 2.3 รูปคลื่นของตัวอย่างที่ 2.1

วิธีทำ

$$V_{av} = \frac{\text{พื้นที่ของรูปคลื่น}}{\text{ระยะเวลาช่วงคลื่น}}$$

จากรูปที่ 2.3 ระยะเวลาช่วงคลื่นเท่ากับ 20 mS หรือ 20×10^{-3} s

$$V_{av} = \frac{50 \times 10 \times 10^{-3} \text{ s}}{20 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$$V_{av} = 25 \text{ V}$$

แรงดันไฟฟ้าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ

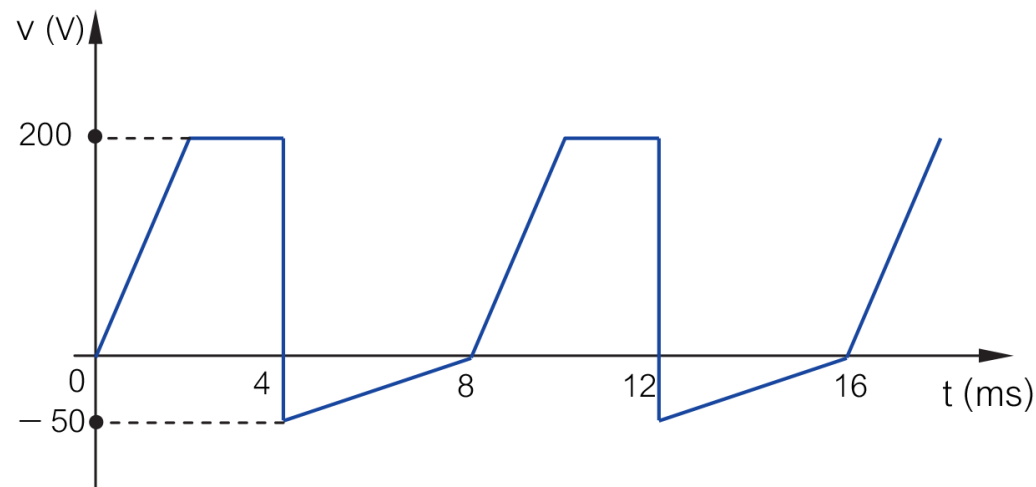
25 V

ตอบ

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.2 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีแบ่งส่วนและวิธีพื้นที่

ตัวอย่างที่ 2.2 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้า มีลักษณะดังรูปที่ 2.4 จงหาค่าแรงดันไฟฟ้าเฉลี่ย



รูปที่ 2.4 รูปคลื่นของตัวอย่างที่ 2.2

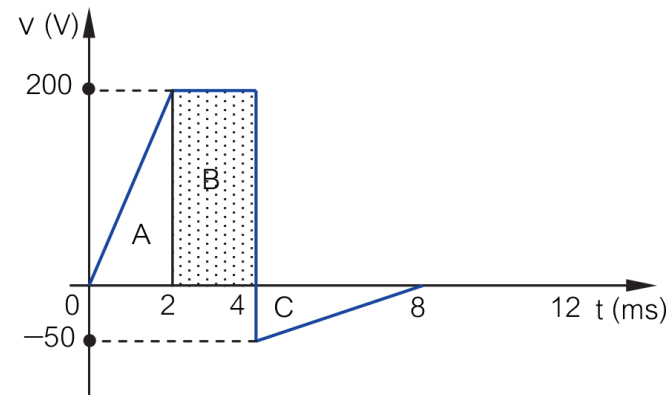
วิธีทำ

$$V_{av} = \frac{\text{พื้นที่รวมของรูปคลื่น}}{\text{ระยะเวลาช่วงคลื่น}}$$

จากรูปที่ 2.4 ระยะเวลาช่วงคลื่นเท่ากับ 8 ms และแบ่งพื้นที่รวมออกเป็น 3 ส่วน คือ พื้นที่ A พื้นที่ B และพื้นที่ C ดังรูปที่ 2.5

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.2 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีแบ่งส่วนและวิธีพื้นที่



รูปที่ 2.5 พื้นที่ของแต่ละส่วนที่แบ่ง

$$\text{พื้นที่ A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 200 = 200$$

$$\text{พื้นที่ B} = 2 \times 200 = 400$$

$$\text{พื้นที่ C} = \frac{1}{2} \times 4 \times (-50) = -100$$

$$\begin{aligned} V_{av} &= \frac{\text{พ.ท. A} + \text{พ.ท. B} + \text{พ.ท. C}}{8} \\ &= \frac{(200) + (400) + (-100)}{8} \end{aligned}$$

$$V_{av} = 62.5 \text{ V}$$

แรงดันไฟฟ้าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ

62.5 V

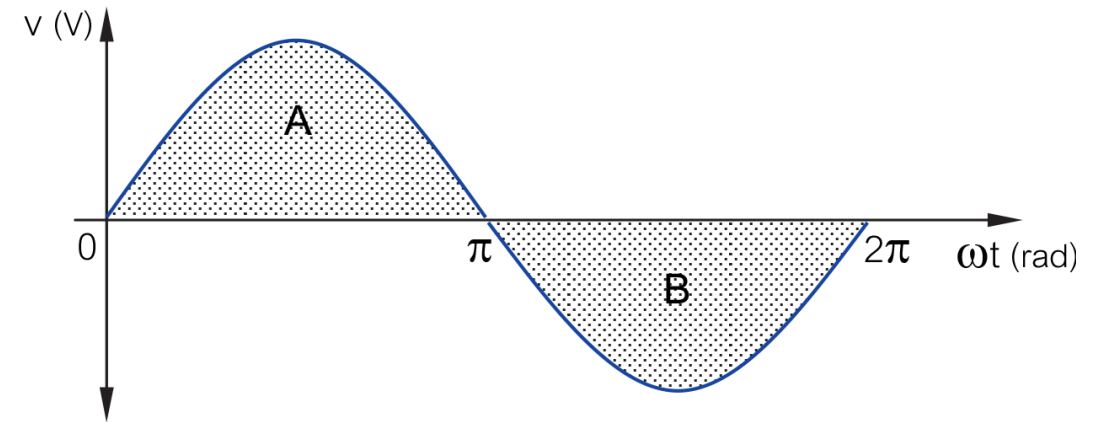
ตอบ

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.3 ค่าเฉลี่ยของรูปคลื่นไซน์

การหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่นไซน์ก็สามารถทำได้โดยนำพื้นที่ของรูปคลื่น แล้วหารด้วยระยะเวลาของช่วงคลื่นได้เช่นเดียวกัน แต่จะต้องใช้คณิตศาสตร์ชั้นสูง (แคลคูลัส) เข้าช่วยซึ่งจะได้กล่าวในต่อไปแต่ในหน่วยนี้จะใช้ทางพื้นฐานที่กล่าวมาแล้วคือ วิธีการแบ่งส่วน

2.3.1 ค่าเฉลี่ยรูปคลื่นไซน์เต็มรูปคลื่น ดังรูปที่ 2.6 จะเห็นว่าพื้นที่แรเงา A เป็นรูปคลื่นไซน์ของครึ่งไซเคิลบวกและพื้นที่แรเงา B เป็นครึ่งไซเคิลลบ ดังนั้นพื้นที่เฉลี่ยรวมของรูปคลื่นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือค่าเฉลี่ยเต็มรูปคลื่นไซน์มีค่าเท่ากับศูนย์



รูปที่ 2.6 พื้นที่ของรูปคลื่นไซน์เต็มรูปคลื่น

จากรูปที่ 2.6

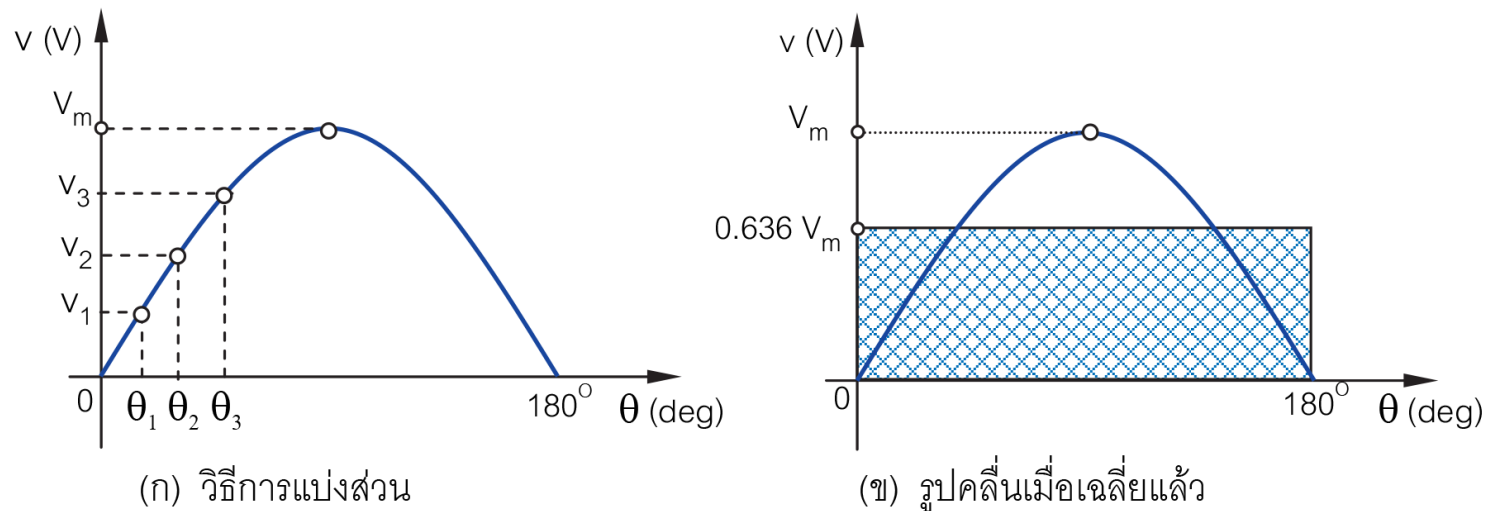
$$V_{av} = \frac{(\text{พื้นที่ A}) + (- \text{พื้นที่ B})}{\text{ระยะเวลาช่วงคลื่น}}$$

แต่พื้นที่ A เท่ากับพื้นที่ B ดังนั้นพื้นที่เฉลี่ยรวมมีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะฉะนั้น

$$V_{av} = 0$$

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.3.2 ค่าเฉลี่ยรูปคลื่นไซน์ครึ่งรูปคลื่น เนื่องจากค่าเฉลี่ยไซน์เต็มรูปคลื่นมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นโดยทั่วไปจะทำการเฉลี่ยครึ่งรูปคลื่น และหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีการแบ่งส่วน ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 การแบ่งส่วนของรูปคลื่นและรูปคลื่นเมื่อเฉลี่ยแล้ว

จากรูปที่ 2.7 (ก) ค่าของ v_1 , v_2 และ v_3 เป็นค่าชั่วขณะของแรงดันที่มุม θ_1 , θ_2 และ θ_3 ตามลำดับ หากแบ่งส่วนของรูปคลื่นไซน์เป็นส่วนย่อยจากมุม 0° ถึง 180° ออกเป็น n ส่วน ดังนั้นแรงดันไฟฟ้าเฉลี่ย

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

$$V_{av} = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n}{n} \quad \dots(2.2)$$

$$\text{แต่ } v_1 = V_m \sin \theta_1, v_2 = V_m \sin \theta_2, v_3 = V_m \sin \theta_3, \dots, v_n = V_m \sin \theta_n$$

เนื่องจากครึ่งรูปคลื่น มีมุม $\theta = 180^\circ$ ดังนั้นถ้าแบ่งรูปคลื่นออกเป็นส่วยย่อย 36 ส่วน ($n = 36$) จะได้ส่วยย่อยละ 5 องศา ($180^\circ/36$) จากนั้นแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ (2.2)

$$\begin{aligned} V_{av} &= \frac{V_m \sin 5^\circ + V_m \sin 10^\circ + V_m \sin 15^\circ + \dots + V_m \sin 180^\circ}{36} \\ &= \frac{V_m (\sin 5^\circ + \sin 10^\circ + \sin 15^\circ + \dots + \sin 180^\circ)}{36} \\ &= \frac{V_m (0.087 + 0.174 + 0.258 + \dots + 0)}{36} \\ &= \frac{22.9V_m}{36} = 0.636V_m \end{aligned}$$

กรณีเป็นแรงดันไฟฟ้า

$$V_{av} = 0.636V_m \quad \dots(2.3)$$

กรณีเป็นกระแสไฟฟ้า

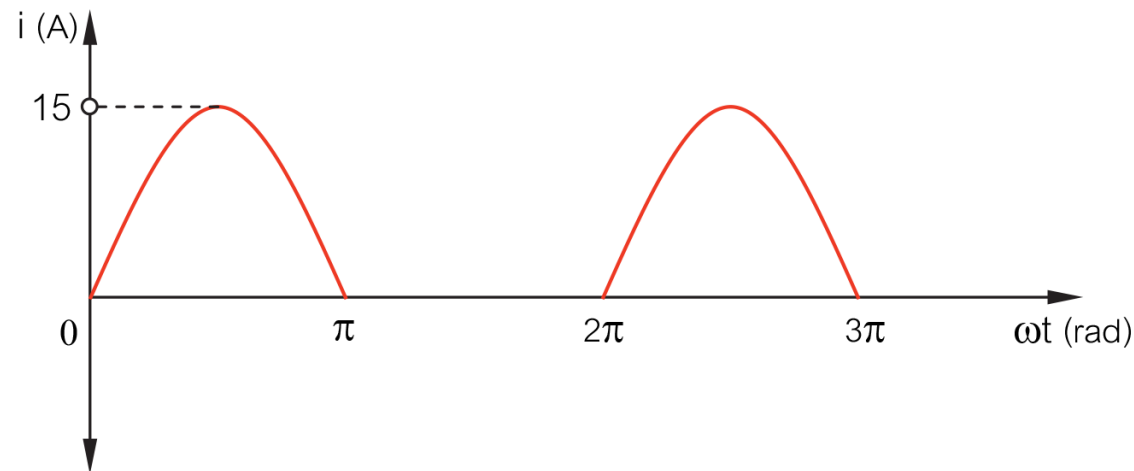
$$I_{av} = 0.636I_m \quad \dots(2.4)$$

จากรูปที่ 2.7 (ข) พื้นที่แรงดันเป็นส่วนที่ทำการเฉลี่ยแล้ว โดยมีความสูงเฉลี่ยมีค่าเท่ากันทั้งหมดตั้งแต่มุม θ เท่ากับ 0° ถึง 180° ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.636 ของค่าสูงสุด

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.4 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่นไซน์

ตัวอย่างที่ 2.3 รูปคลื่นกระแสไฟฟ้ามีลักษณะดังรูปที่ 2.8 จงหาค่ากระแสไฟฟ้าเฉลี่ย



รูปที่ 2.8 รูปคลื่นของตัวอย่างที่ 2.3

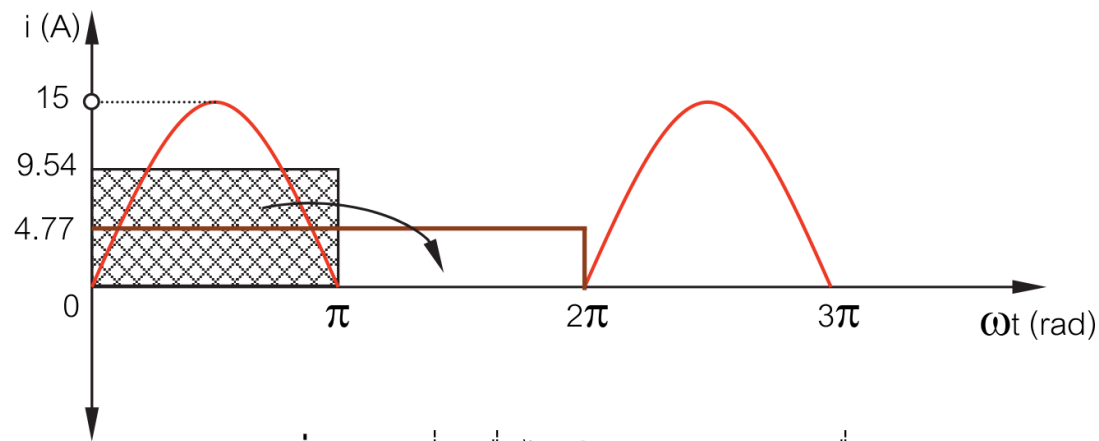
วิธีทำ จากรูปที่ 2.8 เมื่อทำการเฉลี่ยครึ่งรูปคลื่น (0 ถึง π)

$$\begin{aligned} I_{av} &= 0.636 I_m \\ &= 0.636 \times 15 \\ &= 9.54 \end{aligned}$$

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.4 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยของรูปคลื่นไซน์

แต่ระยะเวลาช่วงคลื่นเท่ากับ 2π ดังนั้นจึงต้องทำการเฉลี่ยพื้นที่ ที่แรเงาอีกครั้งหนึ่งดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 เฉลี่ยคลื่นไซน์ในระยะเวลาช่วงคลื่น

ดังนั้น

$$I_{av} = \frac{\text{พื้นที่ของรูปคลื่นแรเงา}}{\text{ระยะเวลาช่วงคลื่น}}$$

$$I_{av} = \frac{9.54 \times \pi}{2\pi}$$

$$I_{av} = 4.77 \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ

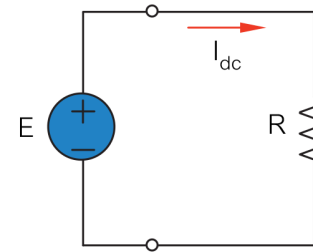
4.77 A

ตอบ

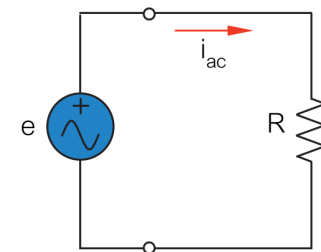
หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.5 ค่าที่วัดได้

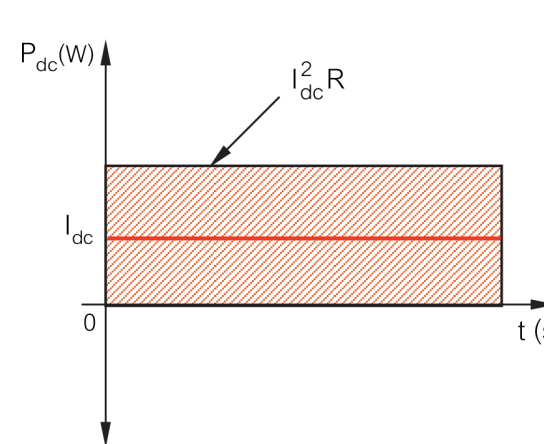
ค่าที่วัดได้ หรือ ค่าประสิทธิผล หมายถึง ค่าของไฟฟ้ากระแสสลับที่ทำให้เกิดปริมาณความร้อนหรือกำลังไฟฟ้าที่โหดเท่ากับปริมาณความร้อนหรือกำลังไฟฟ้าที่เกิดจากไฟฟ้ากระแสตรง จากรูปที่ 2.10 (ก) เมื่อนำตัวต้านทานต่อกับแหล่งจ่ายแรงดันไฟตรงทำให้เกิดกระแสไฟตรงไหลผ่านตัวต้านทานไปในทิศทางเดียว และจากรูปที่ 2.10 (ข) เมื่อนำตัวต้านทานต่อกับแหล่งจ่ายแรงดันไฟสลับ ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าสลับไหลผ่านตัวต้านทานไปในทิศทางไปและกลับ



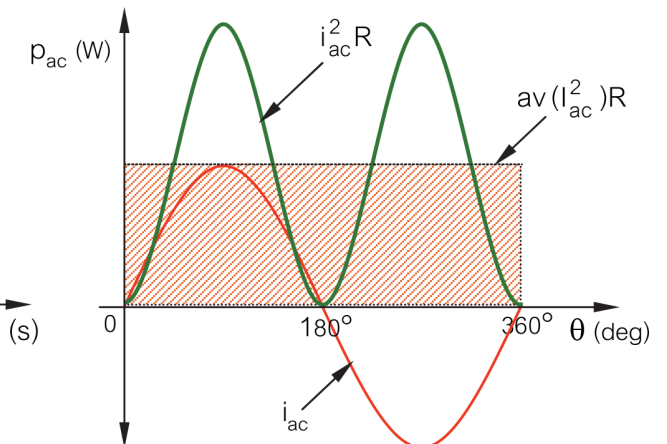
(ก) ตัวต้านทานเมื่อต่อเข้ากับไฟฟ้ากระแสตรง



(ข) ตัวต้านทานเมื่อต่อเข้ากับไฟฟ้ากระแสสลับ



(ค) รูปคลื่นกำลังไฟฟ้ากระแสตรง



(ง) รูปคลื่นกำลังไฟฟ้ากระแสสลับ

รูปที่ 2.10 วงจรและการเกิดกำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทานที่มีค่าเดียวกันแต่แหล่งจ่ายไฟฟ้าแตกต่างกัน

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.5 ค่าที่วัดได้

จากรูปที่ 2.10 (ค) ผลจากมีไฟฟ้ากระแสตรงไหลผ่านตัวต้านทาน (เส้นสีแดง) และค่าของไฟฟ้ากระแสตรงมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าขึ้นที่ตัวต้านทาน ($P_{dc} = I_{dc}^2 R$) มีค่าคงที่เช่นกัน (พื้นที่แรเงา) และจากรูปที่ 2.10 (ง) ผลจากไฟฟ้ากระแสสลับไหลผ่านตัวต้านทาน (เส้นสีแดง) และค่าของไฟฟ้ากระแสสลับมีค่าไม่คงที่โดยเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าขึ้นที่ตัวต้านทาน ($p_{ac} = i_{ac}^2 R$) มีค่าไม่คงที่เช่นกัน (เส้นสีเขียว)

จากความหมายของค่าที่วัดได้ ถ้ากำหนดให้ Q เท่ากับปริมาณความร้อน จะได้ว่า

$$Q_{dc} = Q_{ac}$$

$$0.24 P_{dc} t = 0.24 (av) p_{ac} t$$

$$P_{dc} = av(p_{ac})$$

$$I_{dc}^2 R = av(i_{ac}^2) R$$

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.5 ค่าที่วัดได้

จากรูปที่ 2.10 (ค) กำลังไฟฟ้าที่เกิดจากไฟฟ้ากระแสตรงมีค่าเท่ากันตลอด แต่กำลังไฟฟ้าที่เกิดจากไฟฟ้ากระแสสลับ ดังรูปที่ 2.10 (ง) ได้จากการเฉลี่ย $i_{ac}^2 R$ ให้เท่ากันตลอดตามพื้นที่แรเงา โดยกำหนดให้เป็น $av(i_{ac}^2)$ ดังนั้น

$$I_{dc}^2 R = av(I_{ac}^2) R$$

$$I_{dc}^2 = av(I_{ac}^2)$$

$$I_{dc} = \sqrt{av(I_{ac}^2)} = I_{rms} \quad \text{.....(2.5)}$$

จากสมการที่ 2.5 ค่ากระแสไฟฟ้าที่วัดได้ของไฟฟ้ากระแสสลับได้จากการถอดรากที่ 2 ของค่าเฉลี่ยยกกำลังสอง ซึ่งเรียกว่า **root mean square (rms)**

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.5 ค่าที่วัดได้

ตัวอักษรที่ใช้กับค่าที่วัดได้

V, V_{rms}, V_{eff} กรณีเป็นแรงดันไฟฟ้า

I, I_{rms}, I_{eff} กรณีเป็นกระแสไฟฟ้า

เพราะฉะนั้น

$$V = 0.707 V_m \quad \text{.....(2.7)}$$

$$I = 0.707 I_m \quad \text{.....(2.8)}$$

เมื่อ V = แรงดันไฟฟ้าใช้งานหรือแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้ (V)

I = กระแสไฟฟ้าใช้งานหรือกระแสไฟฟ้าที่วัดได้ (A)

V_m = แรงดันไฟฟ้าสูงสุด (V)

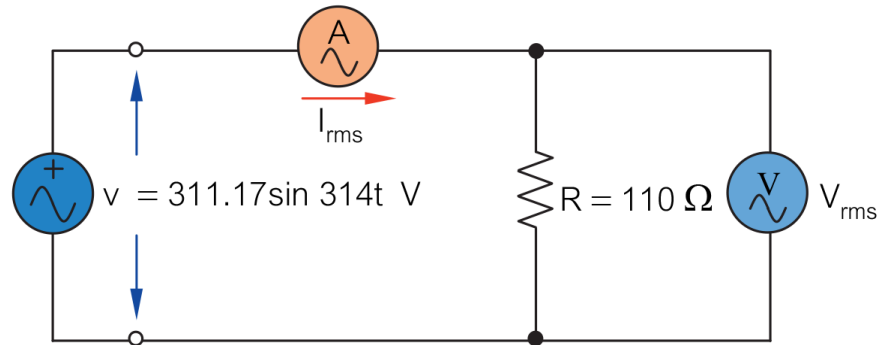
I_m = กระแสไฟฟ้าสูงสุด (A)

ค่าที่วัดได้บางครั้งเรียกว่า **ค่าที่ใช้งาน** เพราะค่านี้เป็นค่าที่วัดได้จากเครื่องวัดโดยตรง เช่น โวลต์มิเตอร์ แอมมิเตอร์ ซึ่งจะมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา นั้นหมายความว่า เครื่องวัดไฟฟ้า คือ โวลต์มิเตอร์ แอมมิเตอร์ จะอ่านค่าได้เป็น 0.707 เท่า ของค่าแรงดันไฟฟ้าสูงสุดและกระแสไฟฟ้าสูงสุดของรูปคลื่นไซน์

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.6 การคำนวณหาค่าที่วัดได้ของรูปคลื่นไซน์

ตัวอย่างที่ 2.4 จากวงจรรูปที่ 2.12 โวลต์มิเตอร์และแอมมิเตอร์จะอ่านค่าได้เท่าใด



รูปที่ 2.12 วงจรของตัวอย่างที่ 2.4

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้จะได้ $V_m = 311.17 \text{ V}$

$$V_{rms} = 0.707 V_m = 0.707 \times 311.17$$

$$V_{rms} = 220 \text{ V}$$

โวลต์มิเตอร์อ่านค่าได้เท่ากับ

220 V

ตอบ

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{220}{110}$$

$$I_{rms} = 2 \text{ A}$$

แอมมิเตอร์อ่านค่าได้เท่ากับ

2 A

ตอบ

หน่วยที่ 2 ค่าเฉลี่ยและค่าที่วัดได้ของรูปคลื่น

2.7 ความหมายของฟอร์มแฟกเตอร์

ฟอร์มแฟกเตอร์ หมายถึง ค่าอัตราส่วนของค่าใช้งานต่อค่าเฉลี่ยของรูปคลื่น นั่นคือ

$$\begin{aligned}\text{ฟอร์มแฟกเตอร์ (FF)} &= \frac{\text{ค่าใช้งาน}}{\text{ค่าเฉลี่ย}} \\ &= \frac{0.707 V_m}{0.636 V_m} \\ &= 1.11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{หรือ ฟอร์มแฟกเตอร์ (FF)} &= \frac{0.707 I_m}{0.636 I_m} \\ &= 1.11\end{aligned}$$

ดังนั้นไฟฟ้ากระแสลัทธิรูปคลื่นไซน์ค่าฟอร์มแฟกเตอร์จึงมีค่าคงที่ซึ่งเท่ากับ 1.11 เสมอ ซึ่งการนำไปใช้งานจะใช้เป็นตัวคูณของค่าที่มิเตอร์ซึ่งวัดออกมาเป็นค่าเฉลี่ย เพื่อให้ได้ออกมาเป็นค่าใช้งานหรือค่าที่วัดได้แต่มิเตอร์จะต้องเป็นแบบวงจรเรียงกระแส

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.1 จำนวนจริง

จำนวนจริง หมายถึง ค่าที่สามารถนับจำนวนได้ว่ามีจำนวนมากน้อยเท่าไร ซึ่งยังสามารถแบ่งออกได้เป็นอีก 2 จำนวน คือ

3.1.1 จำนวนตรรกยะ หมายถึง เลขที่เป็นจำนวนเต็ม หรือจำนวนเศษส่วนหรือเลขทศนิยมที่มีค่าคงที่และจำนวนแน่นอน

3.1.2 จำนวนอตรรกยะ หมายถึง เลขที่ไม่สามารถหาค่าได้ถูกต้องโดยเลขที่ได้นั้นจะเป็นเพียงประมาณค่าขึ้นมา

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.2 จำนวนจินตภาพ

จำนวนจินตภาพ หมายถึง ค่าที่ไม่สามารถทราบจำนวนค่าว่ามีจำนวนมากน้อยเท่าไร ได้แก่ ค่าที่ถอดรากที่สองของเลขจำนวนจริงที่ติดลบ ได้แก่ $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-7}$ เป็นต้น

ถ้ากำหนดให้ $j = \sqrt{-1}$ ดังนั้นสามารถแทนค่าของตัวเลขอื่น ๆ จะได้ ดังนี้

$$\sqrt{-1} = j$$

$$\sqrt{-2} = \sqrt{-1 \times 2} = \sqrt{-1} \times \sqrt{2} = j\sqrt{2}$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{-1 \times 4} = \sqrt{-1} \times \sqrt{4} = j2$$

$$\sqrt{-28} = \sqrt{-1 \times 28} = \sqrt{-1} \times \sqrt{28} = j5.2915$$

จากที่กำหนดให้

$$j = \sqrt{-1} \quad \text{ดังนั้น} \quad j^2 = -1$$

$$j^3 = j^2 \times j = (-1) \times j = -j$$

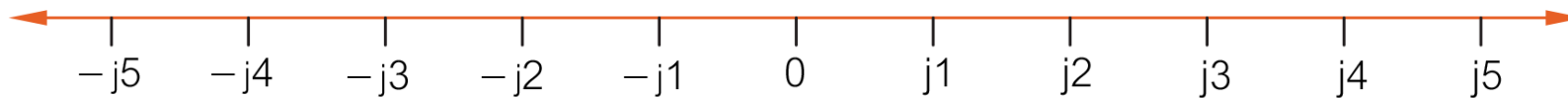
หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

$$j^4 = j^2 \times j^2 = (-1) \times (-1) = 1$$

$$j^5 = j^4 \times j = (1) \times j = j$$

$$j^6 = j^5 \times j = j \times j = j^2 = -1$$

จากเลขจำนวนจินตภาพที่กล่าวมา ก็สามารถกำหนดลงบนเส้นตรงได้เช่นเดียวกัน เรียกว่า แนวเส้นจำนวนจินตภาพ จากรูปที่ 3.2 จากค่าศูนย์ไปทางขวามือเป็นค่าจำนวนจินตภาพทางบวกเพิ่มขึ้นและจากค่าศูนย์ไปทางซ้ายมือเป็นค่าจำนวนจินตภาพทางลบเพิ่มขึ้น



รูปที่ 3.2 เลขจำนวนจินตภาพบนแนวเส้นจำนวนจินตภาพ

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.3 ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน หมายถึง การนำเลขที่เป็นจำนวนจริงกับจำนวนจินตภาพมาเขียนรวมกัน ซึ่งจะใช้อักษรตัว z เป็นอักษรกำกับ โดยมีรูปแบบพื้นฐานดังนี้

$$z = x + jy$$

....(3.1)

เมื่อ

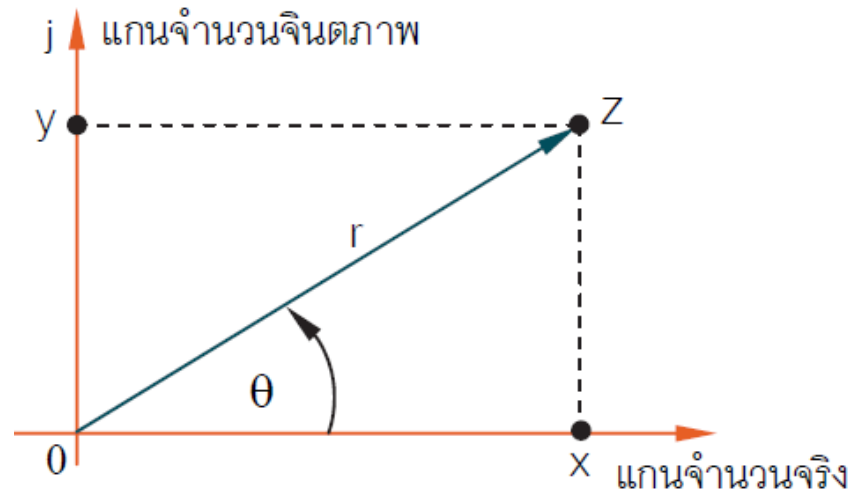
x เรียกว่า ส่วนที่เป็นจำนวนจริง

jy เรียกว่า ส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.4 รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน

จากรูปแบบพื้นฐานของจำนวนเชิงซ้อน $z = x + jy$ ซึ่งเรียกรูปแบบนี้ว่า แบบเรกแทงกูลาร์และยังสามารถแปลงเป็นรูปแบบอื่นได้อีก จากรูปที่ 3.4 ตำแหน่งของ z ประกอบด้วยจำนวนจริงเท่ากับ x จำนวนจินตภาพเท่ากับ y นอกจากนี้ตำแหน่งของ z ยังมีค่าเท่ากับความยาวของเส้นจากจุด 0 ไปยัง z (ความยาวของ r) และทำมุม θ กับแกนจำนวนจริง



รูปที่ 3.4 แสดงจำนวนเชิงซ้อน

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

ตารางที่ 3.1 รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อนและรูปแบบของสมการ

รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน	รูปแบบของสมการ
1. แบบเรกแทงกูลาร์	$z = x + jy$
2. แบบตรีโกณมิติ	$z = r (\cos\theta + j\sin\theta)$
3. รูปแบบโพลาร์	$z = r \angle \theta$
4. รูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล	$z = r e^{j\theta}$

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.5 การเปลี่ยนรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน

รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อนมี 4 รูปแบบ สามารถเปลี่ยนให้เป็นรูปแบบใดก็ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.1 จงเปลี่ยน $4 + j3$ ให้อยู่ในรูปของตรีโกณมิติ เอกซ์โพเนนเชียล และโพลาร์

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $x = 4$ และ $y = 3$

จากสมการ
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{และ} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

แทนค่า
$$r = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = \sqrt{(16 + 9)}$$

$$r = \sqrt{25} = 5$$

และ
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = \tan^{-1} 0.75$$

$$\theta = 36.87^\circ$$

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

จากรูปแบบตรีโกณมิติ

$$z = r (\cos \theta + j \sin \theta)$$

แทนค่า

$$z = 5 (\cos 36.87^\circ + j \sin 36.87^\circ)$$

รูปแบบตรีโกณมิติมีค่าเท่ากับ

$$5 (\cos 36.87^\circ + j \sin 36.87^\circ)$$

ตอบ

จากรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล

$$z = r e^{j\theta}$$

แทนค่า

$$z = 5 e^{j36.87^\circ}$$

รูปแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีค่าเท่ากับ

$$5 e^{j36.87^\circ}$$

ตอบ

จากรูปแบบโพลาร์

$$z = r \angle \theta$$

แทนค่า

$$z = 5 \angle 36.87^\circ$$

รูปแบบโพลาร์มีค่าเท่ากับ

$$5 \angle 36.87^\circ$$

ตอบ

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

ตัวอย่างที่ 3.2 จงเปลี่ยน $10(\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ)$ ให้อยู่ในรูปของโพลาร์และเรกแทงกูลาร์

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $r = 10$ และ $\theta = 60^\circ$

จากรูปแบบโพลาร์ $z = r \angle \theta$

แทนค่า $z = 10 \angle 60^\circ$

รูปแบบโพลาร์มีค่าเท่ากับ $10 \angle 60^\circ$ **ตอบ**

$$x = r \cos \theta = 10 \cos 60^\circ = 10 \times 0.5 = 5$$

$$y = r \sin \theta = 10 \sin 60^\circ = 10 \times 0.866 = 8.66$$

จากรูปแบบเรกแทงกูลาร์ $z = x + jy$

แทนค่า $z = 5 + j8.66$

รูปแบบเรกแทงกูลาร์มีค่าเท่ากับ $5 + j8.66$ **ตอบ**

หน่วยที่ 3 จำนวนเชิงซ้อน

3.6 การคำนวณจำนวนเชิงซ้อนด้วยวิธีต่าง ๆ

3.6.1 การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

3.6.2 การคูณจำนวนเชิงซ้อน

$$z_1 \times z_2 = r_1 \times r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

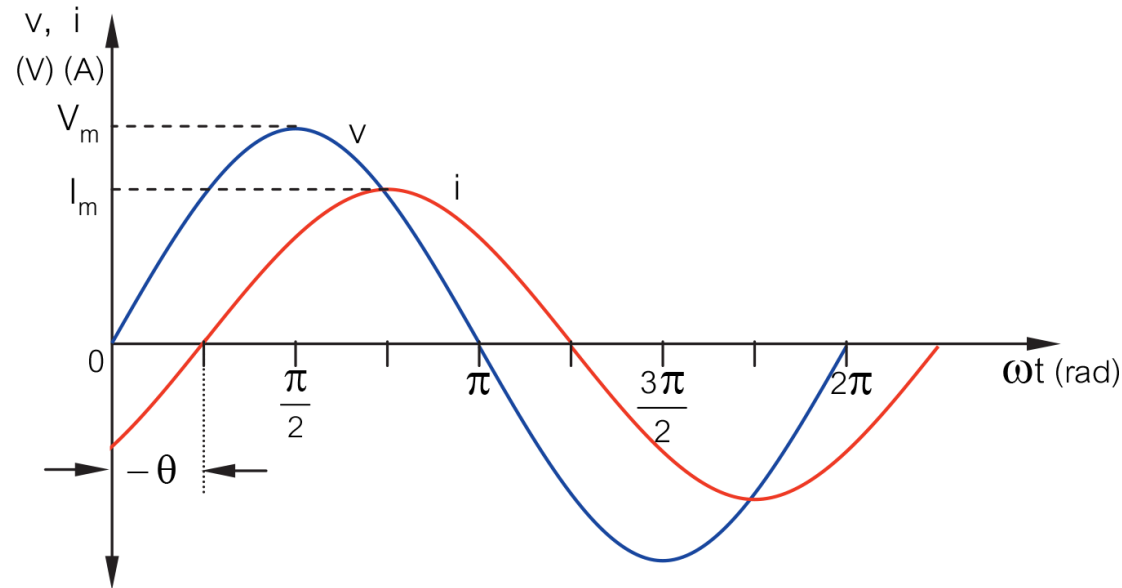
3.6.3 การหารจำนวนเชิงซ้อน

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างสมการชั่วขณะกับสมการเฟสเซอร์

เมื่อพิจารณาดังรูปที่ 4.1 ซึ่งเป็นรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะ (v) และกระแสไฟฟ้าชั่วขณะ (i) ของรูปคลื่นไซน์ โดยให้รูปคลื่นของแรงดันไฟฟ้ามีจุดเริ่มต้นที่ศูนย์ ($\theta = 0^\circ$) และรูปคลื่นของกระแสไฟฟ้ามีเฟสล้าหลังแกนอ้างอิง ($-\theta$)



รูปที่ 4.1 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะและกระแสไฟฟ้าชั่วขณะ

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

จากรูปที่ 4.1 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$v = V_m \sin(\omega t + 0^\circ)$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

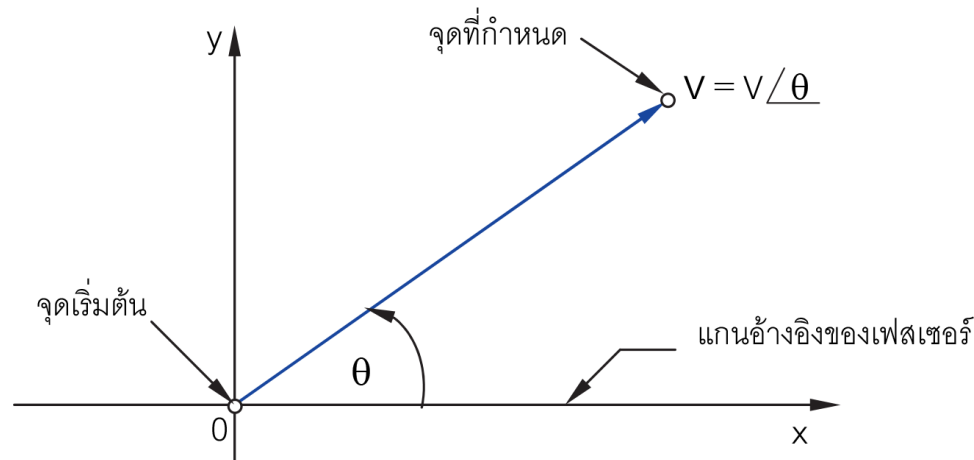
ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบสมการชั่วขณะกับสมการเฟสเซอร์

สมการชั่วขณะ	สมการเฟสเซอร์
$v = V_m \sin(\omega t + 0^\circ)$	$V = V \angle 0^\circ$
$i = I_m \sin(\omega t - \theta^\circ)$	$I = I \angle -\theta$

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.2 เฟสเซอร์และเฟสเซอร์ไดอะแกรม

เฟสเซอร์นั้นจะมีทั้งขนาดและทิศทาง และสมการที่ได้เขียนอยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน ดังนั้นจึงนำเฟสเซอร์มา บวก ลบ คูณ และหารได้ เพื่อให้การวิเคราะห์เฟสเซอร์มองเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น ดังรูปที่ 4.2 ถ้าแทนขนาดของเฟสเซอร์ด้วยความยาวของเส้นและลูกศรจากจุดเริ่มต้น (จุด 0) ถึงจุดที่กำหนดซึ่งจะแปรผันตามขนาดของเฟสเซอร์และให้ทำมุมกับแกนอ้างอิงก็จะได้มุมเฟสของเฟสเซอร์ จากนั้นนำมาเขียนอยู่บนแกน x และ y โดยเรียกว่า เฟสเซอร์ไดอะแกรม



รูปที่ 4.2 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้า

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.3 การคำนวณหาเฟสเซอร์และเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

ตัวอย่างที่ 4.1 จงหาเฟสเซอร์ของสมการชั่วขณะต่อไปนี้

ก. $v = 141.43 \sin(500t - 35^\circ) \text{ V}$

ข. $i = 7.08 \sin(200t + 150^\circ) \text{ A}$

วิธีทำ

ก. สมการเฟสเซอร์ของ V

$$V = 0.707 V_m \angle -35^\circ$$
$$= 0.707 \times 141.43 \angle -35^\circ$$
$$V = 100 \angle -35^\circ \text{ V}$$

สมการเฟสเซอร์ของ V มีค่าเท่ากับ $100 \angle -35^\circ \text{ V}$ **ตอบ**

ข. สมการเฟสเซอร์ของ I

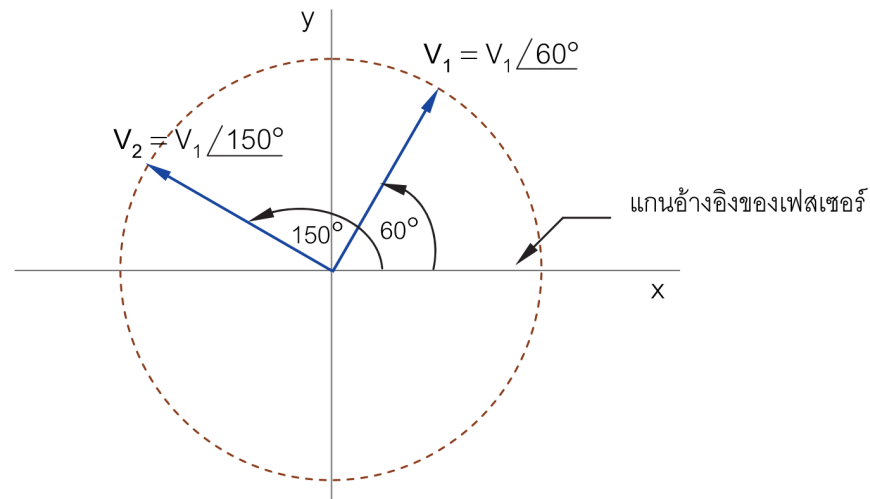
$$I = 0.707 I_m \angle 150^\circ$$
$$= 0.707 \times 7.08 \angle 150^\circ$$
$$I = 5 \angle 150^\circ \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์ของ I มีค่าเท่ากับ $5 \angle 150^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.4 การนำหน้าและล่าหลังของเฟสเซอร์ไดอะแกรม

เฟสเซอร์ไดอะแกรมนั้นสามารถเคลื่อนที่หมุนรอบแกน x และ y โดยจะอยู่ที่ตำแหน่งใดก็ได้โดยขนาดจะมีค่าคงที่แต่มุมเฟสจะเปลี่ยนไป ดังรูปที่ 4.4 กำหนดให้เฟสเซอร์ $V_1 = V_1 \angle 60^\circ$ โดยมีขนาดเท่ากับ V_1 ทำมุม 60° กับแกนอ้างอิง จากนั้นให้หมุนทวนเข็มนาฬิกาไปอีก 90° ก็จะทำให้ขนาดของเฟสเซอร์เปลี่ยนไปเป็น $V_2 = V_1 \angle 150^\circ$ (ขนาด V_1 ยังมีค่าเท่าเดิม)

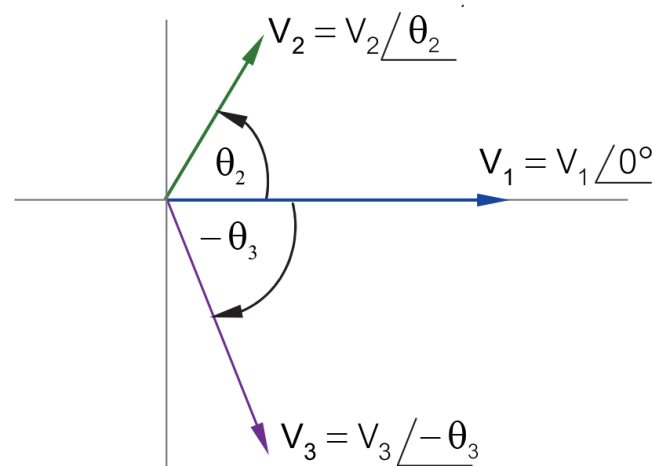


รูปที่ 4.4 การเคลื่อนที่หมุนรอบแกน x และ y ของเฟสเซอร์

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.4 การนำหน้าและล่าหลังของเฟสเซอร์ไดอะแกรม

จากการเคลื่อนที่หมุนของเฟสเซอร์ ถ้าเฟสเซอร์นั้นเคลื่อนที่หมุนจากแกนอ้างอิงไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จะได้มุมเฟสเป็นมุมบวก (+) และถ้าเฟสเซอร์นั้นเคลื่อนที่หมุนจากแกนอ้างอิงไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา จะได้มุมเฟสเป็นมุมลบ (-) ดังรูปที่ 4.5 เฟสเซอร์ V_2 หมุนทวนเข็มนาฬิกาจากแกนอ้างอิง จะได้มุมเฟสเป็นมุมบวก ($+\theta_2$) และเฟสเซอร์ V_3 นั้นเคลื่อนที่หมุนจากแกนอ้างอิงไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา จะได้มุมเฟสเป็นมุมลบ ($-\theta_3$)

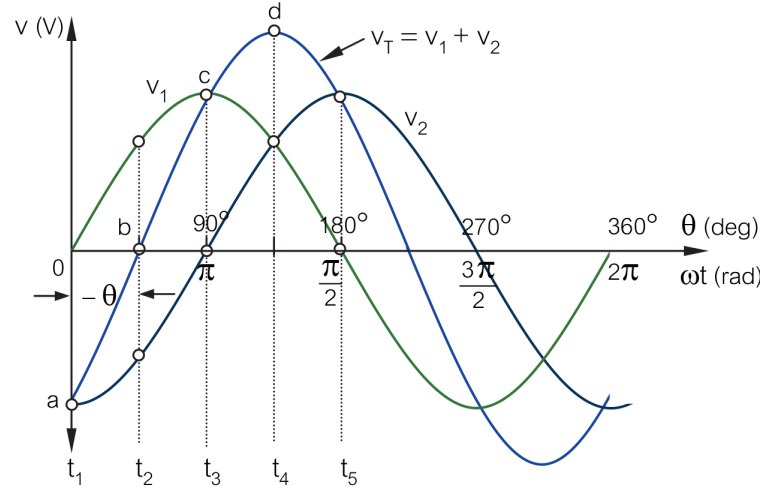


รูปที่ 4.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรม มุมเฟส การนำหน้าและล่าหลัง

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.5 การบวกรูปคลื่นและเฟสเซอร์

4.5.1 การบวกรูปคลื่น รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับตั้งแต่ 2 รูปคลื่นขึ้นไป สามารถนำรูปคลื่นมาบวกทางพีชคณิตได้ โดยการนำขนาดของค่าชั่วขณะที่บนแกนเวลาเดียวกันมาบวกกัน ดังนั้นจะทำให้ได้รูปคลื่นใหม่ขึ้นมา โดยมีขนาดและมุมเฟสเปลี่ยนไป แต่คาบเวลาจะไม่เปลี่ยนแปลง (ถ้ากำหนดให้รูปคลื่นทั้งสองมีคาบเวลาเท่ากัน) โดยคาบเวลาจะเท่ากับรูปคลื่นทั้งสอง



รูปที่ 4.6 การบวกรูปคลื่น v_1 และ v_2 ได้ v_T

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

จากรูปที่ 4.6 เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_1 = V_{1m} \sin(\omega t + 0^\circ)$$

$$v_2 = V_{2m} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$v_T = v_1 + v_2$$

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t - \theta)$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_1 = V_1 \angle 0^\circ$$

$$V_2 = V_2 \angle -90^\circ$$

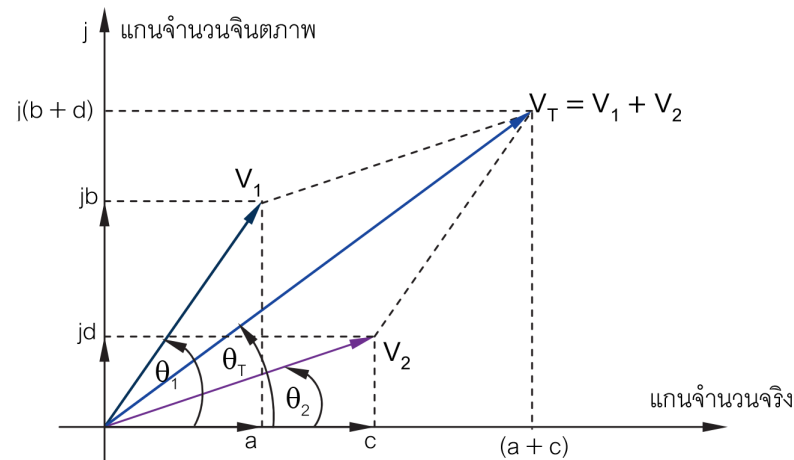
$$V_T = V_1 + V_2$$

$$V_T = V_T \angle -\theta$$

ในการคำนวณหาขนาดของ V_T และมุมเฟส ในรูปของสมการชั่วขณะ จะทำได้ลำบากและไม่สะดวกเพราะมีความสัมพันธ์กับเวลา ดังนั้นถ้าทำอยู่ในรูปของสมการเฟสเซอร์ แล้วนำสมการเฟสเซอร์ทั้งสองมาบวกกันก็ได้เฟสเซอร์ของ V_T พร้อมมุมเฟส จากนั้นจึงนำมาเขียนอยู่ในรูปของสมการชั่วขณะอีกครั้งหนึ่ง

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.5.2 การบวกเฟสเซอร์ สมการเฟสเซอร์นั้นส่วนมากจะเขียนอยู่ในรูปแบบโพลาร์ จึงเป็นการง่ายเมื่อนำระบบจำนวนเชิงซ้อนมาประยุกต์ใช้ โดยการจำแนกค่าของเฟสเซอร์แต่ละเฟสเซอร์ให้เป็นค่าของจำนวนจริงกับจำนวนจินตภาพ โดยผลรวมของเฟสเซอร์จะเท่ากับผลบวกของจำนวนจริงกับผลบวกของจำนวนจินตภาพ ดังรูปที่ 4.7 โดยเฟสเซอร์ V_1 จำแนกเป็นจำนวนจริง คือ a และจำนวนจินตภาพ คือ jb ส่วนเฟสเซอร์ V_2 จำแนกเป็นจำนวนจริง คือ c และจำนวนจินตภาพ คือ jd โดยผลรวมของเฟสเซอร์ V_T ได้จากผลรวมของเฟสเซอร์ V_1 กับ V_2



รูปที่ 4.7 การจำแนกเฟสเซอร์ V_1 และ V_2 ได้ผลบวกเฟสเซอร์ V_T

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

จากรูปที่ 4.7 จะจำแนกเฟสเซอร์ V_1 และ V_2 ได้ดังนี้

$$V_1 = a + jb$$

$$V_2 = c + jd$$

$$V_T = V_1 + V_2 = (a + c) + j(b + d)$$

และขนาดของมุมเฟส

$$\theta_T = \tan^{-1} \left(\frac{b + d}{a + c} \right)$$

ดังนั้น

$$V_T = V_T \angle \theta_T$$

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

4.6 การคำนวณหาผลบวกของเฟสเซอร์

ตัวอย่างที่ 4.3 จงหาผลบวกของแรงดันไฟฟ้า $V_1 = 80 \angle 0^\circ$ V กับ $V_2 = 100 \angle 60^\circ$ V

วิธีทำ จำแนกเฟสเซอร์ V_1 และ V_2

$$V_1 = 80 + j0$$

$$V_2 = 50 + j86.6$$

$$V_1 + V_2 = (80 + 50) + j(0 + 86.6)$$

$$= 130 + j86.6$$

$$V_1 + V_2 = 156.2 \angle 33.67^\circ \text{ V}$$

ผลบวกของแรงดันไฟฟ้า V_1 กับ V_2 มีค่าเท่ากับ $156.2 \angle 33.67^\circ$ V **ตอบ**

หน่วยที่ 4 รูปคลื่น สมการ และเฟสเซอร์

ตัวอย่างที่ 4.4 จงหาผลบวกของกระแสไฟฟ้า $I_1 = 10 \angle 120^\circ$ A กับ $-I_2 = 8 \angle -150^\circ$ A

วิธีทำ จำแนกเฟสเซอร์ I_1 และ I_2 จะได้

$$I_1 = -5 + j8.66 \text{ และ } I_2 = -6.93 - j4$$

$$I_1 + (-I_2) = (-5 + j8.66) + \{-(-6.93 - j4)\}$$

$$= -5 + j8.66 + 6.93 + j4$$

$$= 1.93 + j12.66$$

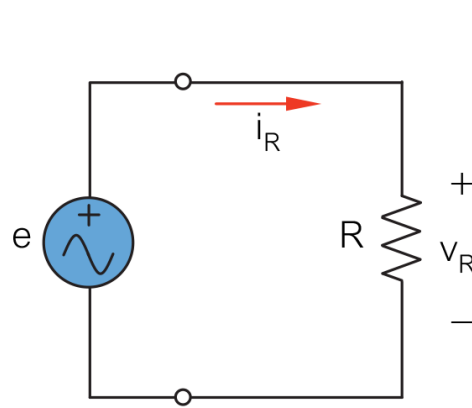
$$I_1 + (-I_2) = 12.8 \angle 81.33^\circ \text{ A}$$

ผลบวกของกระแสไฟฟ้า I_1 กับ $-I_2$ มีค่าเท่ากับ $12.8 \angle 81.33^\circ$ A **ตอบ**

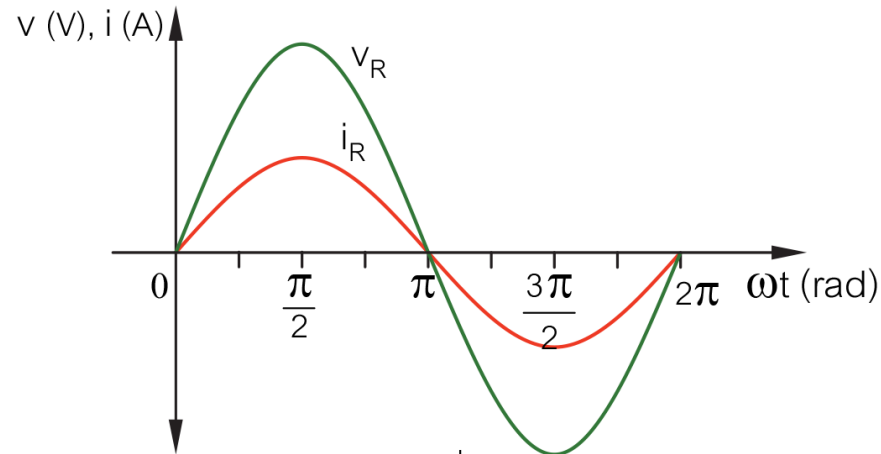
หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.1 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว

เมื่อนำตัวต้านทานมาต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้าสลับจะทำให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทาน (i_R) และทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน (v_R) ดังรูปที่ 5.1 (ก)



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 5.1 วงจรตัวต้านทานและรูปคลื่น

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

รูปที่ 5.1 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_R = V_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$i_R = I_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_R = V_R \angle 0^\circ$$

$$I_R = I_R \angle 0^\circ$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม จากสมการเฟสเซอร์และรูปที่ 5.2 เฟสเซอร์ของแรงดัน V_R มีขนาดเท่ากับ V_R ทิศทางมุม 0° ซึ่งเขียนทับแกนอ้างอิง โดยมีเฟสเซอร์ของกระแส I_R มีขนาดเท่ากับ I_R ทิศทางมุม 0° ทับกับเฟสเซอร์ของแรงดัน V_R



รูปที่ 5.2 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_R กับกระแส I_R

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.2 อิมพีแดนซ์ของวงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว

อิมพีแดนซ์ (Impedance) หมายถึง ความต้านทานทางวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ ใช้ Z เป็นอักษรกำกับมีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω) ซึ่งอิมพีแดนซ์ของวงจรได้จาก

$$Z = \frac{V}{I}$$

.....(5.1)

เมื่อ

Z = อิมพีแดนซ์ของวงจร (Ω)

V = เฟสเซอร์ของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ (V)

I = เฟสเซอร์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร (A)

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ดังนั้น ในวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว

$$\begin{aligned} Z &= \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I_R \angle 0^\circ} \\ &= R \angle 0^\circ = R \end{aligned}$$

$$Z = R \angle 0^\circ = R$$

.....(5.2)

สรุป ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่ประกอบด้วยตัวต้านทานเพียงอย่างเดียวแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้ามีเฟสไปพร้อมกัน และอิมพีแดนซ์จะมีค่าเท่ากับความต้านทาน ($Z = R$)

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.3 กราฟคำนวณค่าต่าง ๆ ของวงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว

ตัวอย่างที่ 5.1 จ่ายแรงดันดันไฟฟ้า $v_R = 84.87 \sin(400t + 45^\circ)$ V ให้กับตัวต้านทานค่า 15Ω
จงคำนวณหา กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R และเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

วิธีทำ

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{V_R}{R} = \frac{0.707 V_{R\max} \angle 45^\circ}{15 \angle 0^\circ} \\ &= \frac{0.707 \times 84.87 \angle 45^\circ}{15 \angle 0^\circ} \\ &= \frac{60}{15} \angle 45^\circ - 0^\circ \\ I_R &= 4 \angle 45^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

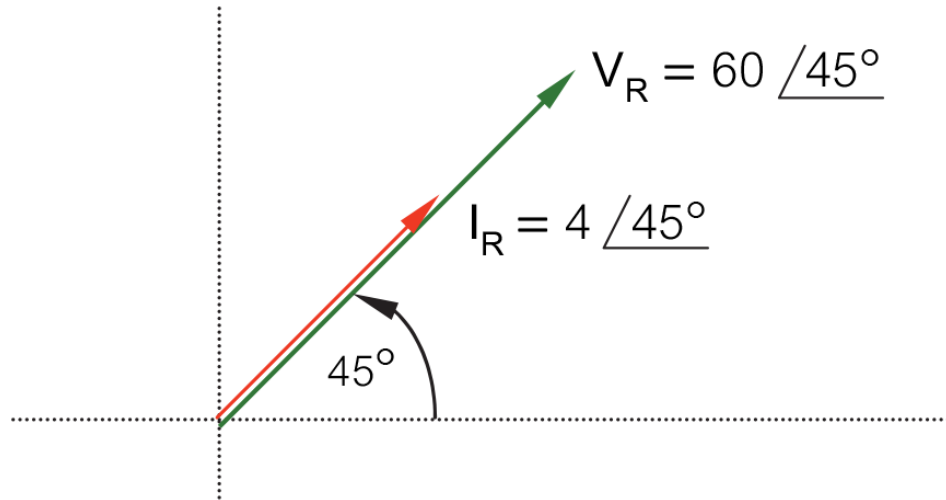
กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R มีค่าเท่ากับ

$$4 \angle 45^\circ \text{ A}$$

ตอบ

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

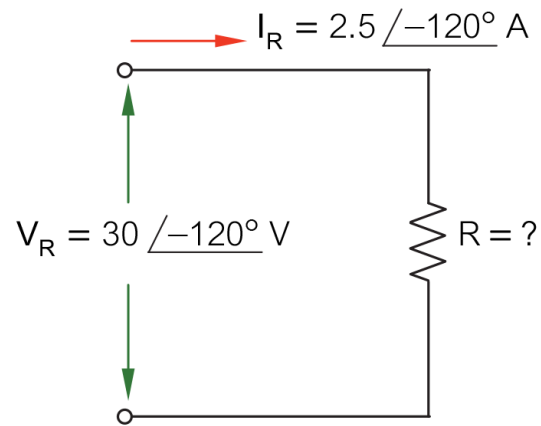
เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_R กับกระแส I_R

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ตัวอย่างที่ 5.2 วงจรดังรูปที่ 5.4 จงคำนวณหาค่าความต้านทาน



รูปที่ 5.4 วงจรของตัวอย่างที่ 5.2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{V_R}{R} \quad \text{ดังนั้น} \quad R = \frac{V_R}{I_R} \\ R &= \frac{30 \angle -120^\circ}{2.5 \angle -120^\circ} \\ &= \frac{30}{2.5} \angle -120^\circ - (-120^\circ) \\ R &= 12 \angle 0^\circ \, \Omega \end{aligned}$$

ความต้านทานมีค่าเท่ากับ

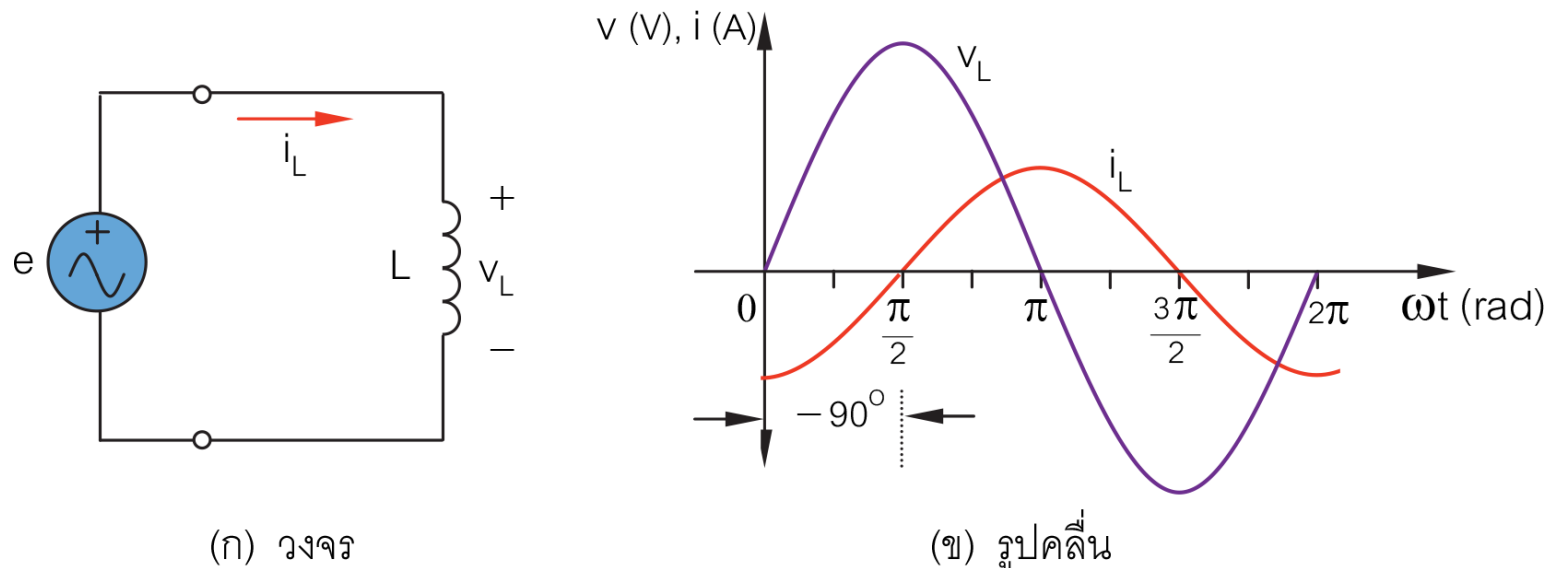
$12 \angle 0^\circ \, \Omega$

ตอบ

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.4 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียว

เมื่อนำตัวเหนี่ยวนำ มาต่อเข้ากับแรงดันไฟสลับผลจะทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (v_L) ดังรูปที่ 5.5 (ก)



รูปที่ 5.5 วงจรตัวเหนี่ยวนำและรูปคลื่น

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

จากรูปที่ 5.5 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_L = V_{Lm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_L = V_L \angle 0^\circ$$

$$I_L = I_L \angle -90^\circ$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม จากสมการเฟสเซอร์และดังรูปที่ 5.6 เฟสเซอร์ของแรงดัน V_L จะมีขนาดเท่ากับ V_L ทิศทางมุม 0° ซึ่งเขียนทับแกนอ้างอิงโดยมีเฟสเซอร์ของกระแส I_L มีขนาดเท่ากับ I_L ซึ่งมีทิศทางชี้ลงทำมุม -90° กับเฟสเซอร์ของแรงดัน V_L



รูปที่ 5.6 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_L กับกระแส I_L

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.5 รีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ

รีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ หมายถึง ความต้านทานทางไฟฟ้ากระแสสลับของตัวเหนี่ยวนำ ใช้ X_L เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นโอห์ม

$$X_L = \frac{V_L}{I_L} \quad \text{.....(5.3)}$$

ดังนั้นรีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ ก็คือค่าอิมพีแดนซ์ในวงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียว หาได้จาก

$$\begin{aligned} Z &= \frac{V}{I} = \frac{V_L}{I_L} \\ &= \frac{V_L \angle 0^\circ}{I_L \angle -90^\circ} \end{aligned}$$

$$Z = X_L \angle 90^\circ = jX_L \quad \text{.....(5.4)}$$

นอกจากนี้ค่าของ X_L ยังแปรค่าเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความถี่และค่าความเหนี่ยวนำ หาได้ดังนี้

$$X_L = 2\pi fL = \omega L \quad \text{.....(5.5)}$$

สรุป ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่ประกอบด้วยตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียวกระแสไฟฟ้าจะ
ล้าหลังแรงดันเป็นมุม 90 องศา และค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ ($Z = jX_L$)

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.6 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจรตัวเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 5.3 จ่ายแรงดันไฟฟ้า $v_L = 84.87 \sin(200t + 30^\circ)$ V ให้กับตัวเหนี่ยวนำที่มีค่าความเหนี่ยวนำ 75 mH จงคำนวณหา

- ก. รีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ
- ค. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

วิธีทำ

- ก. รีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ

$$X_L = \omega L = 200 \times 75 \times 10^{-3}$$

$$X_L = 15 \, \Omega$$

รีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

15 Ω

ตอบ

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

$$V_L = 0.707 V_{Lm} = 0.707 \times 84.87 \angle 30^\circ$$

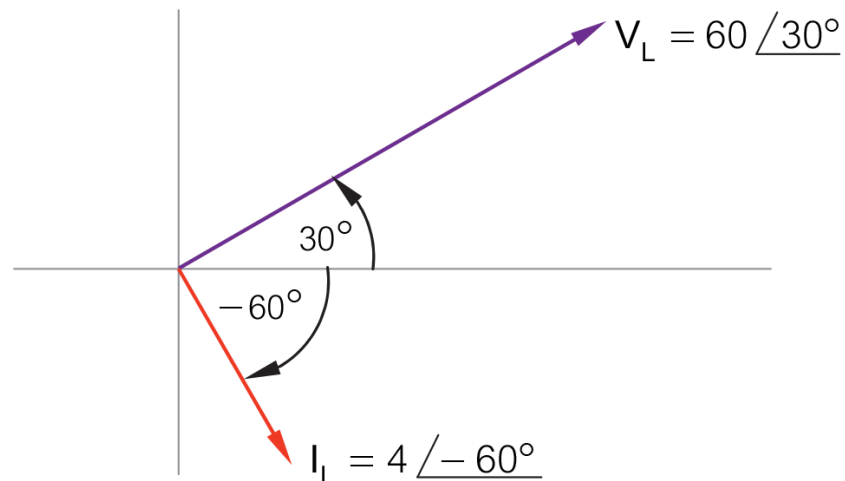
$$= 60 \angle 30^\circ$$

$$I_L = \frac{V_L}{jX_L} = \frac{60 \angle 30^\circ}{j15} = \frac{60 \angle 30^\circ}{15 \angle 90^\circ}$$

$$I_L = 4 \angle -60^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ $4 \angle -60^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

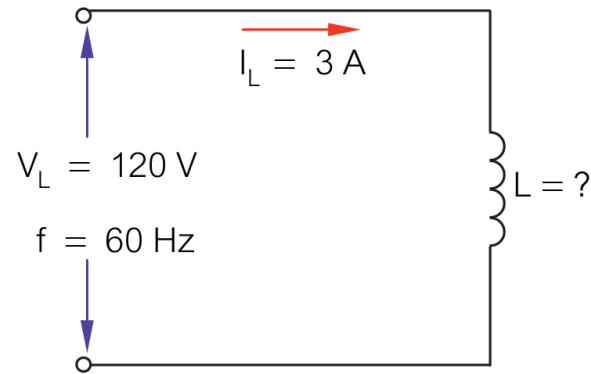
ค. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_L กับกระแส I_L

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ตัวอย่าง 5.4 วงจรดังรูปที่ 5.9 จงคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำ



รูปที่ 5.9 วงจรของตัวอย่างที่ 5.4

วิธีทำ จากสมการ

$$I_L = \frac{V_L}{X_L}$$

ดังนั้น

$$X_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{120}{3}$$

$$X_L = 40 \, \Omega$$

จากสมการ

$$X_L = 2\pi fL$$

ดังนั้น

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{40}{2 \times 3.1416 \times 60}$$

$$L = 0.106 \text{ H}$$

ความเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

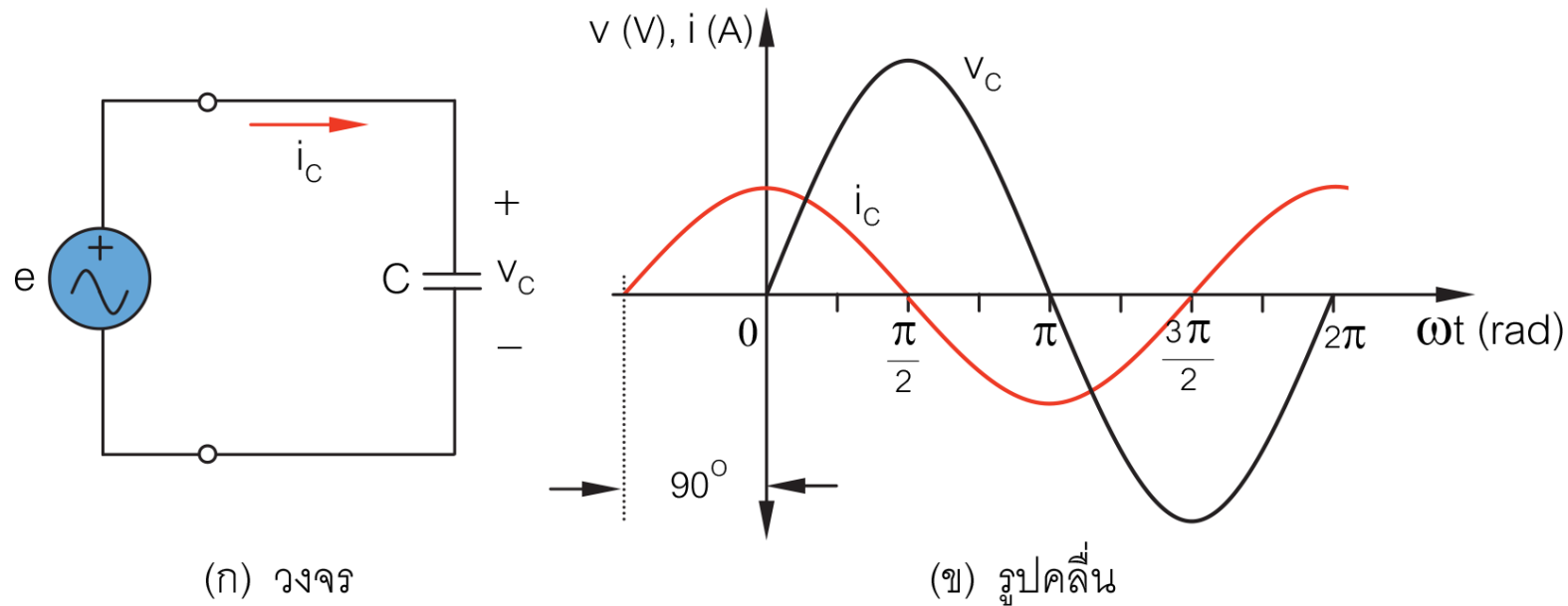
0.106 H

ตอบ

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.7 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจรตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียว

เมื่อนำตัวเก็บประจุมาต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้าสลับ ผลทำให้มีกระแสไฟฟ้าไปประจุให้กับตัวเก็บประจุ (i_C) และทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) ดังรูปที่ 5.10 (ก)



รูปที่ 5.10 วงจรตัวเก็บประจุและรูปคลื่น

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

จากรูปที่ 5.10 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_C = V_{Cm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

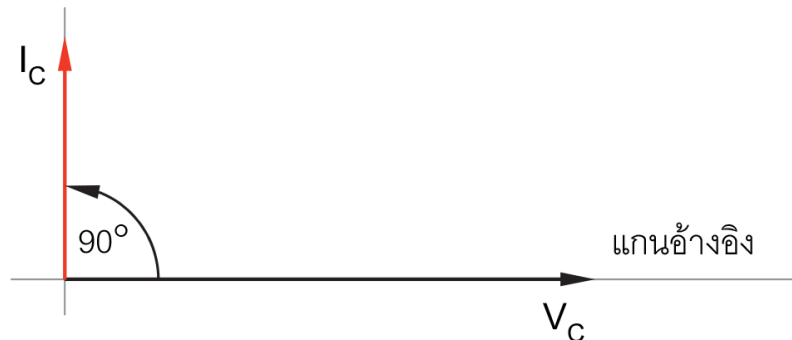
$$i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_C = V_C \angle 0^\circ$$

$$I_C = I_C \angle 90^\circ$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม จากสมการเฟสเซอร์และดังรูปที่ 5.11 เฟสเซอร์ของแรงดัน V_C มีขนาดเท่ากับ V_C ทิศทางมุม 0° ซึ่งเขียนทับแกนอ้างอิง โดยมีเฟสเซอร์ของกระแส I_C มีขนาดเท่ากับ I_C ซึ่งมีทิศทางชี้ขึ้นในแกนตั้งทำมุม 90° กับเฟสเซอร์ของแรงดัน V_C



รูปที่ 5.11 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_C กับกระแส I_C

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.8 รีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ

รีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (Capacitive reactance) หมายถึง ความต้านทานทางไฟฟ้า กระแสสลับของตัวเก็บประจุ ใช้ X_C เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นโอห์ม

$$X_C = \frac{V_C}{I_C} \quad \dots(5.6)$$

ดังนั้นรีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุก็คือค่าอิมพีแดนซ์ในวงจรที่ตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียว หาได้จาก

$$\begin{aligned} Z &= \frac{V}{I} = \frac{V_C}{I_C} \\ &= \frac{V_C \angle 0^\circ}{I_C \angle 90^\circ} \\ Z &= X_C \angle -90^\circ = -jX_C \quad \dots(5.7) \end{aligned}$$

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

นอกจากนี้ค่าของ X_C ยังแปรค่าเป็นสัดส่วนผกผันกับค่าความถี่และค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance)

หมายความว่าถ้าความถี่เพิ่มขึ้นหรือค่าความจุไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ผลให้ค่าของ X_C ลดลง ซึ่งหาได้จากสมการดังนี้

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C} \quad \text{.....(5.8)}$$

สรุป ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียวกระแสไฟฟ้าจะนำหน้าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุเป็นมุม 90 องศา และค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรเท่ากับค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ ($Z = -jX_C$)

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.9 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจรตัวเก็บประจุ

ตัวอย่างที่ 5.5 จ่ายแรงดันไฟฟ้า $v_C = 28.29 \sin(1250t - 110^\circ)$ V ให้กับตัวเก็บประจุที่มีค่าความจุไฟฟ้า $10 \mu\text{F}$ จงคำนวณหา

- ก. รีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ
- ค. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

วิธีทำ

- ก. รีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1250 \times 10 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 80 \Omega$$

รีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

80 Ω

ตอบ

หน่วยที่ 5 R, L และ C เพียงอย่างเดียวในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$$V_C = 0.707 V_{Cm} = 0.707 \times 28.29 \angle -110^\circ$$

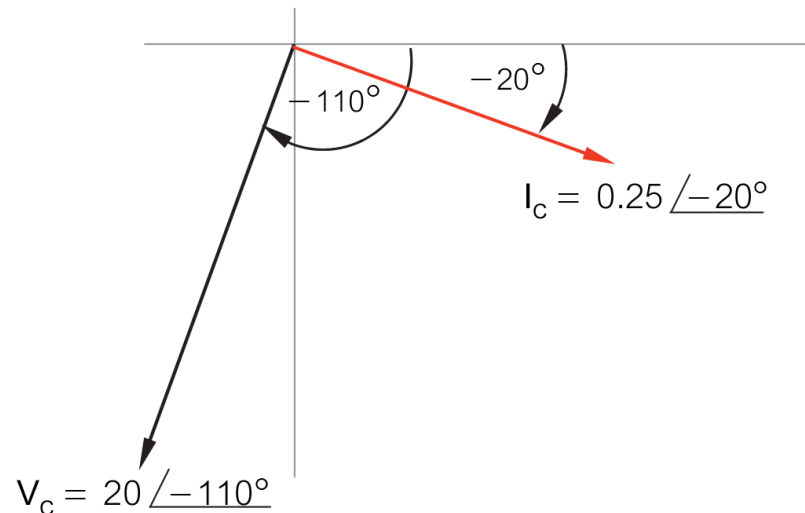
$$= 20 \angle -110^\circ$$

$$I_C = \frac{V_C}{-jX_C} = \frac{20 \angle -110^\circ}{-j80} = \frac{20 \angle -110^\circ}{80 \angle -90^\circ}$$

$$I_C = 0.25 \angle -20^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ $0.25 \angle -20^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ค. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 5.13

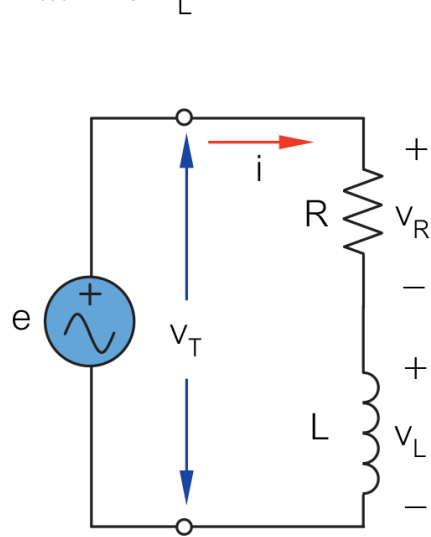


รูปที่ 5.13 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดัน V_C กับกระแส I_C

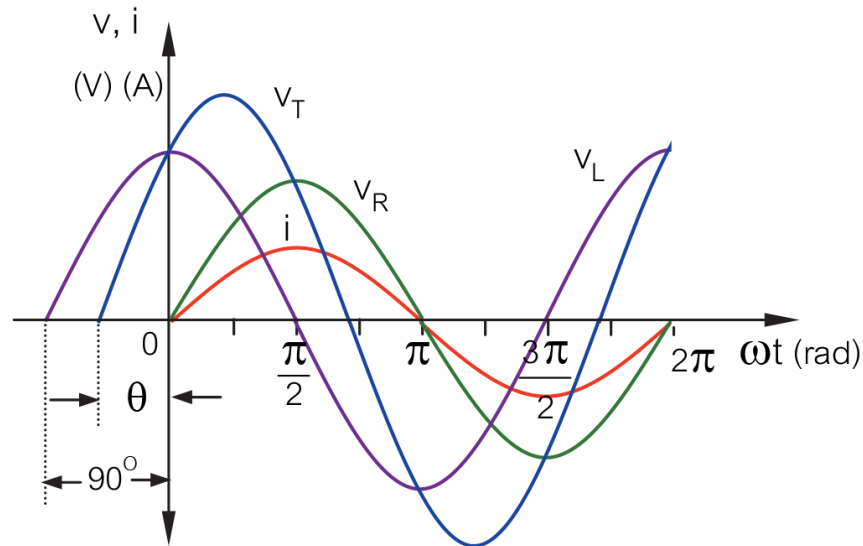
หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.1 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RL อนุกรม

ดังรูปที่ 6.1 (ก) เมื่อนำตัวต้านทานกับตัวเหนี่ยวนำมาต่ออนุกรมกัน แล้วมาต่อเข้ากับแรงดันไฟสลับ ผลจะทำให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำตามลำดับ และทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน (v_R) และแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (v_L) ส่วนแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ (v_T) ได้จากแรงดัน v_R รวมกับแรงดัน v_L



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 6.1 วงจร RL อนุกรมและรูปคลื่น

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จากรูปที่ 6.1 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$i = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$v_R = V_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$v_L = V_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$v_T = v_R + v_L$$

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t + \theta) \text{ V}$$

สมการเฟสเซอร์

$$I = I \angle 0^\circ$$

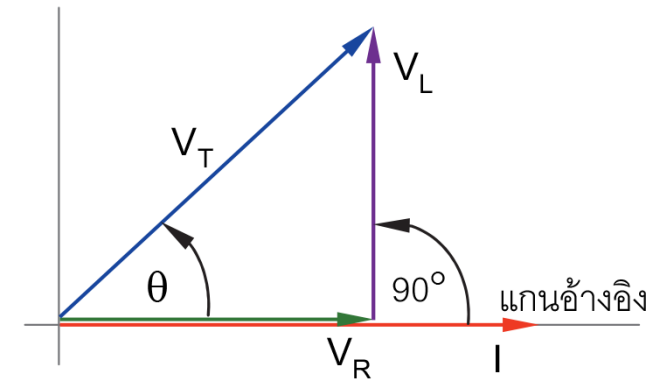
$$V_R = V_R \angle 0^\circ$$

$$V_L = V_L \angle 90^\circ$$

$$V_T = V_R + V_L$$

$$V_T = V_T \angle \theta$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม



รูปที่ 6.2 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแรงดันกับกระแส

จากสมการเฟสเซอร์นำไปเขียนเป็นเฟสเซอร์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 6.2 โดยเฟสเซอร์ของแรงดัน V_T นำหน้าเฟสเซอร์กระแส I เป็นมุม θ

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.2 อิมพีแดนซ์ของวงจร RL อนุกรม

จากหน่วยที่ 5 อิมพีแดนซ์ของวงจร ได้จากค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้หารด้วยค่าของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร ดังนั้นในวงจร RL อนุกรมก็หาเช่นเดียวกัน นั่นคือ

$$Z = \frac{V_T}{I} \quad \dots(6.1)$$

จากสมการ

$$V_T = V_R + V_L$$

สมการในรูปของเฟสเซอร์

$$V_T \angle \theta = V_R \angle 0^\circ + V_L \angle 90^\circ$$

นำ $I \angle 0^\circ$ หารตลอด

$$\frac{V_T \angle \theta}{I \angle 0^\circ} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} + \frac{V_L \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ}$$

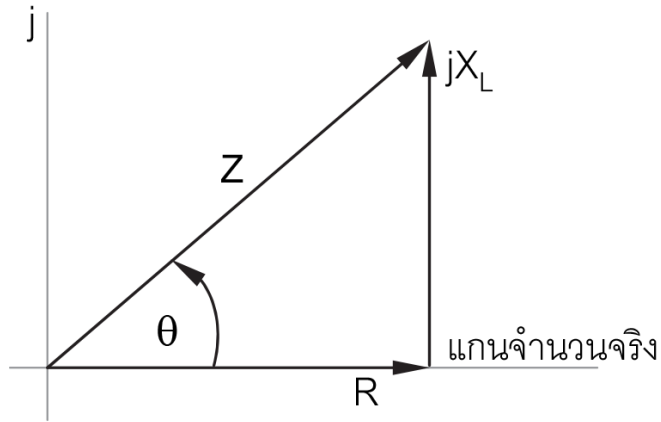
ดังนั้นจะได้

$$Z \angle \theta = R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ$$

$$Z = R + jX_L \quad \dots(6.2)$$

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จากสมการที่ 6.2 นำไปเขียนเป็นอิมพีแดนซ์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 6.3 โดยอิมพีแดนซ์ของ Z นำหน้าแกนจำนวนจริงเป็นมุม θ



รูปที่ 6.3 อิมพีแดนซ์ไดอะแกรม

จากรูปที่ 6.3 ยังสามารถหาค่าอิมพีแดนซ์โดยใช้ทฤษฎีของพythากอรัส ได้ดังนี้

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \dots (6.3)$$

เมื่อ Z = อิมพีแดนซ์ของวงจร (Ω)

R = ค่าความต้านทาน (Ω)

X_L = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ (Ω)

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.3 มุมเฟสของวงจร RL อนุกรม

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร หรือมุมของอิมพีแดนซ์

จากรูปที่ 6.3 จะได้

$$\tan\theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{X_L}{R}$$

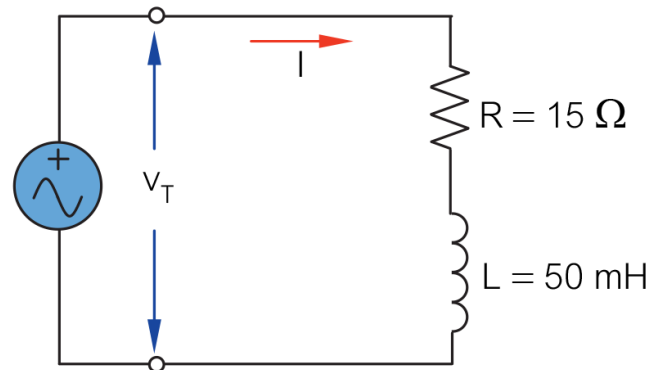
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \quad \text{.....(6.4)}$$

เมื่อ θ = มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้า (deg)

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.4 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจร RL อนุกรม

ตัวอย่างที่ 6.1 วงจรรูปที่ 6.4 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 106.09 \sin(400t + 110^\circ)$ V จ्ञายให้กับวงจร จ्ञคำนวณหา



รูปที่ 6.4 วงจรของตัวอย่างที่ 6.1

- ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร
- ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน
- ง. แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ
- จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I
- ฉ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

วิธีทำ

ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร

$$X_L = \omega L = 400 \times 50 \times 10^{-3} = 20 \, \Omega$$

$$Z = R + jX_L = 15 + j20$$

$$Z = 25 \angle 53.13^\circ \, \Omega$$

อิมพีแดนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$25 \angle 53.13^\circ \, \Omega \quad \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_T}{Z} = \frac{0.707V_{Tmax} \angle 110^\circ}{25 \angle 53.13^\circ} \\ &= \frac{0.707 \times 106.09 \angle 110^\circ}{25 \angle 53.13^\circ} = \frac{75 \angle 110^\circ}{25 \angle 53.13^\circ} \\ I &= 3 \angle 56.87^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรมีค่าเท่ากับ $3 \angle 56.87^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน

$$\begin{aligned} V_R &= IR = 3 \angle 56.87^\circ \times 15 \angle 0^\circ \\ V_R &= 45 \angle 56.87^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ $45 \angle 56.87^\circ \text{ V}$ **ตอบ**

ง. แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ

$$\begin{aligned} V_L &= I(jX_L) = 3 \angle 56.87^\circ \times 20 \angle 90^\circ \\ V_L &= 60 \angle 146.87^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ $60 \angle 146.87^\circ \text{ V}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I

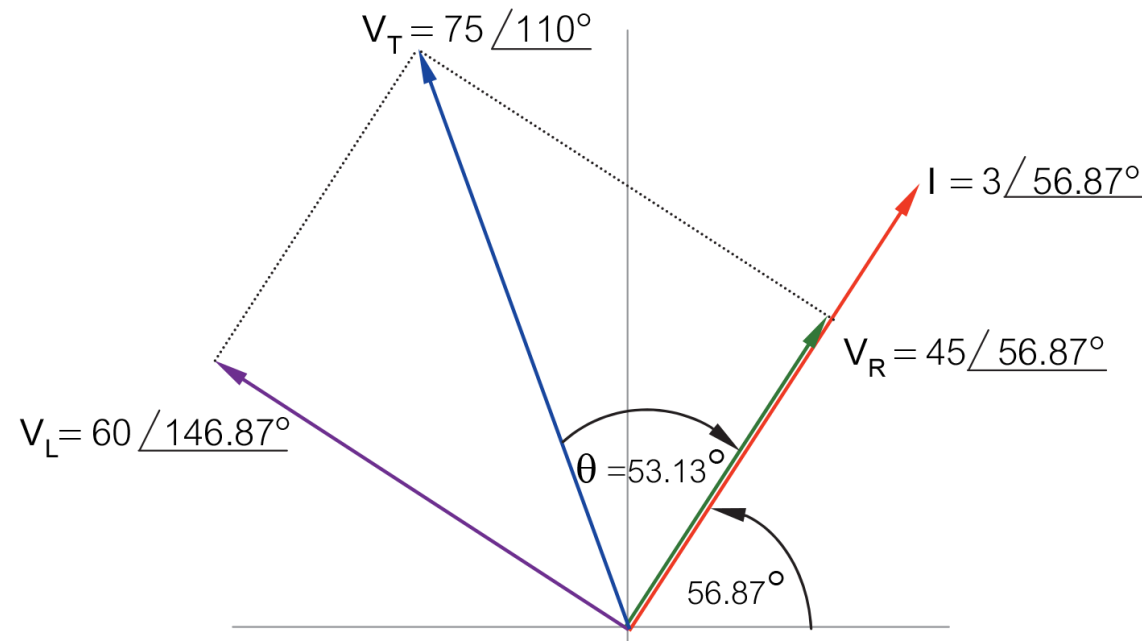
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{20}{15}\right)$$

$$\theta = 53.13^\circ$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I มีค่าเท่ากับ 53.13°

ตอบ

ฉ. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 6.5 โดยกระแส I ล้าหลังแรงดัน V_T เป็นมุม 53.13°

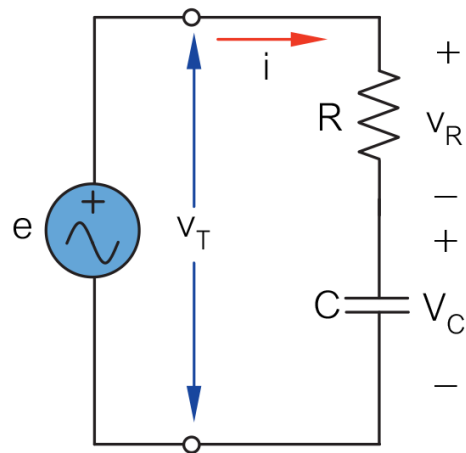


รูปที่ 6.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

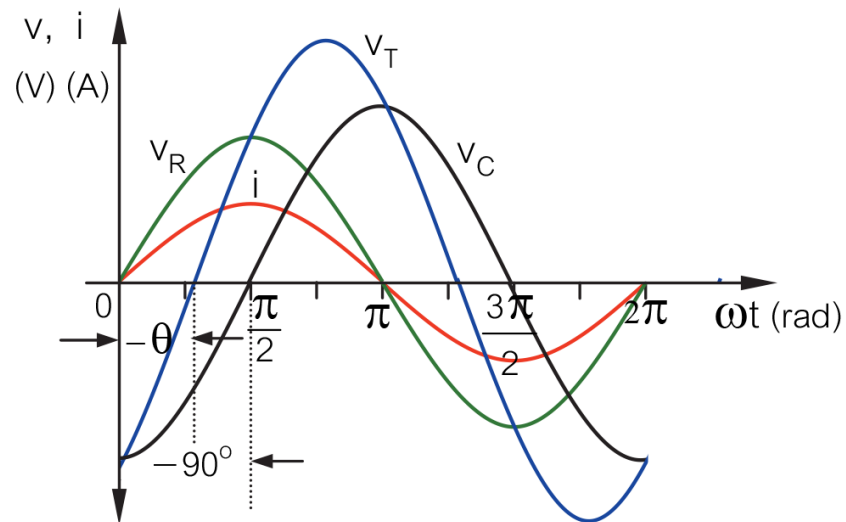
หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.5 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RC อนุกรม

จากรูปที่ 6.8 (ก) เมื่อนำตัวต้านทานกับตัวเก็บประจุมาต่ออนุกรมกัน แล้วมาต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้าสลับ จะทำให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทานและตัวเก็บประจุตามลำดับและทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน (v_R) และแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) ส่วนแรงดัน v_T ได้จากแรงดัน v_R รวมกับแรงดัน v_C



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 6.8 วงจร RC อนุกรม และรูปคลื่น

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จากรูปที่ 6.8 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$i = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$v_R = V_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$v_C = V_{Cm} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V}$$

$$v_T = v_R + v_C$$

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t - \theta) \text{ V}$$

สมการเฟสเซอร์

$$I = I \angle 0^\circ$$

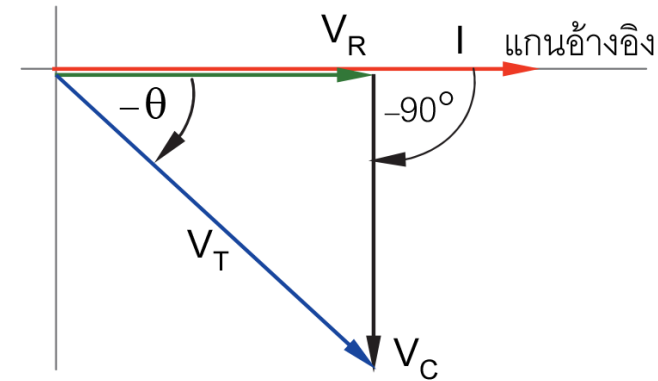
$$V_R = V_R \angle 0^\circ$$

$$V_C = V_C \angle -90^\circ$$

$$V_T = V_R + V_C$$

$$V_T = V_T \angle -\theta$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม



รูปที่ 6.9 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแรงดันกับกระแส

จากสมการเฟสเซอร์นำไปเขียนเป็นเฟสเซอร์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 6.9 โดยเฟสเซอร์ของแรงดัน V_T

ล้าหลังเฟสเซอร์กระแส I เป็นมุม $-\theta$

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.6 อิมพีแดนซ์ของวงจร RC อนุกรม

จากหน่วยที่ 5 อิมพีแดนซ์ของวงจร ได้จากค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้หารด้วยค่าของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร ดังนั้นในวงจร RC อนุกรมก็หาเช่นเดียวกัน นั่นคือ

$$Z = \frac{V_T}{I} \quad \text{.....(6.5)}$$

จากสมการ

$$V_T = V_R + V_C$$

สมการในรูปของเฟสเซอร์

$$V_T \angle -\theta = V_R \angle 0^\circ + V_C \angle -90^\circ$$

นำ $I \angle 0^\circ$ หารตลอด

$$\frac{V_T \angle -\theta}{I \angle 0^\circ} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} + \frac{V_C \angle -90^\circ}{I \angle 0^\circ}$$

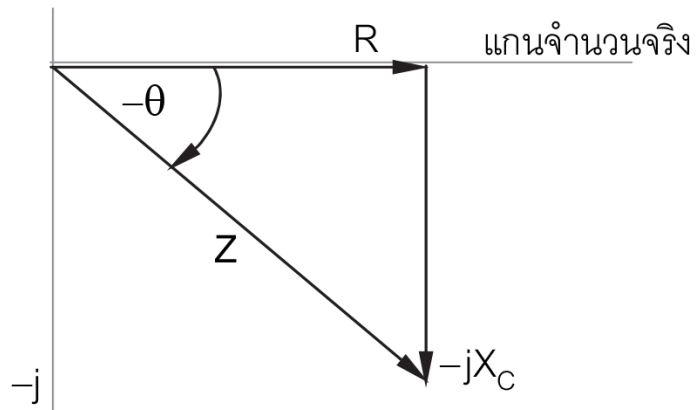
ดังนั้นจะได้

$$Z \angle -\theta = R \angle 0^\circ + X_C \angle -90^\circ$$

$$Z = R - jX_C \quad \text{.....(6.6)}$$

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จากสมการที่ 6.6 นำไปเขียนเป็นอิมพีแดนซ์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 6.10 โดยอิมพีแดนซ์ของ Z ล้าหลังแกนจำนวนจริงเป็นมุม $-\theta$



รูปที่ 6.10 อิมพีแดนซ์ไดอะแกรม

จากรูปที่ 6.10 ยังสามารถหาค่าอิมพีแดนซ์โดยใช้ทฤษฎี

ของพีทาโกรัส ได้ดังนี้

$$Z^2 = R^2 + X_C^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad \text{.....(6.7)}$$

เมื่อ

Z = อิมพีแดนซ์ของวงจร (Ω)

R = ค่าความต้านทาน (Ω)

X_C = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (Ω)

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.7 มุมเฟสของวงจร RC อนุกรม

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร หรือมุมของอิมพีแดนซ์

จากรูปที่ 6.10 จะได้

$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{X_C}{R}$$

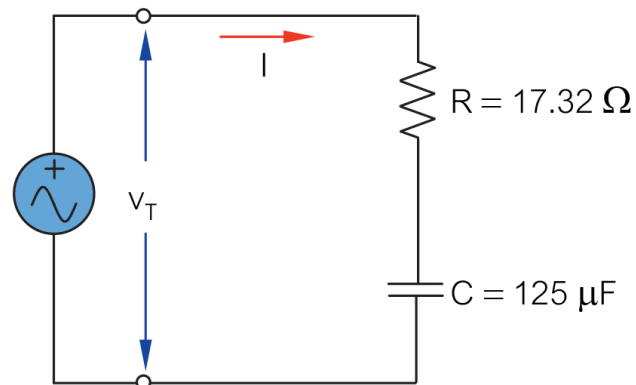
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \quad \text{.....(6.8)}$$

เมื่อ θ = มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้า (deg)

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

6.8 การคำนวณค่าต่าง ๆ ของวงจร RC อนุกรม

ตัวอย่างที่ 6.3 วงจรรูปที่ 6.11 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 22.64 \sin(800t - 50^\circ)$ V จ्ञายให้กับวงจร
จงคำนวณหา



รูปที่ 6.11 วงจรของตัวอย่างที่ 6.3

- ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร
- ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน
- ง. แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ
- จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I
- ฉ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

วิธีทำ

ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{800 \times 125 \times 10^{-6}} = 10 \Omega$$

$$Z = R - jX_C = 17.32 - j10$$

$$Z = 20 \angle -30^\circ \Omega$$

อิมพีแดนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$20 \angle -30^\circ \Omega$ **ตอบ**

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{0.707 \times 22.64 \angle -50^\circ}{20 \angle -30^\circ} = \frac{16 \angle -50^\circ}{20 \angle -30^\circ}$$
$$I = 0.8 \angle -20^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรมีค่าเท่ากับ $0.8 \angle -20^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน

$$V_R = IR = 0.8 \angle -20^\circ \times 17.32 \angle 0^\circ$$
$$V_R = 13.856 \angle -20^\circ \text{ V}$$

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ $13.856 \angle -20^\circ \text{ V}$ **ตอบ**

ง. แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ

$$V_C = I(-jX_C) = 0.8 \angle -20^\circ \times 10 \angle -90^\circ$$
$$V_C = 8 \angle -110^\circ \text{ V}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ $8 \angle -110^\circ \text{ V}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 6 RL และ RC ในวงจรอนุกรม

จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I

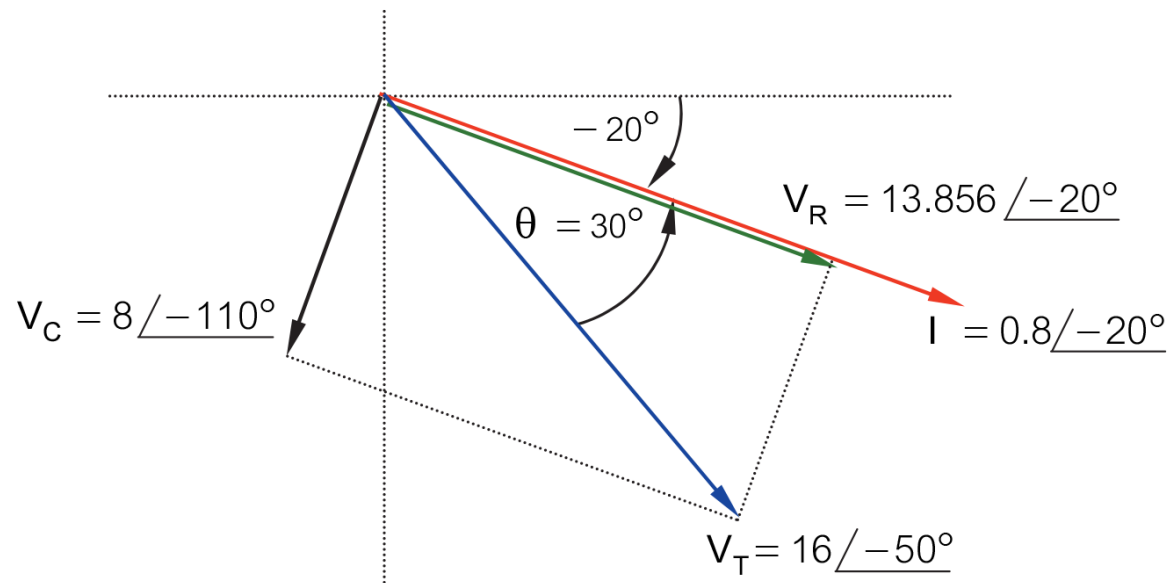
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{10}{17.32}\right)$$

$$\theta = 30^\circ$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I มีค่าเท่ากับ 30°

ตอบ

ฉ. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 6.12 โดยกระแส I นำหน้าแรงดัน V_T เป็นมุม 30°

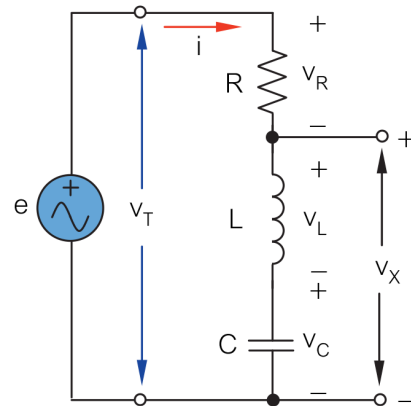


รูปที่ 6.12 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

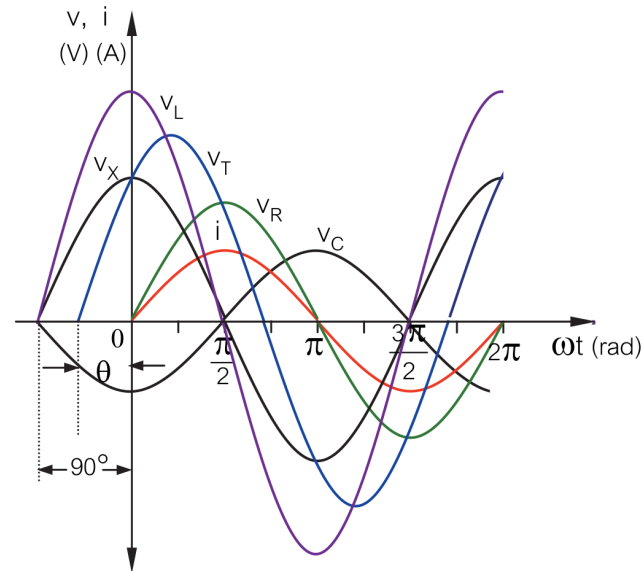
หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

7.1 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RLC อนุกรม

ดังรูปที่ 7.1 (ก) เมื่อนำ R , L และ C มาต่ออนุกรมกันแล้วมาต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้าสลับ จะทำให้กระแสไฟฟ้า i ไหลผ่าน R , L และ C และมีแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน (v_R) แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (v_L) และแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) ตามลำดับ ส่วนแรงดัน v_X ได้จากผลรวมของแรงดัน v_L กับแรงดัน v_C ส่วนแรงดัน v_T ได้จากแรงดัน v_R รวมกับแรงดัน v_X



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 7.1 วงจร RLC อนุกรมและรูปคลื่น

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

จากรูปที่ 7.1 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$i = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$v_R = V_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$v_L = V_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$v_C = V_{Cm} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V}$$

$$v_T = v_R + v_L + v_C$$

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t + \theta) \text{ V}$$

สมการเฟสเซอร์

$$I = I \angle 0^\circ$$

$$V_R = V_R \angle 0^\circ$$

$$V_L = V_L \angle 90^\circ$$

$$V_C = V_C \angle -90^\circ$$

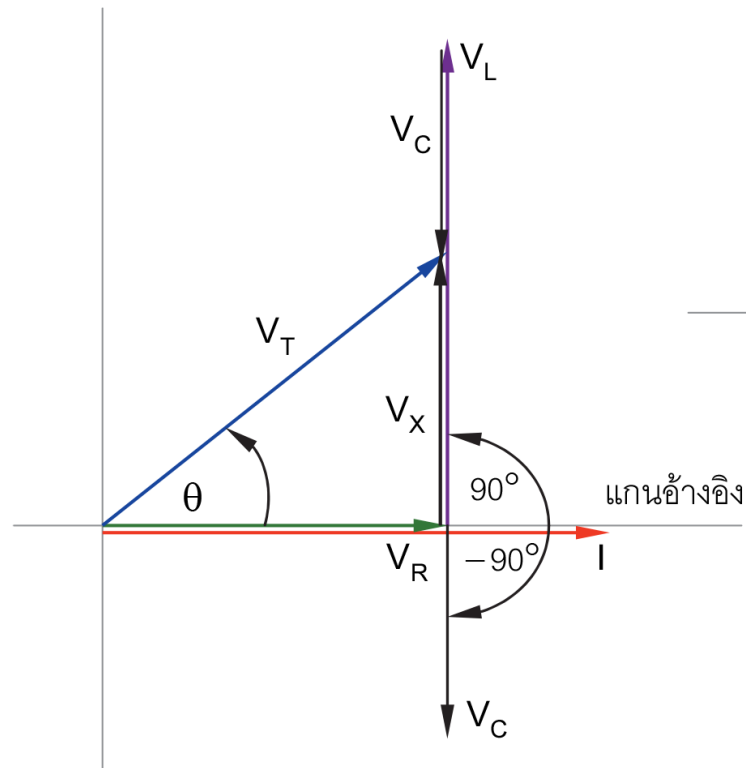
$$V_T = V_R + V_L + V_C$$

$$V_T = V_T \angle \theta$$

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

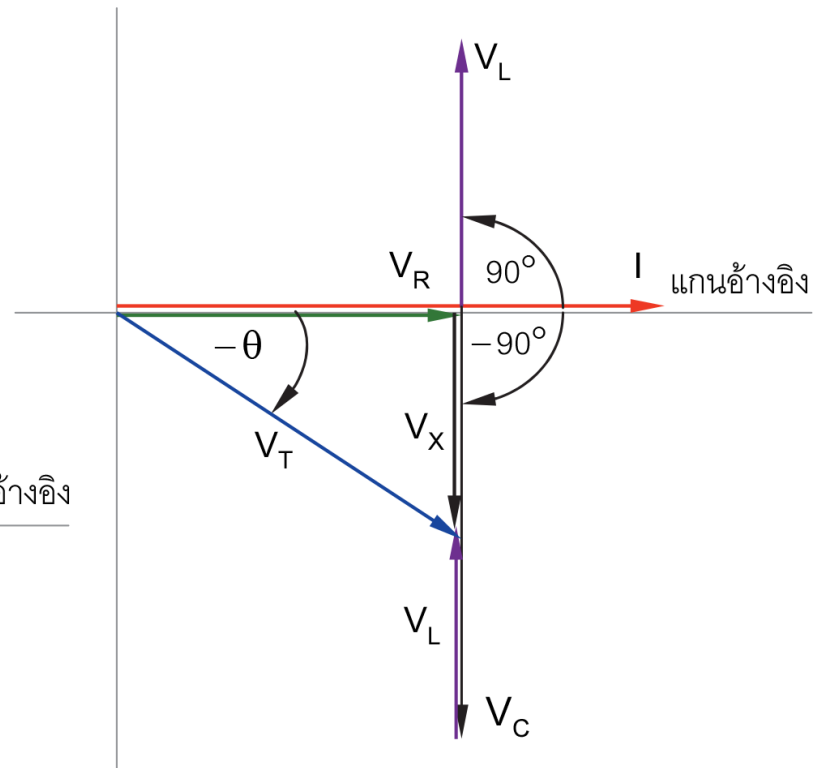
เฟสเซอร์ไดอะแกรม เนื่องจากขนาดของแรงดัน V_L กับ V_C ในวงจร RLC อนุกรมจะขึ้นอยู่กับค่าของ X_L หรือ X_C ว่าค่าใดมีค่ามากกว่ากัน ดังนั้นเฟสเซอร์ไดอะแกรมจะเขียนได้ 2 สถานะ คือ $X_L > X_C$ และ $X_C > X_L$

$$X_L > X_C (V_L > V_C)$$



(ก) $X_L > X_C$ แรงดัน V_T นำหน้ากระแส I

$$X_C > X_L (V_C > V_L)$$



(ข) $X_C > X_L$ แรงดัน V_T ล้าหลังกระแส I

รูปที่ 7.2 เฟสเซอร์ไดอะแกรมทั้ง 2 สถานะ

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

7.2 อิมพีแดนซ์ของวงจร RLC อนุกรม

จากหน่วยที่ 5 และหน่วยที่ 6 อิมพีแดนซ์ของวงจรได้จากค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้หารด้วยค่าของกระแสไฟฟ้า ดังนั้นในวงจร RLC อนุกรมก็หาเช่นเดียวกัน ดังนั้น

$$Z = \frac{V_T}{I} \quad \dots(7.1)$$

ในการหาค่าอิมพีแดนซ์ของวงจร RLC อนุกรม สามารถพิจารณาได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

7.2.1 เมื่อ $X_L > X_C$ จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมรูปที่ 7.2 (ก)

จากสมการเฟสเซอร์

$$V_T = V_R + V_L + V_C$$

$$V_T \angle \theta = V_R \angle 0^\circ + V_L \angle 90^\circ + V_C \angle -90^\circ$$

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

$$\frac{V_T \angle \theta}{I \angle 0^\circ} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} + \frac{V_L \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} + \frac{V_C \angle -90^\circ}{I \angle 0^\circ}$$
$$Z \angle \theta = R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ + X_C \angle -90^\circ$$

$$Z = R + jX_L - jX_C$$

$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

$$Z = R + jX$$

.....(7.2)

7.2.2 เมื่อ $X_C > X_L$ จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมรูปที่ 7.2 (ข)

$$Z = R - j(X_C - X_L)$$

$$Z = R - jX$$

.....(7.3)

เมื่อ

Z = อิมพีแดนซ์ของวงจร (Ω)

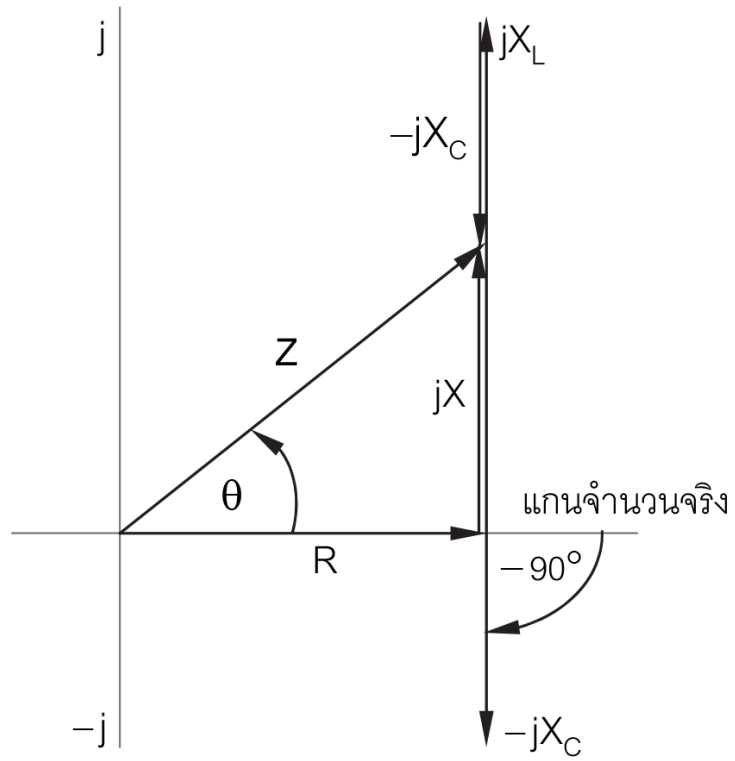
R = ค่าความต้านทาน (Ω)

X_L = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ (Ω)

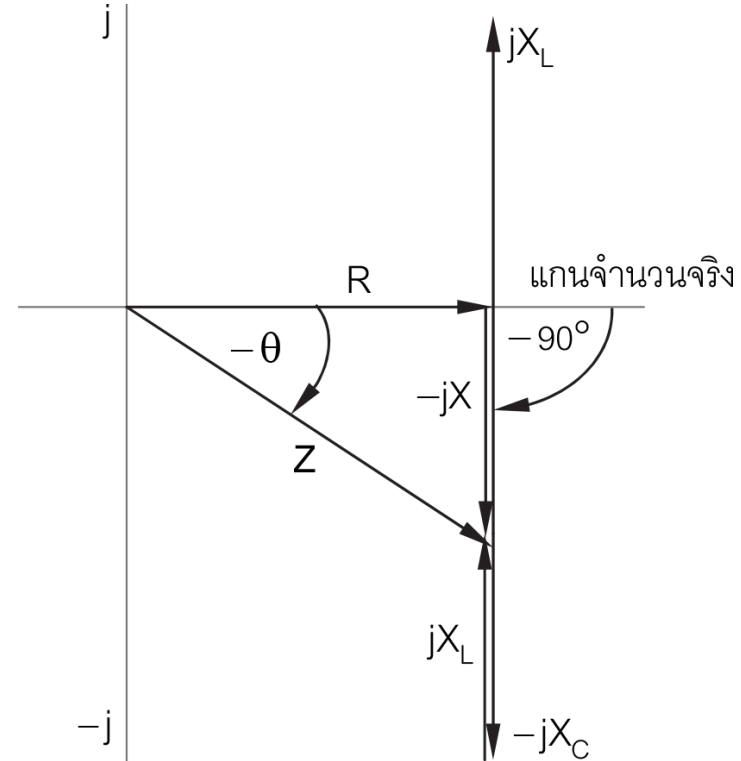
X_C = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (Ω)

X = ค่ารีแอกแตนซ์ (Ω)

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม



(ก) เมื่อ $X_L > X_C$



(ข) เมื่อ $X_C > X_L$

รูปที่ 7.3 อิมพีแดนซ์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

7.3 มุมเฟสของวงจร RLC อนุกรม

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร หรือมุมของอิมพีแดนซ์ ซึ่งพิจารณาได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

7.3.1 เมื่อ $X_L > X_C$ จากรูปที่ 7.3 (ก) จะได้ว่า

$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{X}{R}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \quad \text{.....(7.4)}$$

7.3.2 เมื่อ $X_C > X_L$ จากรูปที่ 7.3 (ข) จะได้ว่า

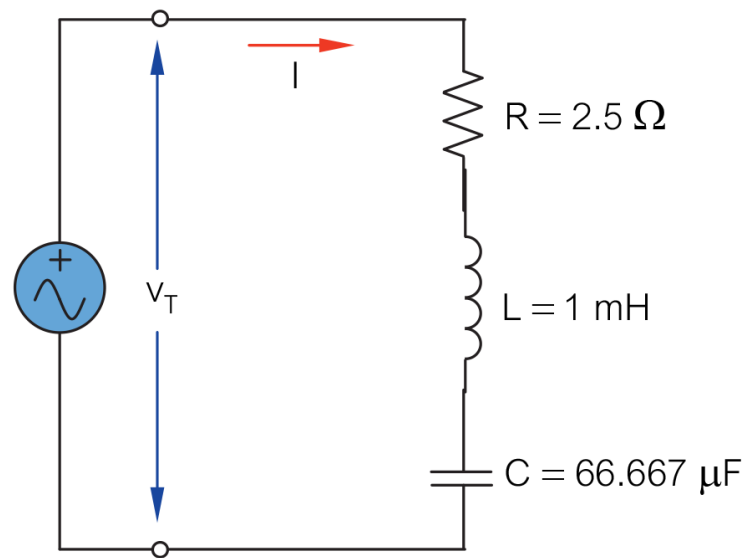
$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{X}{R}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right) \quad \text{.....(7.5)}$$

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

7.4 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจร RLC อนุกรม

ตัวอย่างที่ 7.1 วงจรรูปที่ 7.4 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 11.32 \sin(3000t + 0^\circ)$ V จ่ายให้กับวงจรจงคำนวณหา



รูปที่ 7.4 วงจรของตัวอย่างที่ 7.1

- ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร
- ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน
- ง. แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ
- จ. แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ
- ฉ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I
- ช. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

วิธีทำ

ก. อิมพีแดนซ์ของวงจร

$$X_L = \omega L = 3000 \times 1 \times 10^{-3}$$

$$X_L = 3 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3000 \times 66.667 \times 10^{-6}}$$
$$= 5 \, \Omega$$

$$Z = R - jX_C + jX_L$$
$$= 2.5 - j5 + j3 = 2.5 - j2$$

$$Z = 3.2 \angle -38.66^\circ \, \Omega$$

อิมพีแดนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$3.2 \angle -38.66^\circ \, \Omega \quad \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจร

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_T}{Z} = \frac{0.707V_{Tmax} \angle 0^\circ}{3.2 \angle -38.66^\circ} \\ &= \frac{0.707 \times 11.32 \angle 0^\circ}{3.2 \angle -38.66^\circ} \\ &= \frac{8 \angle 0^\circ}{3.2 \angle -38.66^\circ} \\ I &= 2.5 \angle 38.66^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรมีค่าเท่ากับ

$$2.5 \angle 38.66^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ค. แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน

$$\begin{aligned} V_R &= IR = 2.5 \angle 38.66^\circ \times 2.5 \angle 0^\circ \\ V_R &= 6.25 \angle 38.66^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$6.25 \angle 38.66^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

ง. แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ

$$V_L = I(jX_L) = 2.5 \angle 38.66^\circ \times 3 \angle 90^\circ$$

$$V_L = 7.5 \angle 128.66^\circ \text{ V}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$7.5 \angle 128.66^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

จ. แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ

$$V_C = I(-jX_C) = 2.5 \angle 38.66^\circ \times 5 \angle -90^\circ$$

$$V_C = 12.5 \angle -51.34^\circ \text{ V}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$12.5 \angle -51.34^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ฉ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{5 - 3}{2.5} \right)$$

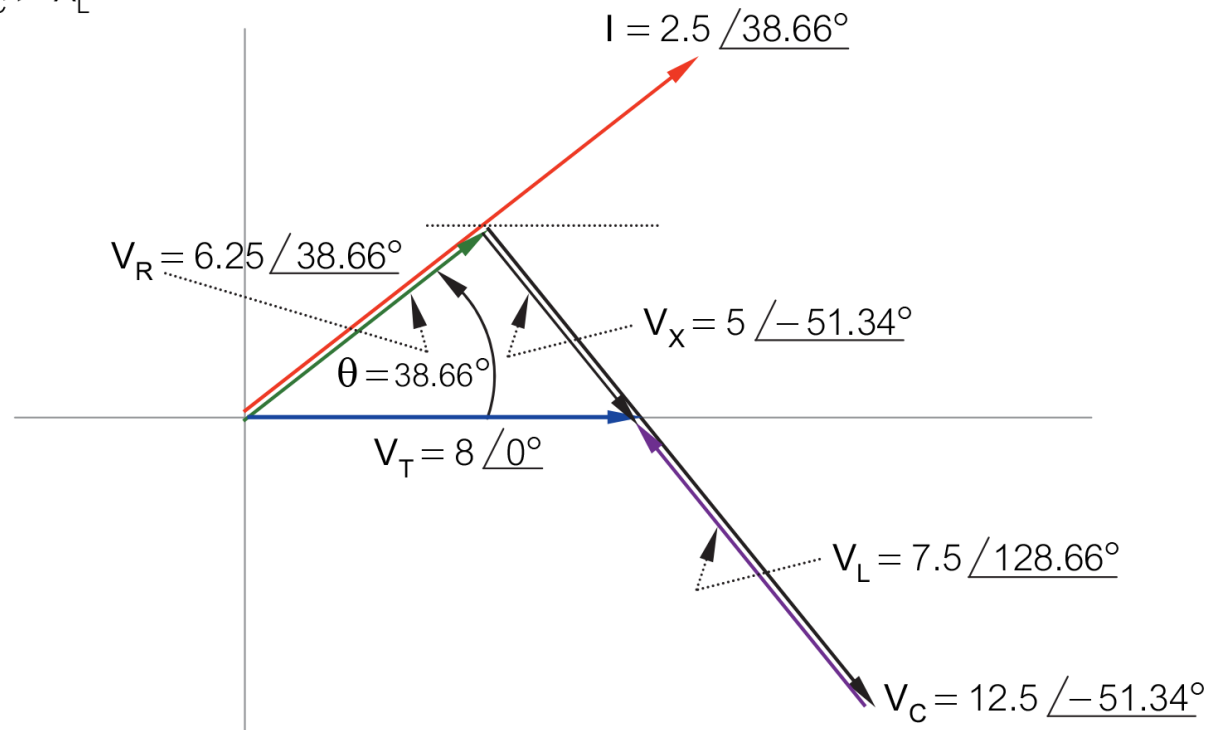
$$\theta = 38.66^\circ$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I มีค่าเท่ากับ 38.66°

ตอบ

หน่วยที่ 7 RLC ในวงจรอนุกรม

ข. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 7.5 โดยกระแส I นำหน้าแรงดัน V_T เป็นมุม 38.66° ทั้งนี้เพราะว่าผลของ $X_C > X_L$

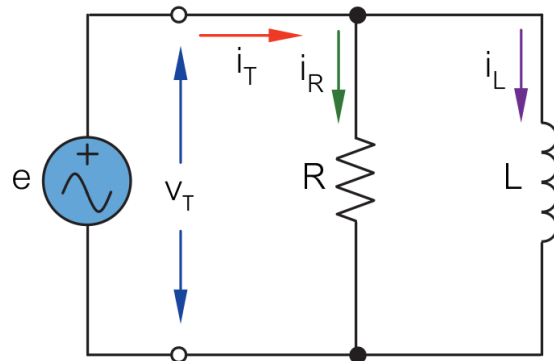


รูปที่ 7.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

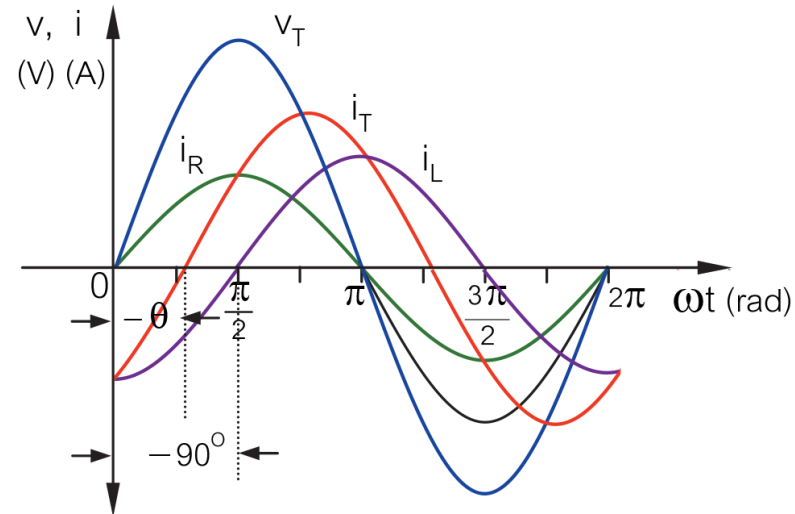
หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.1 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RL ขนาน

เมื่อนำตัวต้านทานกับตัวเหนี่ยวนำมาต่อขนานกัน แล้วนำมาต่อเข้ากับแรงดันไฟสลับดังรูปที่ 8.1 (ก) ผลจะทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทาน (i_R) และไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) โดยมีแรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทานและแรงดันที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำเท่ากันซึ่งเท่ากับ v_T ส่วนกระแสไฟฟ้ารวมของวงจร (i_T) ได้จากกระแส i_R รวมกับกระแส i_L



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 8.1 วงจร RL ขนานและรูปคลื่น

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

จากรูปที่ 8.1 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$i_R = I_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_T = i_R + i_L$$

$$i_T = I_{Tm} \sin(\omega t - \theta) \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_T = V_T \angle 0^\circ$$

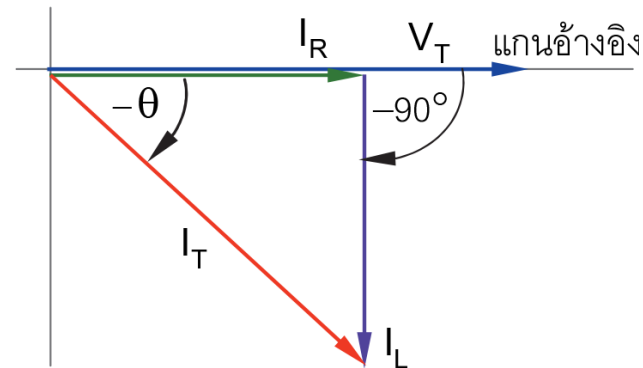
$$I_R = I_R \angle 0^\circ$$

$$I_L = I_L \angle -90^\circ$$

$$I_T = I_R + I_L$$

$$I_T = I_T \angle -\theta$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม



รูปที่ 8.2 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแรงดันกับกระแส

จากสมการเฟสเซอร์นำไปเขียนเป็นเฟสเซอร์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 8.2 โดยเฟสเซอร์ของกระแส I_T ล้าหลังเฟสเซอร์แรงดัน V_T เป็นมุม $-\theta$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.2 แอดมิตแตนซ์ของวงจร RL ขนาน

แอดมิตแตนซ์ หมายถึง ค่าความนำทางวงจรไฟฟ้ากระแสสลับหรือค่าส่วนกลับของอิมพีแดนซ์ ใช้ Y เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นซีเมนส์ โดยใช้ตัว S เป็นอักษรกำกับหน่วย ดังนั้น

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{.....(8.1)}$$

นอกจากนี้ค่าแอดมิตแตนซ์ของ RL ขนาน ยังหาได้จากค่าของกระแสไฟฟ้ารวมหารด้วยค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ดังนั้น

$$Y = \frac{I_T}{V_T} \quad \text{.....(8.2)}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

จากสมการ

$$I_T = I_R + I_L$$

สมการในรูปของเฟสเซอร์

$$\frac{V_T \angle 0^\circ}{Z \angle \theta} = \frac{V_T \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} + \frac{V_T \angle 0^\circ}{X_L \angle 90^\circ}$$

นำ $V_T \angle 0^\circ$ หารต์ลอด

$$\frac{1}{Z \angle \theta} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} + \frac{1}{X_L \angle 90^\circ}$$

ดังนั้นจะได้

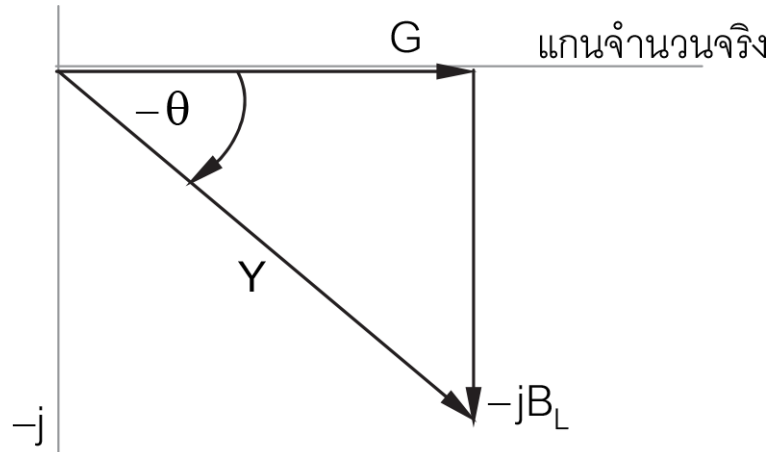
$$Y \angle -\theta = G \angle 0^\circ + B_L \angle -90^\circ$$

$$Y = G - jB_L$$

.....(8.3)

จากสมการที่ 8.3 นำไปเขียนเป็นแอดมิตแตนซ์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 8.3 โดยแอดมิตแตนซ์ของ Y ล้าหลังแกนจำนวนจริงเป็นมุม $-\theta$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน



รูปที่ 8.3 แอดมิตแตนซ์ไดอะแกรม

จากรูปที่ 8.3 ยังสามารถหาค่าแอดมิตแตนซ์โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส ได้ดังนี้

$$Y^2 = G^2 + B_L^2$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \dots\dots(8.4)$$

เมื่อ Y = แอดมิตแตนซ์ของวงจร (S)

G = ค่าความนำของความต้านทาน (S)

B_L = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ (S)

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.3 มุมเฟสของวงจร RL ขนาน

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวมที่ไหลในวงจร หรือมุมของแอดมิตแตนซ์

จากรูปที่ 8.3 จะได้

$$\tan\theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{B_L}{G}$$

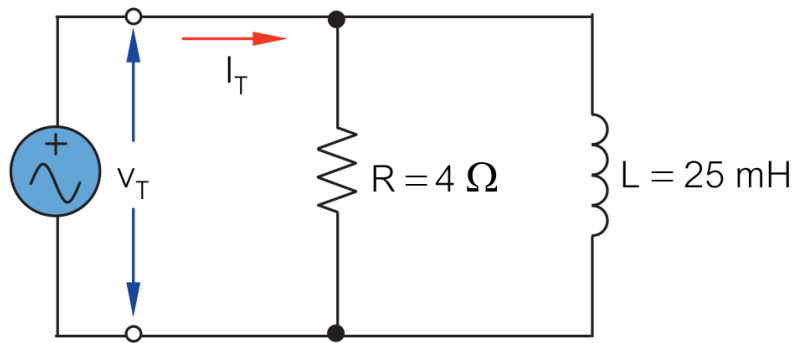
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B_L}{G}\right) \quad \text{.....(8.5)}$$

เมื่อ θ = มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวม (deg)

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.4 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจร RL ขนาน

ตัวอย่างที่ 8.1 วงจรดังรูปที่ 8.4 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 14.15 \sin(200t - 20^\circ) \text{ V}$ จ्ञายให้กับวงจร
จงคำนวณหา



รูปที่ 8.4 วงจรของตัวอย่างที่ 8.1

- ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน
- ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ
- ง. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร
- จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T
- ฉ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

วิธีทำ

ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ S}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{200 \times 25 \times 10^{-3}}$$

$$B_L = 0.2 \text{ S}$$

$$Y = G - jB_L = 0.25 - j0.2$$

$$Y = 0.32 \angle -38.66^\circ \text{ S}$$

แอดมิตแตนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ $0.32 \angle -38.66^\circ \text{ S}$ **ตอบ**

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$V_T = 0.707 V_{T\max} \angle -20^\circ = 0.707 \times 14.15 \angle -20^\circ$$

$$= 10 \angle -20^\circ \text{ V}$$

$$I_R = GV_T = 0.25 \angle 0^\circ \times 10 \angle -20^\circ$$

$$I_R = 2.5 \angle -20^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ $2.5 \angle -20^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

$$I_L = (-jB_L)V_T = 0.2 \angle -90^\circ \times 10 \angle -20^\circ$$

$$I_L = 2 \angle -110^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ $2 \angle -110^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ง. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร

$$I_T = YV_T$$

$$= 0.32 \angle -38.66^\circ \times 10 \angle -20^\circ$$

$$I_T = 3.2 \angle -58.66^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้ารวมของวงจรมีค่าเท่ากับ $3.2 \angle -58.66^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

หรือหากระแสไฟฟ้ารวมได้จาก $I_T = I_R + I_L$

$$= 2.5 \angle -20^\circ + 2 \angle -110^\circ$$

$$= (2.35 - j0.855) + (-0.684 - j1.879)$$

$$= 1.666 - j2.734$$

$$I_T = 3.2 \angle -58.66^\circ \text{ A}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

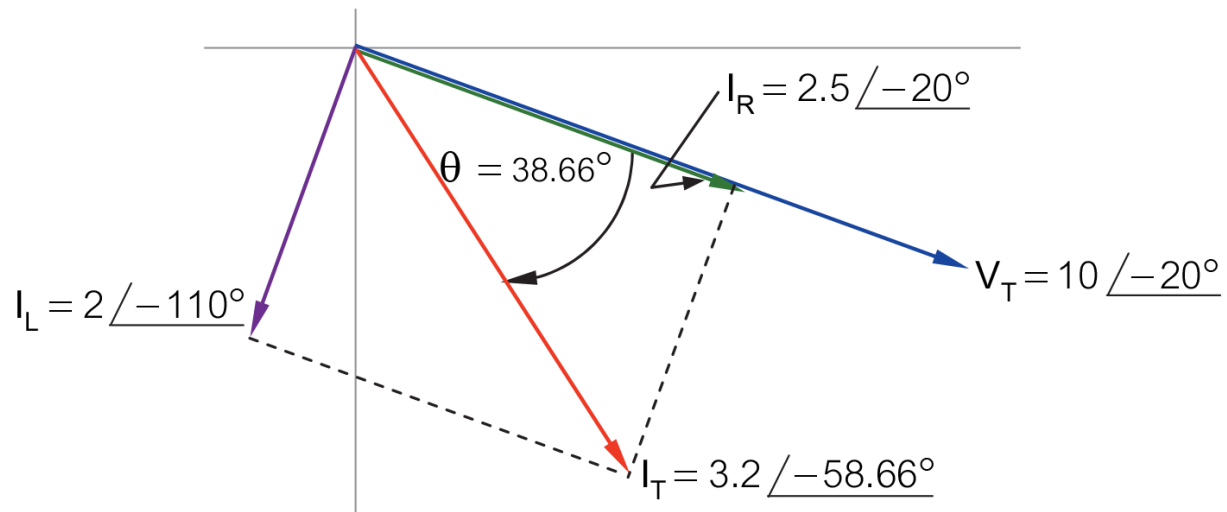
จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{B_L}{G}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{0.2}{0.25}\right) \\ &= 38.66^\circ\end{aligned}$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T มีค่าเท่ากับ 38.66°

ตอบ

ฉ. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 8.5 โดยกระแส I_T ล้าหลังแรงดัน V_T เป็นมุม 38.66°

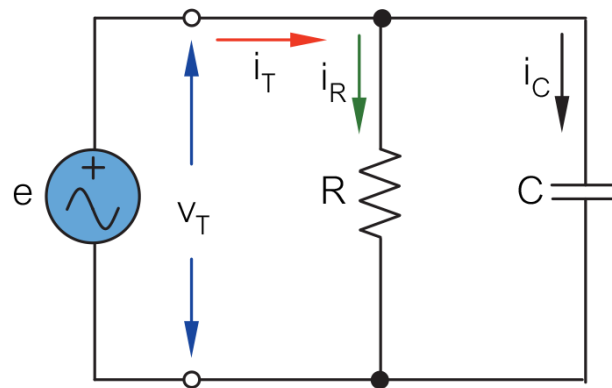


รูปที่ 8.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

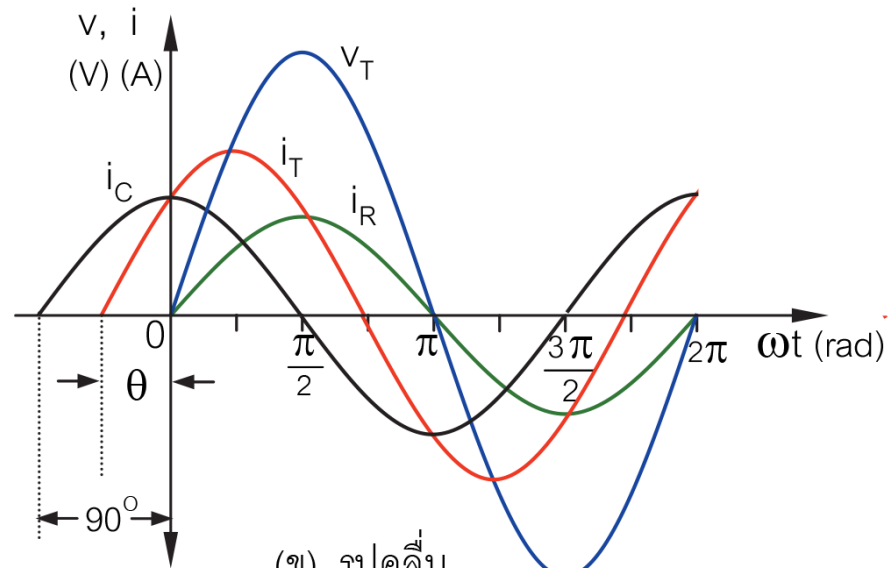
หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.5 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RC ขนาน

เมื่อนำตัวต้านทานกับตัวเก็บประจุมาต่อขนานกัน แล้วนำมาต่อเข้ากับแรงดันไฟสลับ ดังรูปที่ 8.8 (ก) จะทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทาน (i_R) และไหลผ่านตัวเก็บประจุ (i_C) ตามลำดับ โดยมีแรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทานและแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุเท่ากันซึ่งเท่ากับ v_T ส่วนกระแสไฟฟ้ารวมของวงจร (i_T) ได้จากกระแส i_R รวมกับกระแส i_C



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 8.8 วงจร RC ขนานและรูปคลื่น

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

จากรูปที่ 8.8 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$i_R = I_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$i_T = i_R + i_C$$

$$i_T = I_{Tm} \sin(\omega t + \theta) \text{ V}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_T = V_T \angle 0^\circ$$

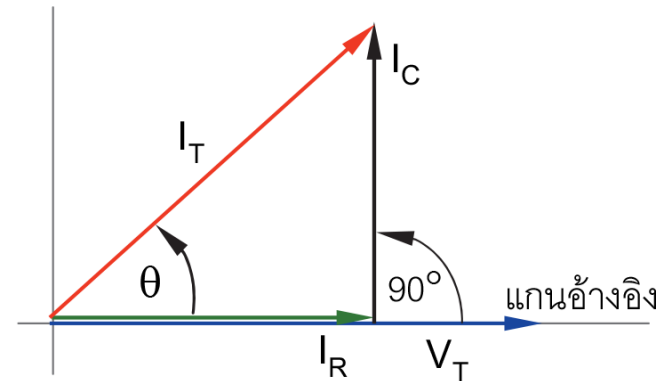
$$I_R = I_R \angle 0^\circ$$

$$I_C = I_C \angle 90^\circ$$

$$I_T = I_R + I_C$$

$$I_T = I_T \angle \theta$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม



รูปที่ 8.9 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแรงดันกับกระแส

จากสมการเฟสเซอร์นำไปเขียนเป็นเฟสเซอร์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 8.9 โดยเฟสเซอร์ของกระแส I_T นำหน้าเฟสเซอร์แรงดัน V_T เป็นมุม θ

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.6 แอดมิตแตนซ์ของวงจร RC ขนาน

แอดมิตแตนซ์ หมายถึง ค่าความนำทางวงจรไฟฟ้ากระแสสลับหรือค่าส่วนกลับของอิมพีแดนซ์ ใช้ Y เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นซีเมนส์ ดังนั้น

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{.....(8.6)}$$

นอกจากนี้ค่าแอดมิตแตนซ์ของ RC ขนาน ยังหาได้จากค่าของกระแสไฟฟ้ารวมหารด้วยค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ดังนั้น

$$Y = \frac{I_T}{V_T} \quad \text{.....(8.7)}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

จากสมการ

$$I_T = I_R + I_C$$

สมการในรูปของเฟสเซอร์

$$\frac{V_T \angle 0^\circ}{Z \angle -\theta} = \frac{V_T \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} + \frac{V_T \angle 0^\circ}{X_C \angle -90^\circ}$$

นำ $V_T \angle 0^\circ$ หารตลอดจะได้

$$\frac{1}{Z \angle -\theta} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} + \frac{1}{X_C \angle -90^\circ}$$

ดังนั้นจะได้

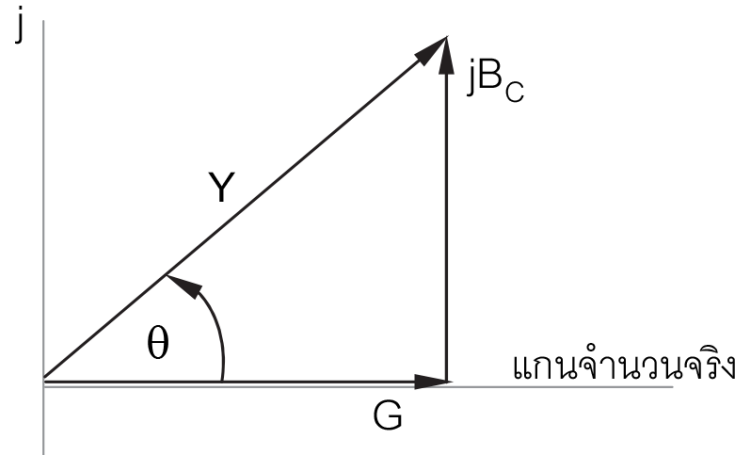
$$Y \angle \theta = G \angle 0^\circ + B_C \angle 90^\circ$$

$$Y = G + jB_C$$

.....(8.8)

จากสมการที่ 8.8 นำไปเขียนเป็นแอดมิตแตนซ์ไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 8.10 โดยแอดมิตแตนซ์ของ Y นำหน้าแกนจำนวนจริงเป็นมุม θ

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน



รูปที่ 8.10 แอดมิตแตนซ์ไดอะแกรม

จากรูปที่ 8.10 ยังสามารถหาค่าแอดมิตแตนซ์โดยใช้ทฤษฎีของพีทาโกรัส ได้ดังนี้

$$Y^2 = G^2 + B_C^2$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} \dots (8.9)$$

เมื่อ Y = แอดมิตแตนซ์ของวงจร (S)

G = ค่าความนำของความต้านทาน (S)

B_C = ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (S)

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.7 มุมเฟสของวงจร RC ขนาน

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวมที่ไหลในวงจร หรือมุมของแอดมิตแตนซ์

จากรูปที่ 8.10 จะได้

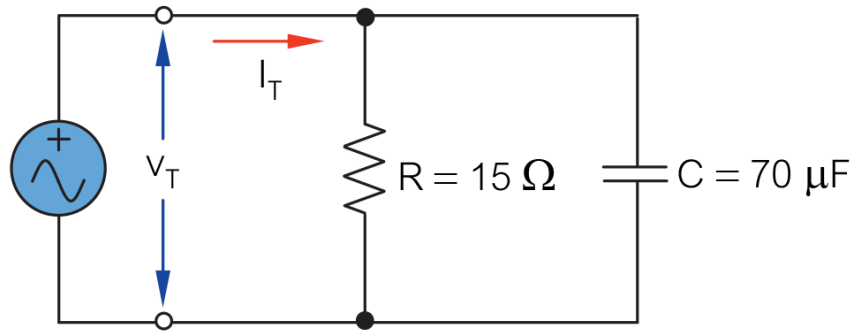
$$\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} = \frac{B_C}{G}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B_C}{G}\right) \quad \text{.....(8.10)}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

8.8 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจร RC ขนาน

ตัวอย่างที่ 8.3 วงจรดังรูปที่ 8.11 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 25.46 \sin(1200t + 160^\circ)$ V จ่ายให้กับ
วงจร จงคำนวณหา



รูปที่ 8.11 วงจรของตัวอย่างที่ 8.3

- ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน
- ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ
- ง. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร
- จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T
- ฉ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

วิธีทำ

ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{15} = 0.0667 \text{ S}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\frac{1}{\omega C}}$$
$$= \omega C = 1200 \times 70 \times 10^{-6}$$

$$B_C = 0.084 \text{ S}$$

$$Y = G + jB_C$$
$$= 0.0667 + j0.084$$

$$Y = 0.107 \angle 51.54^\circ \text{ S}$$

แอดมิตแตนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$0.107 \angle 51.54^\circ \text{ S} \quad \text{ตอบ}$$

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$V_T = 0.707 V_{T_{\max}} \angle 160^\circ = 0.707 \times 25.46 \angle 160^\circ$$
$$= 18 \angle 160^\circ \text{ V}$$

$$I_R = G V_T = 0.0667 \angle 0^\circ \times 18 \angle 160^\circ$$

$$I_R = 1.2 \angle 160^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$1.2 \angle 160^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$$I_C = (jB_C)V_T = 0.084 \angle 90^\circ \times 18 \angle 160^\circ$$

$$I_C = 1.512 \angle 250^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ $1.512 \angle 250^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ง. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร

$$I_T = YV_T$$

$$= 0.107 \angle 51.54^\circ \times 18 \angle 160^\circ$$

$$I_T = 1.926 \angle 211.54^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้ารวมของวงจรมีค่าเท่ากับ $1.926 \angle 211.54^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

หรือหากระแสไฟฟ้ารวมได้จาก $I_T = I_R + I_C$

$$= 1.2 \angle 160^\circ + 1.512 \angle 250^\circ$$

$$= (-1.127 + j0.41) + (-0.517 - j1.42)$$

$$I_T = -1.644 - j1.01 = 1.926 \angle 211.54^\circ \text{ A}$$

หน่วยที่ 8 RL และ RC ในวงจรขนาน

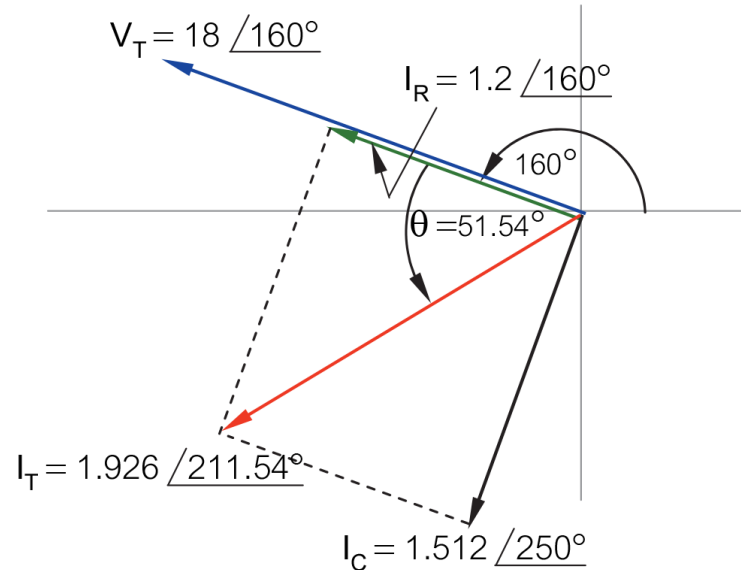
จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{B_C}{G}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{0.084}{0.0667}\right) \\ \theta &= 51.54^\circ\end{aligned}$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T มีค่าเท่ากับ 51.54°

ตอบ

ฉ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 8.12 โดยกระแส I_T นำหน้าแรงดัน V_T เป็นมุม 51.54°

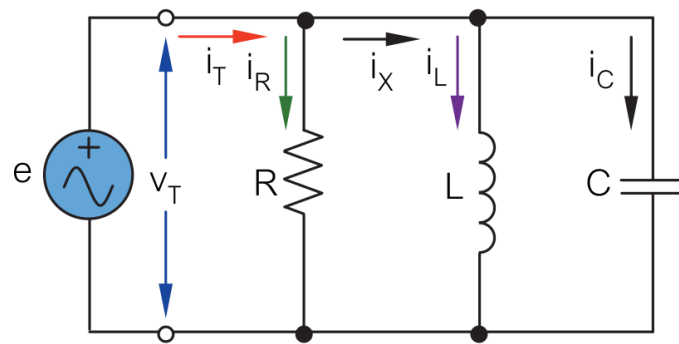


รูปที่ 8.12 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

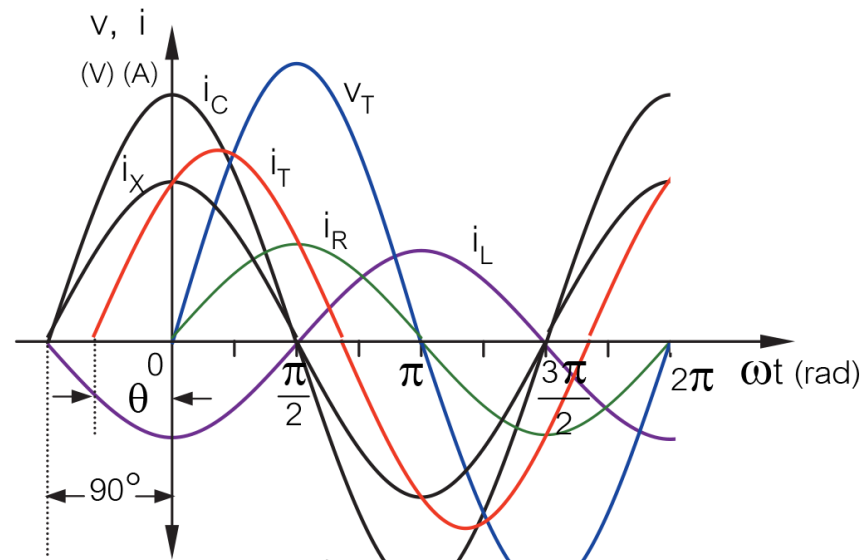
หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.1 รูปคลื่น สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์ ของวงจร RLC ขนาน

เมื่อนำตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุมาต่อขนานกัน และต่อเข้ากับแรงดันไฟสลับ ดังรูปที่ 9.1 (ก) ผลจะทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวต้านทาน (i_R) กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวเก็บประจุ (i_C) ตามลำดับ ส่วนกระแส i_X ได้จากผลรวมกระแส i_L กับกระแส i_C ส่วนกระแส i_T ได้จากกระแส i_R รวมกับกระแส i_X



(ก) วงจร



(ข) รูปคลื่น

รูปที่ 9.1 วงจร RLC ขนาน และรูปคลื่น

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

จากรูปที่ 9.1 (ข) เขียนเป็นสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$v_T = V_{Tm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$i_R = I_{Rm} \sin(\omega t + 0^\circ) \text{ A}$$

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_T = i_R + i_L + i_C$$

$$i_T = i_R + i_X$$

$$i_T = I_{Tm} \sin(\omega t + \theta) \text{ A}$$

สมการเฟสเซอร์

$$V_T = V_T \angle 0^\circ$$

$$I_R = I_R \angle 0^\circ$$

$$I_L = I_L \angle -90^\circ$$

$$I_C = I_C \angle 90^\circ$$

$$I_T = I_R + I_L + I_C$$

$$I_T = I_R + I_X$$

$$I_T = I_T \angle \theta$$

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.2 แอดมิตแตนซ์ของวงจร RLC ขนาน

แอดมิตแตนซ์ หมายถึง ค่าความนำทางวงจรไฟฟ้ากระแสสลับหรือค่าส่วนกลับของอิมพีแดนซ์ ใช้ Y เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นซีเมนส์ ดังนั้น

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{.....(9.1)}$$

นอกจากนี้ค่าแอดมิตแตนซ์ของ RLC ขนาน ยังหาได้จากค่าของกระแสไฟฟ้ารวมหารด้วยค่าของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ดังนั้นในวงจร RLC ขนาน จะได้

$$Y = \frac{I_T}{V_T} \quad \text{.....(9.2)}$$

ในการหาค่าแอดมิตแตนซ์ของวงจร RLC ขนาน สามารถพิจารณาได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.2.1 เมื่อ $B_C > B_L$ จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมรูปที่ 9.2 (ก)

จากสมการเฟสเซอร์

$$I_T = I_R + I_C + I_L$$

$$\frac{V_T \angle 0^\circ}{Z \angle -\theta} = \frac{V_T \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} + \frac{V_T \angle 0^\circ}{X_C \angle -90^\circ} + \frac{V_T \angle 0^\circ}{X_L \angle 90^\circ}$$

$$\frac{1}{Z \angle -\theta} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} + \frac{1}{X_C \angle -90^\circ} + \frac{1}{X_L \angle 90^\circ}$$

$$Y \angle \theta = G \angle 0^\circ + B_C \angle 90^\circ + B_L \angle -90^\circ$$

$$Y \angle \theta = G + jB_C - jB_L$$

$$Y \angle \theta = G + j(B_C - jB_L)$$

$$Y = G + jB$$

.....(9.3)

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.2.2 เมื่อ $B_L > B_C$ จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมรูปที่ 9.2 (ข)

$$Y = G - j(B_L - B_C)$$

$$Y = G - jB \quad \text{.....(9.4)}$$

เมื่อ

$$Y = \frac{1}{Z} = \text{ค่าแอดมิตแตนซ์ของวงจร (S)}$$

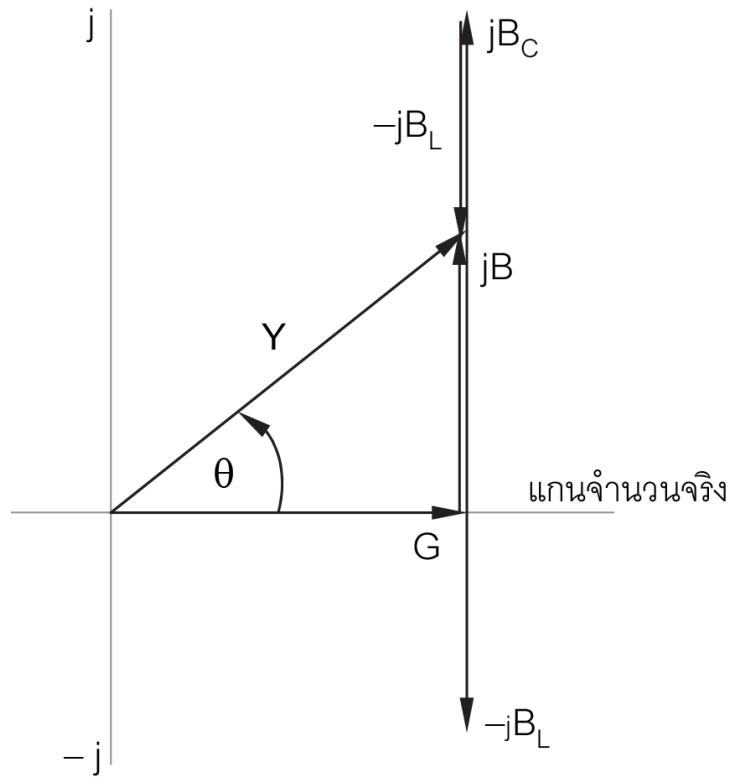
$$G = \frac{1}{R} = \text{ค่าความนำของความต้านทาน (S)}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \text{ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ (S)}$$

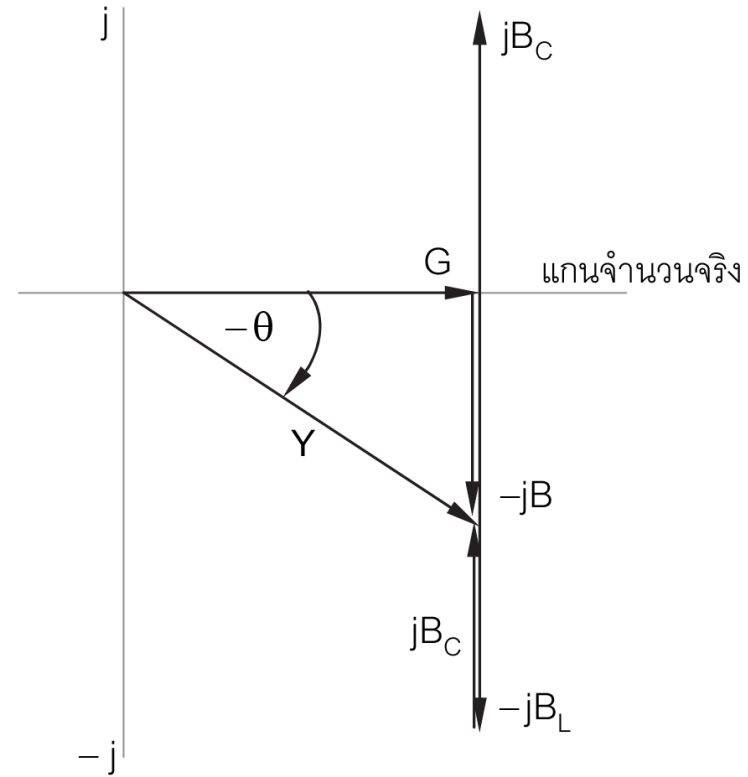
$$B_C = \frac{1}{X_C} = \text{ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (S)}$$

$$B = \text{ค่ารีแอกแตนซ์ (S)}$$

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน



(ก) เมื่อ $B_C > B_L$



(ข) เมื่อ $B_L > B_C$

รูปที่ 9.3 แอดมิตแตนซ์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.3 มุมเฟสของวงจร RLC ขนาน

มุมเฟส หมายถึง มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวมที่ไหลในวงจรหรือมุมของแอดมิตแตนซ์ ซึ่งพิจารณาได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

9.3.1 เมื่อ $B_C > B_L$ จากรูปที่ 9.3 (ก) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\tan \theta &= \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} \\ &= \frac{B}{G} \\ \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{B_C - B_L}{G} \right) \quad \dots\dots(9.5)\end{aligned}$$

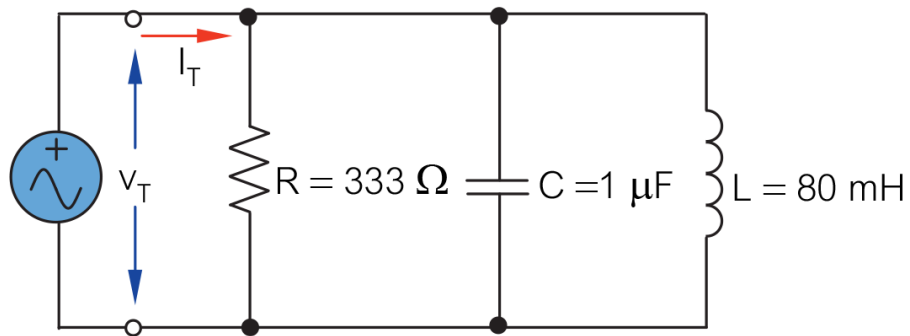
9.3.2 เมื่อ $B_L > B_C$ จากรูปที่ 9.3 (ข) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\tan \theta &= \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}} \\ &= \frac{B}{G} \\ \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{B_L - B_C}{G} \right) \quad \dots\dots(9.6)\end{aligned}$$

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

9.4 การคำนวณค่าต่าง ๆ ของวงจร RLC ขนาน

ตัวอย่างที่ 9.1 วงจรรูปที่ 9.4 ถ้าแรงดันไฟฟ้า $v_T = 113.16 \sin(2500t - 70^\circ)$ V จ่ายให้กับวงจร
จงคำนวณหา



รูปที่ 9.4 วงจรของตัวอย่างที่ 9.1

- ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน
- ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ
- ง. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ
- จ. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร
- ฉ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T
- ช. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

วิธีทำ

ก. แอดมิตแตนซ์ของวงจร

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{333} = 3 \times 10^{-3} \text{ S}$$

$$B_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{2500 \times 80 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-3} \text{ S}$$

$$B_C = \omega C = 2500 \times 1 \times 10^{-6} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ S}$$

$$Y = G - jB_L + jB_C = (3 - j5 + j2.5) \times 10^{-3}$$

$$Y = 3.905 \times 10^{-3} \angle -39.80^\circ \text{ S}$$

แอดมิตแตนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$3.905 \angle -39.80^\circ \text{ mS} \quad \text{ตอบ}$$

ข. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$\begin{aligned} V_T &= 0.707 V_{T_{\max}} \angle -70^\circ = 0.707 \times 113.16 \angle -70^\circ \\ &= 80 \angle -70^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_R = G V_T = 3 \times 10^{-3} \angle 0^\circ \times 80 \angle -70^\circ$$

$$I_R = 0.24 \angle -70^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$0.24 \angle -70^\circ \text{ A}$$

ตอบ

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

ค. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

$$I_L = (-jB_L)V_T = 5 \times 10^{-3} \angle -90^\circ \times 80 \angle -70^\circ$$

$$I_L = 0.4 \angle -160^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ $0.4 \angle -160^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

ง. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$$I_C = (jB_C)V_T = 2.5 \times 10^{-3} \angle 90^\circ \times 80 \angle -70^\circ$$

$$I_C = 0.2 \angle 20^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ $0.2 \angle 20^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

จ. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร

$$I_T = YV_T = 3.905 \times 10^{-3} \angle -39.80^\circ \times 80 \angle -70^\circ$$

$$I_T = 0.312 \angle -109.8^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้ารวมของวงจรมีค่าเท่ากับ $0.312 \angle -109.8^\circ \text{ A}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 9 RLC ในวงจรขนาน

จ. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T

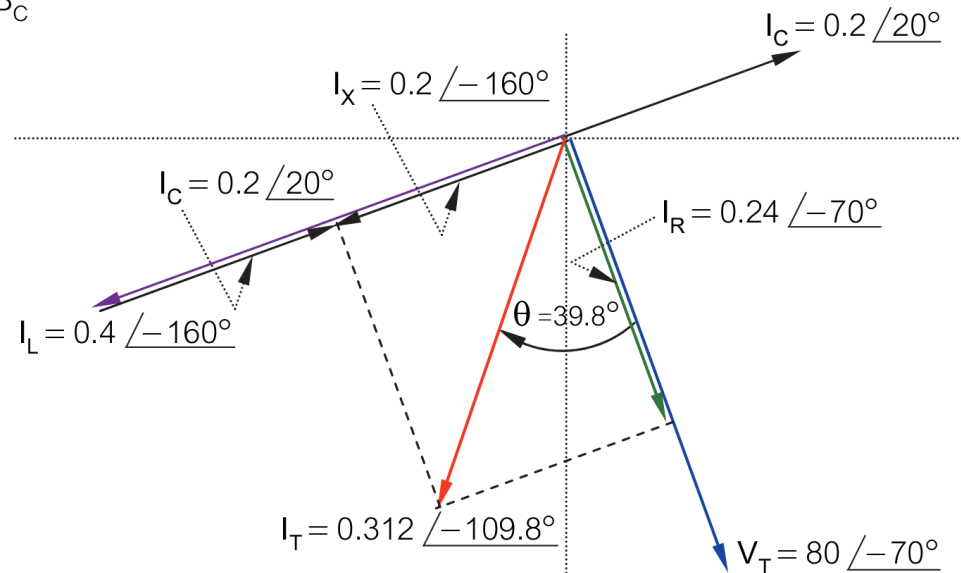
$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{B_L - B_C}{G}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{5 \times 10^{-3} - 2.5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}}\right) \\ \theta &= 39.8^\circ\end{aligned}$$

มุมต่างเฟสระหว่างแรงดัน V_T กับกระแส I_T มีค่าเท่ากับ 39.8°

ตอบ

ข. เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 9.5 โดยกระแส I_T ล้าหลังแรงดัน V_T เป็นมุม 39.8° ทั้งนี้เพราะว่า

ผลของ $B_L > B_C$



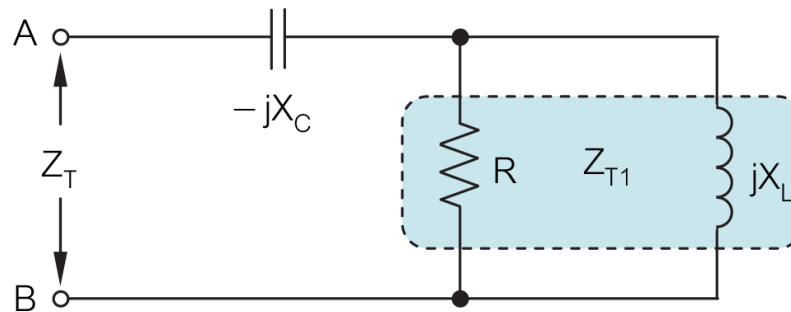
รูปที่ 9.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

10.1 ลักษณะของวงจรผสม

วงจร RLC ผสมจะไม่มีรูปแบบที่ตายตัวแน่นอนเหมือนกับวงจร RLC อนุกรม หรือ RLC ขนาน ซึ่งลักษณะของการต่อวงจร RLC ผสม จะมีความแตกต่างกันออกไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ ซึ่งสามารถพิจารณาได้อีก 2 ลักษณะ ดังนี้

10.1.1 แบบขนาน-อนุกรม ในการวิเคราะห์จะต้องพิจารณาในส่วนขนานของแต่ละส่วนก่อน แล้วจึงพิจารณาในส่วนอนุกรม ดังรูปที่ 10.1 ต้องนำ R มาขนานกับ jX_L ก่อน กำหนดให้เป็น Z_{T1} จากนั้นจึงนำไปอนุกรมกับ $-jX_C$ ซึ่งจะทำให้ได้ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร (Z_T) ที่จุด A-B



รูปที่ 10.1 วงจร RLC ผสมแบบขนาน-อนุกรม

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

จากรูปที่ 10.1 ในการพิจารณาจะเห็นว่าตัวเหนี่ยวนำต่อขนานกับตัวต้านทานก่อน จากนั้นจึงต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุ ซึ่งการหาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรที่จุด A-B หาได้ดังนี้

$$Z_{T1} = R // jX_L$$

$$Z_{T1} = \frac{R \times jX_L}{R + jX_L}$$

.....(10.1)

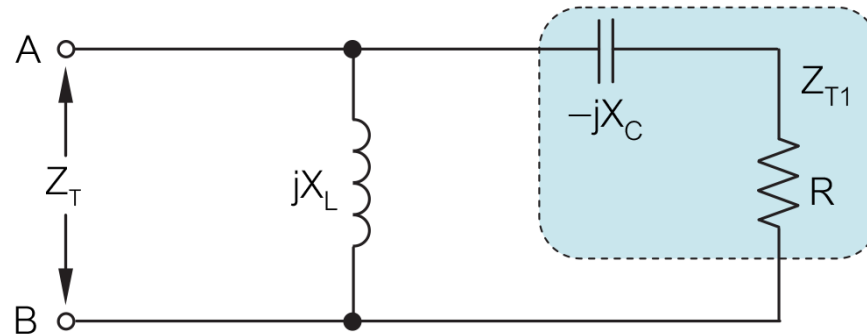
ดังนั้นอิมพีแดนซ์รวมที่จุด A-B จะได้

$$Z_T = -jX_C + Z_{T1}$$

.....(10.2)

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

10.1.2 แบบอนุกรม-ขนาน ในการวิเคราะห์จะต้องพิจารณาในส่วนอนุกรมของแต่ละส่วนก่อน แล้วจึงพิจารณาในส่วนขนาน ดังรูปที่ 10.2 ต้องนำ R มาอนุกรมกับ $-jX_C$ ก่อน กำหนดให้เป็น Z_{T1} จากนั้นจึงนำไปขนานกับ jX_L ซึ่งจะทำให้ได้ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร (Z_T) ที่จุด A-B



รูปที่ 10.2 วงจรผสม RLC แบบอนุกรม-ขนาน

จากรูปที่ 10.2 ในการพิจารณาจะเห็นว่าตัวเก็บประจุต่ออนุกรมกับตัวต้านทานก่อน จากนั้นจึงต่อขนานกับตัวเหนี่ยวนำ ซึ่งการหาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรที่จุด A-B หาได้ดังนี้

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

$$Z_{T1} = R - jX_C$$

.....(10.3)

ดังนั้นอิมพีแดนซ์รวมที่จุด A-B จะได้

$$Z_T = jX_L // Z_{T1}$$

$$Z_T = \frac{jX_L \times Z_{T1}}{jX_L + Z_{T1}}$$

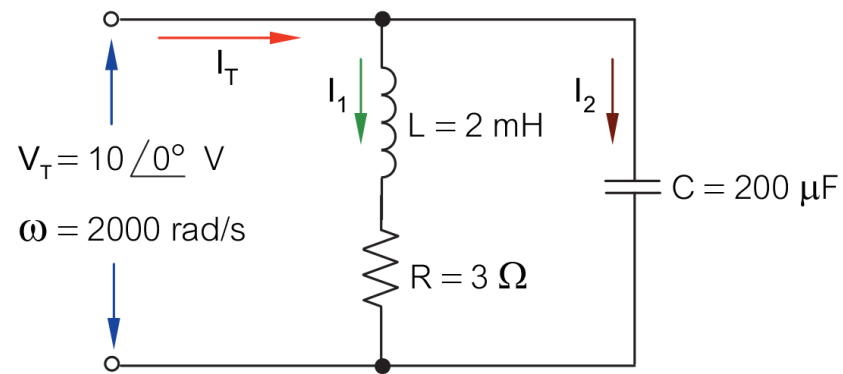
.....(10.4)

จากทั้ง 2 แบบของวงจรผสม เมื่อวิเคราะห์หาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรได้แล้วก็สามารถหากระแสไฟฟ้ารวมของวงจร โดยใช้กฎของโอห์มหรือนอกจากนี้ยังใช้กฎการแบ่งกระแสเพื่อหากระแสไฟฟ้าในแต่ละสาขา และใช้กฎการแบ่งแรงดันเพื่อหาแรงดันตกคร่อมในส่วนต่าง ๆ ของวงจรได้

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

10.2 การคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของ RLC ในวงจรผสม

ตัวอย่างที่ 10.1 วงจรดังรูปที่ 10.3 จงคำนวณหา



- ก. อิมพีแดนซ์รวมของวงจร
- ข. กระแสไฟฟารวมของวงจร
- ค. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 (I_1)
- ง. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 (I_2)
- จ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

รูปที่ 10.3 วงจรของตัวอย่างที่ 10.1

วิธีทำ หาค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำและค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ

$$X_L = \omega L = 2000 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$X_L = 4 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000 \times 200 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 2.5 \Omega$$

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

ก. อิมพีแดนซ์รวมของวงจร

$$\begin{aligned}Z_{T1} &= R + jX_L \\ &= 3 + j4\end{aligned}$$

หาอิมพีแดนซ์รวมของวงจรได้ดังนี้

$$\begin{aligned}Z_T &= Z_{T1} // (-jX_C) \\ &= \frac{5 \angle 53.13^\circ \times 2.5 \angle -90^\circ}{5 \angle 53.13^\circ + 2.5 \angle -90^\circ} \\ &= \frac{12.5 \angle -36.87^\circ}{3.354 \angle 26.56^\circ} \\ Z_T &= 3.726 \angle -63.43^\circ \Omega\end{aligned}$$

อิมพีแดนซ์รวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$3.726 \angle -63.43^\circ \Omega \quad \text{ตอบ}$$

ข. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร

$$\begin{aligned}I_T &= \frac{V_T}{Z_T} = \frac{10 \angle 0^\circ}{3.726 \angle -63.43^\circ} \\ I_T &= 2.683 \angle 63.43^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

กระแสไฟฟ้ารวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$2.683 \angle 63.43^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

ค. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 (I_1)

$$I_1 = \frac{V_T}{Z_{T1}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 \angle 53.13^\circ}$$
$$I_1 = 2 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 มีค่าเท่ากับ

$$2 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

ตอบ

ง. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 (I_2)

$$I_2 = \frac{V_T}{-jX_C}$$
$$= \frac{10 \angle 0^\circ}{2.5 \angle -90^\circ}$$
$$I_2 = 4 \angle 90^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 มีค่าเท่ากับ

$$4 \angle 90^\circ \text{ A}$$

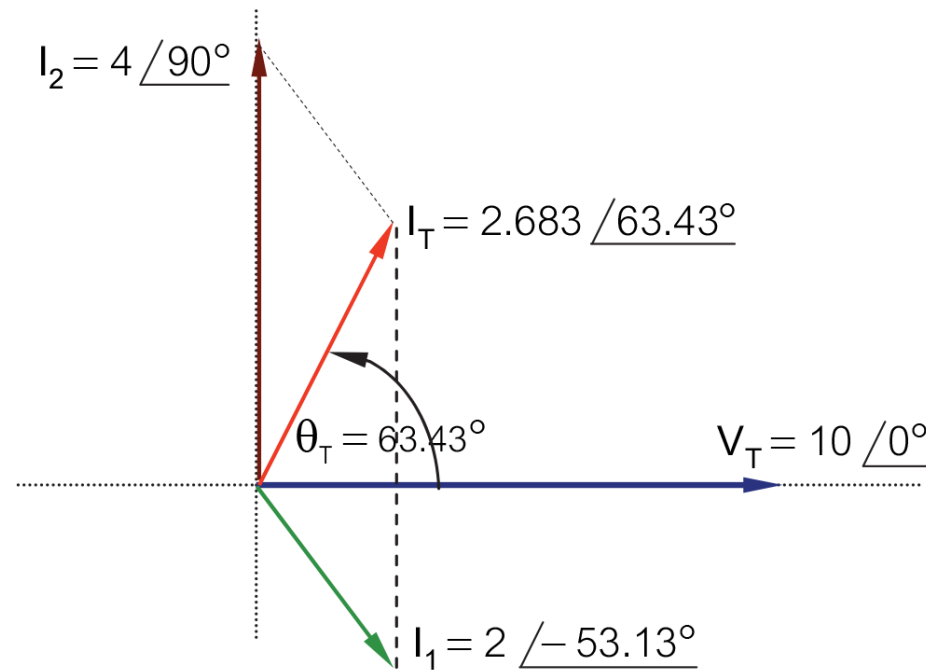
ตอบ

หรือหากระแสไฟฟ้ารวมของวงจรได้อีกวิธีหนึ่ง ดังนี้

$$I_T = I_1 + I_2$$
$$= 2 \angle -53.13^\circ + 4 \angle 90^\circ$$
$$= (1.2 - j1.6) + (0 + j4)$$
$$= 1.2 + j2.4$$
$$I_T = 2.683 \angle 63.43^\circ \text{ A}$$

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

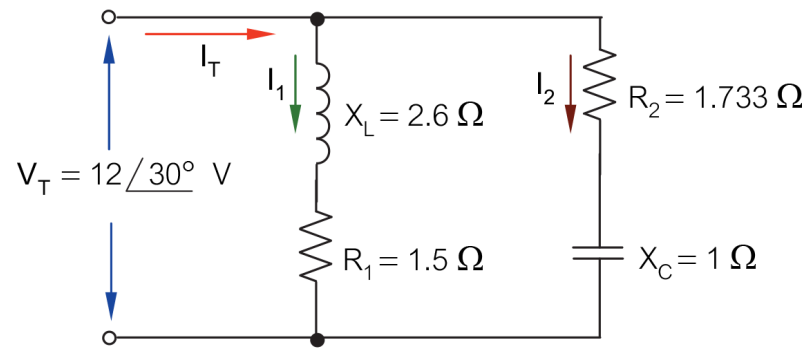
จ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 10.4 โดยกระแส I_T นำหน้าแรงดัน V_T เป็นมุม 63.43°



รูปที่ 10.4 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

ตัวอย่างที่ 10.2 วงจรดังรูปที่ 10.5 จงคำนวณหา



- ก. อิมพีแดนซ์รวมของวงจร
- ข. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร
- ค. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 (I_1)
- ง. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 (I_2)
- จ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

รูปที่ 10.5 วงจรของตัวอย่างที่ 10.2

วิธีทำ

ก. อิมพีแดนซ์รวมของวงจร

$$Z_{T1} = R_1 + jX_L = 1.5 + j2.6$$

$$Z_{T1} = 3\angle 60^\circ \Omega$$

$$Z_{T2} = R_2 - jX_C = 1.733 - j1$$

$$Z_{T2} = 2\angle -30^\circ \Omega$$

$$\begin{aligned} Z_T &= Z_{T1} // Z_{T2} = \frac{3\angle 60^\circ \times 2\angle -30^\circ}{3\angle 60^\circ + 2\angle -30^\circ} \\ &= \frac{6\angle 30^\circ}{(1.5 + j2.6) + (1.733 - j1)} = \frac{6\angle 30^\circ}{3.233 + j1.6} \end{aligned}$$

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

$$Z_T = \frac{6 \angle 30^\circ}{3.607 \angle 26.33^\circ}$$

$$Z_T = 1.663 \angle 3.67^\circ \Omega$$

อิมพีแดนซ์รวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$1.663 \angle 3.67^\circ \Omega$$

ตอบ

ข. กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร

$$I_T = \frac{V_T}{Z_T} = \frac{12 \angle 30^\circ}{1.663 \angle 3.67^\circ}$$

$$I_T = 7.215 \angle 26.33^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้ารวมของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$7.215 \angle 26.33^\circ \text{ A}$$

ตอบ

ค. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 (I_1)

$$I_1 = \frac{V_T}{Z_{T1}} = \frac{12 \angle 30^\circ}{3 \angle 60^\circ}$$

$$I_1 = 4 \angle -30^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 1 มีค่าเท่ากับ

$$4 \angle -30^\circ \text{ A}$$

ตอบ

หน่วยที่ 10 RLC ในวงจรผสม

ง. กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 (I_2)

$$I_2 = \frac{V_T}{Z_{T2}} = \frac{12 \angle 30^\circ}{2 \angle -30^\circ}$$

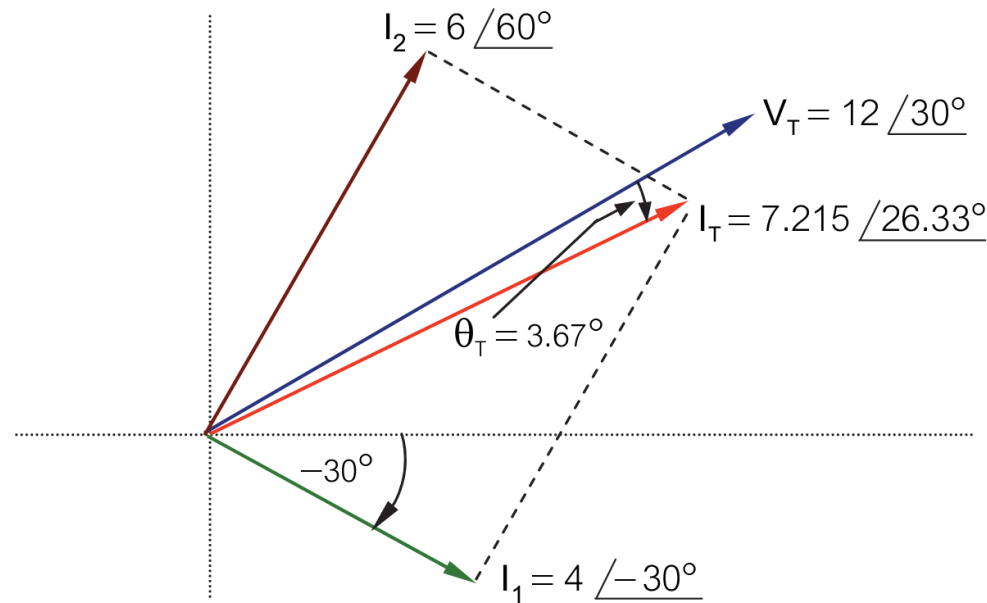
$$I_2 = 6 \angle 60^\circ \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่สาขาที่ 2 มีค่าเท่ากับ

$$6 \angle 60^\circ \text{ A}$$

ตอบ

จ. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 10.6 โดยกระแส I_T ล้าหลังแรงดัน V_T เป็นมุม 3.67°



รูปที่ 10.6 เฟสเซอร์ไดอะแกรม

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

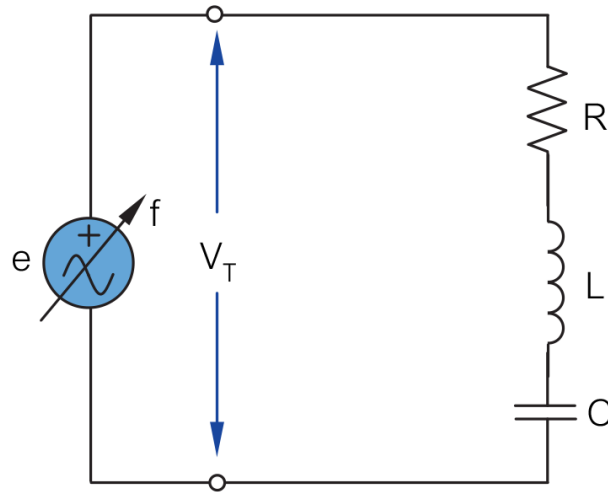
11.1 ความหมายของวงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม หมายถึง สภาพของวงจรที่ประกอบด้วย RLC อนุกรมที่ทำให้กระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรรวมเฟสกับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ทั้งนี้เพราะว่าค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรมีเพียงค่าความต้านทาน

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.2 ผลของอิมพีแดนซ์เมื่อเกิดสถานะเรโซแนนซ์

ดังวงจรรูปที่ 11.1 ถ้าให้ความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงก็จะไปมีผลต่อค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำและค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ โดยค่ารีแอกแตนซ์ของทั้งสองค่ามีทิศทางที่หักล้างกันตลอดทุกค่าความถี่ ดังนั้นจึงทำให้มีความถี่ค่าหนึ่งที่ทำให้ค่าทั้งสองเท่ากัน ($X_L = X_C$)



รูปที่ 11.1 วงจร RLC อนุกรมโดยการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่าย

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

จากรูปที่ 11.1 อิมพีแดนซ์ของวงจร หาค่าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Z &= R + jX_L - jX_C \\ &= R + j(X_L - X_C) \quad \text{เมื่อ } X = X_L - X_C \end{aligned}$$

$$Z = R + jX$$

เมื่อวงจรเกิดสภาวะเรโซแนนซ์ ค่า X_L จะมีค่าเท่ากับ X_C ดังนั้นอิมพีแดนซ์ของวงจร

$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

$$Z = R + j0$$

$$Z = R \angle 0^\circ \quad \text{.....(11.1)}$$

ดังนั้นที่สภาวะเรโซแนนซ์ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับค่าความต้านทาน ($Z = R$)

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.3 ความถี่เรโซแนนซ์

ผลจากการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้า ซึ่งจะมีค่าหนึ่งที่ส่งผลให้ค่า X_L เท่ากับค่า X_C เรียกความถี่นี้ว่า **ความถี่เรโซแนนซ์** (Frequency resonance) เมื่อเกิดสภาวะเรโซแนนซ์จะได้

$$\begin{aligned}X_L &= X_C \\2\pi f_r L &= \frac{1}{2\pi f_r C} \\(2\pi f_r)^2 &= \frac{1}{LC} \\2\pi f_r &= \frac{1}{\sqrt{LC}}\end{aligned}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

.....(11.2)

เมื่อ f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ (Hz)

L = ค่าความเหนี่ยวนำ (H)

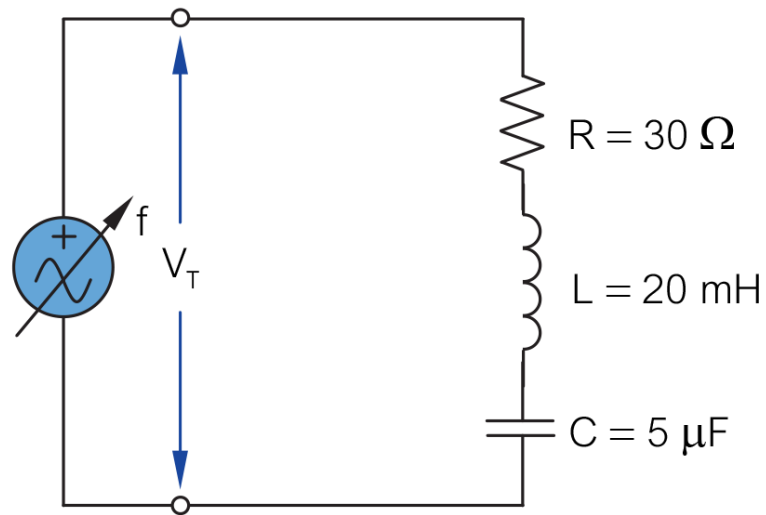
C = ค่าความจุไฟฟ้า (F)

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.4 การคำนวณหาค่าความถี่เรโซแนนซ์แบบอนุกรม

ตัวอย่างที่ 11.1 วงจรดังรูปที่ 11.2 จงคำนวณหา

- ก. ความถี่เรโซแนนซ์
- ข. ที่ความถี่ค่านี้จงพิสูจน์ว่าค่า X_L มีค่าเท่ากับ X_C
- ค. อิมพีแดนซ์ของวงจร



รูปที่ 11.2 วงจรของตัวอย่างที่ 11.1

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

วิธีทำ

ก. ความถี่เรโซแนนซ์

$$\begin{aligned}f_r &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\&= \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6}}} \\&= \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 3.162 \times 10^{-4}} \\f_r &= 503.33 \text{ Hz}\end{aligned}$$

ความถี่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

503.33 Hz

ตอบ

ข. ที่ความถี่เรโซแนนซ์จึงพิสูจน์ว่าค่า X_L มีค่าเท่ากับ X_C

จากสมการ

$$\begin{aligned}X_L &= 2\pi f_r L \\&= 2 \times 3.1416 \times 503.33 \times 20 \times 10^{-3} \\X_L &= 63.25 \text{ } \Omega\end{aligned}$$

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

และ

$$\begin{aligned}X_C &= \frac{1}{2\pi f_r C} \\&= \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 503.33 \times 5 \times 10^{-6}} \\X_C &= 63.24 \cong 63.25 \, \Omega\end{aligned}$$

ที่ความถี่เรโซแนนซ์เป็นผลให้ค่า X_L เท่ากับ X_C จริง ซึ่งเท่ากับ $63.25 \, \Omega$

ตอบ

ค. อิมพีแดนซ์ของวงจร

$$\begin{aligned}Z &= R + j(X_L - X_C) \\&= 30 + j(63.25 - 63.25) \\&= (30 + j0) \, \Omega \\Z &= 30 \angle 0^\circ\end{aligned}$$

อิมพีแดนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$30 \angle 0^\circ \, \Omega$$

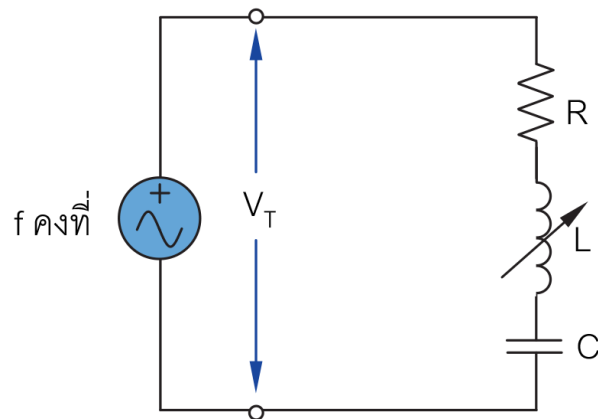
ตอบ

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

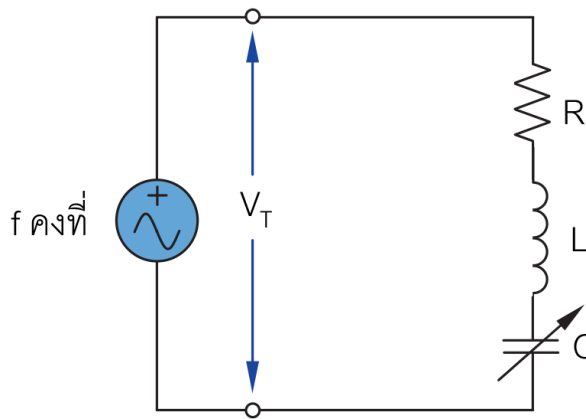
11.5 เส้นกราฟของอิมพีแดนซ์และอิมพีแดนซ์ไดอะแกรม

ในวงจร RLC ต่อแบบอนุกรม ถ้าให้ความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ามีค่าคงที่ไว้ค่าหนึ่ง เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ หรือค่าความจุไฟฟ้าอย่างใดอย่างหนึ่งแล้ว ผลก็ทำให้ค่า X_L เท่ากับค่า X_C ซึ่งก็จะส่งผลให้วงจร เกิดสภาวะเรโซแนนซ์เช่นเดียวกัน ซึ่งพิจารณาได้ดังนี้

11.5.1 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ ดังรูปที่ 11.3 (ก) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ ก็จะส่งผลให้ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำเปลี่ยนแปลงเช่นกัน ถ้าผลการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำที่ทำให้ค่า X_L เท่ากับค่า X_C ค่าความเหนี่ยวนำที่สภาวะนี้คือ **ค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์**



(ก) การเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ



(ข) การเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้า

รูปที่ 11.3 วงจร RLC อนุกรมโดยการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำและค่าความจุไฟฟ้า

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

ดังนั้นค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์หาค่าได้ดังนี้

จากสมการ

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{(2\pi f_r)}$$

$$LC = \frac{1}{(2\pi f_r)^2}$$

$$L_r = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 C}$$

.....(11.3)

เมื่อ L_r = ค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์ (H)

C = ค่าความจุไฟฟ้า (F)

f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด (Hz)

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.5.2 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้า จากรูปที่ 11.3 (ข) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าจะส่งผลให้ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุเปลี่ยนแปลงเช่นกัน ถ้าผลการเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าที่ทำให้ค่า X_C เท่ากับค่า X_L ค่าความจุไฟฟ้าที่สภาวะนี้คือ **ค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์** หาค่าได้ดังนี้

จากสมการ

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{(2\pi f_r)}$$

$$LC = \frac{1}{(2\pi f_r)^2}$$

$$C_r = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L}$$

..... (11.4)

เมื่อ

C_r = ค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์ (F)

L = ค่าความเหนี่ยวนำ (H)

f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด (Hz)

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.6 ค่าความเหนี่ยวนำ ค่าความจุไฟฟ้าที่ความถี่เรโซแนนซ์

ตัวอย่างที่ 11.2 วงจร RLC แบบอนุกรมต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นไซน์ ซึ่งมีค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด 200 Hz มีค่าความต้านทาน $30\ \Omega$ ค่าความจุไฟฟ้า $22\ \mu\text{F}$ จงคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์

วิธีทำ

ความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์

$$\begin{aligned}L_r &= \frac{1}{(2\pi f_r)^2 C} \\&= \frac{1}{(2 \times 3.1416 \times 200)^2 \times 22 \times 10^{-6}} \\L_r &= \frac{1}{34.741} \\&= 0.02878 = 28.78 \times 10^{-3} \\L_r &= 28.78\ \text{mH}\end{aligned}$$

ความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

28.78 mH

ตอบ

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

ตัวอย่างที่ 11.3 วงจร RLC แบบอนุกรมต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นไซน์ ซึ่งมีค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด 500 Hz มีค่าความต้านทาน $10\ \Omega$ ค่าความเหนี่ยวนำ 2 mH จงคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์

วิธีทำ

$$\begin{aligned}C_r &= \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L} \\&= \frac{1}{(2 \times 3.1416 \times 500)^2 \times 2 \times 10^{-3}} \\&= \frac{1}{19739.3} \\C_r &= 50.66 \times 10^{-6}\ \text{F}\end{aligned}$$

ความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

50.66 μF

ตอบ

หน่วยที่ 11 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

11.7 ผลของวงจรเมื่อเกิดสถานะเรโซแนนซ์แบบอนุกรม

จากวงจร RLC แบบอนุกรม จากการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่ายหรือเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำหรือเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าอย่างใดอย่างหนึ่งแล้วทำให้วงจรเกิดสถานะเรโซแนนซ์ ซึ่งผลของวงจรที่เกิดขึ้นมีผลดังนี้

1. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรรวมเฟสกับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้
2. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์
3. ค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรมีค่าต่ำสุดซึ่งเท่ากับค่าความต้านทาน
4. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรมีค่าสูงสุด
5. ค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับค่ารีแอกแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ
6. แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

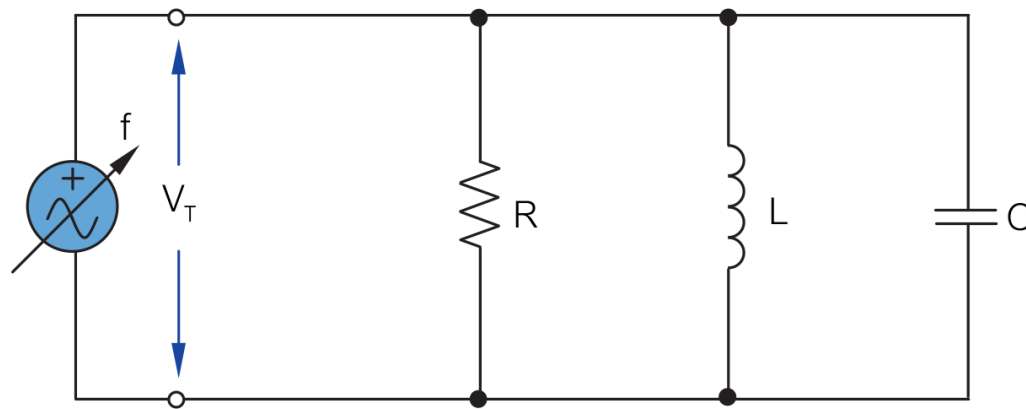
12.1 ความหมายของวงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน หมายถึง สภาพของวงจรที่ประกอบด้วย RLC แบบขนาน ที่ทำให้กระแสไฟฟ้าวรวมที่ไหลในวงจรรวมเฟสกับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ทั้งนี้เพราะว่าค่าแอดมิตแตนซ์ของวงจร มีเพียงค่าความนำจากความต้านทาน

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.2 ผลของแอดมิตแตนซ์เมื่อเกิดสถานะเรโซแนนซ์

ดังวงจรรูปที่ 12.1 ถ้าความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงก็จะมีผลต่อค่าซัสเซปแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำ (B_L) และค่าซัสเซปแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ (B_C) โดยค่าซัสเซปแตนซ์ของทั้งสองค่ามีทิศทางที่หักล้างกันตลอดทุกค่าความถี่ ดังนั้นจึงทำให้มีความถี่ค่าหนึ่งที่ทำให้ค่าทั้งสองเท่ากัน ($B_C = B_L$)



รูปที่ 12.1 วงจร RLC ขนานโดยการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่าย

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

จากรูปที่ 12.1 แอดมิตแตนซ์ของวงจร หาค่าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Y &= G + jB_C - jB_L \\ &= G + j(B_C - B_L) \quad \text{เมื่อ } B = B_C - B_L \end{aligned}$$

$$Y = G + jB$$

เมื่อวงจรเกิดสภาวะเรโซแนนซ์ ค่า B_L จะมีค่าเท่ากับ B_C ดังนั้นแอดมิตแตนซ์ของวงจร

$$Y = G + j(B_C - B_L)$$

$$Y = G + j0$$

$$Y = G \angle 0^\circ \quad \text{.....(12.1)}$$

ดังนั้นที่สภาวะเรโซแนนซ์ค่าแอดมิตแตนซ์เท่ากับค่าความนำจากความต้านทาน ($Y = G$)

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.3 ความถี่เรโซแนนซ์

ผลจากการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่าย ซึ่งจะมีค่าหนึ่งที่ส่งผลให้ค่า B_C เท่ากับค่า B_L เรียกความถี่นี้ว่า **ความถี่เรโซแนนซ์** เมื่อเกิดสภาวะเรโซแนนซ์จะได้

$$B_C = B_L$$

$$2\pi f_r C = \frac{1}{2\pi f_r L}$$

$$(2\pi f_r)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

.....(12.2)

เมื่อ f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ (Hz)

L = ค่าความเหนี่ยวนำ (H)

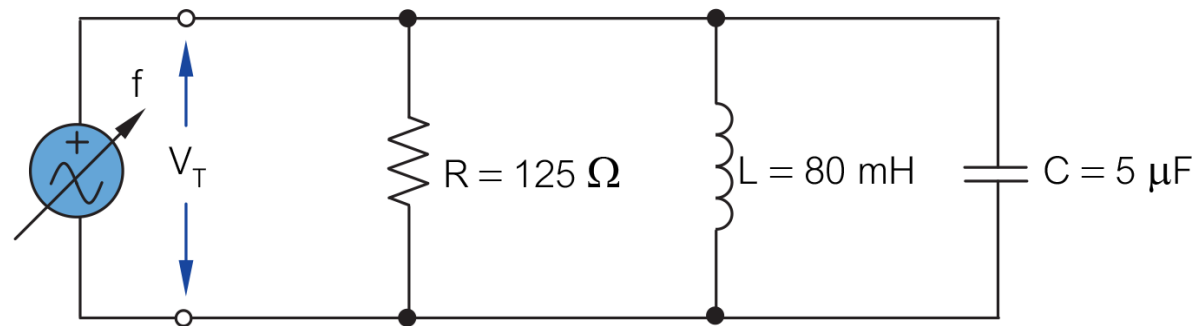
C = ค่าความจุไฟฟ้า (F)

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.4 การคำนวณหาค่าความถี่เรโซแนนซ์แบบขนาน

ตัวอย่างที่ 12.1 วงจรดังรูปที่ 12.2 จงคำนวณหา

- ก. ความถี่เรโซแนนซ์
- ข. ที่ความถี่ค่านี้จงพิสูจน์ว่าค่า B_L มีค่าเท่ากับ B_C
- ค. แอดมิตแตนซ์ของวงจร



รูปที่ 12.2 วงจรของตัวอย่างที่ 12.1

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

วิธีทำ

ก. ความถี่เรโซแนนซ์

$$\begin{aligned}f_r &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\&= \frac{1}{2\pi\sqrt{80 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6}}} \\&= \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 6.324 \times 10^{-4}} \\f_r &= 251.66 \text{ Hz}\end{aligned}$$

ความถี่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

251.66 Hz

ตอบ

ข. ที่ความถี่เรโซแนนซ์จึงพิสูจน์ว่าค่า B_C มีค่าเท่ากับ B_L

จากสมการ

$$\begin{aligned}B_C &= 2\pi f_r C \\&= 2 \times 3.1416 \times 251.66 \times 5 \times 10^{-6} \\B_C &= 7.906 \times 10^{-3} = 7.906 \text{ mS}\end{aligned}$$

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

และ

$$\begin{aligned}B_L &= \frac{1}{2\pi f_r L} \\&= \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 251.66 \times 80 \times 10^{-3}} \\B_L &= 7.905 \times 10^{-3} \cong 7.906 \text{ mS}\end{aligned}$$

ที่ความถี่เรโซแนนซ์เป็นผลให้ค่า B_C เท่ากับ B_L จริง ซึ่งเท่ากับ 7.906 mS **ตอบ**

ค. แอดมิตแตนซ์ของวงจร

$$\begin{aligned}Y &= \frac{1}{R} + j(B_C - B_L) \\&= \frac{1}{125} + j(7.906 \times 10^{-3} - 7.906 \times 10^{-3}) \\&= 8 \times 10^{-3} + j0 \\Y &= 8 \times 10^{-3} \angle 0^\circ \text{ S}\end{aligned}$$

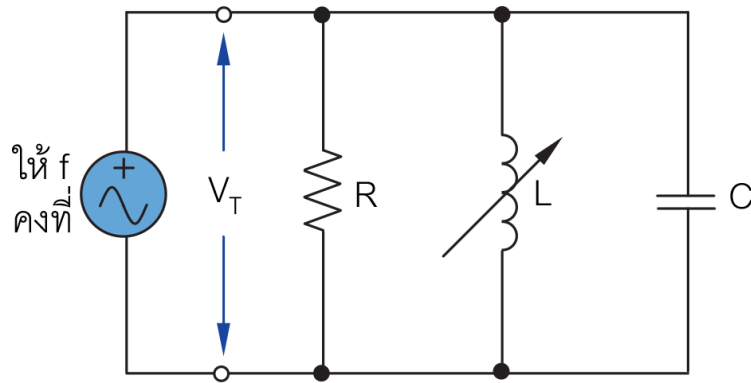
แอดมิตแตนซ์ของวงจรมีค่าเท่ากับ $8 \angle 0^\circ \text{ mS}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

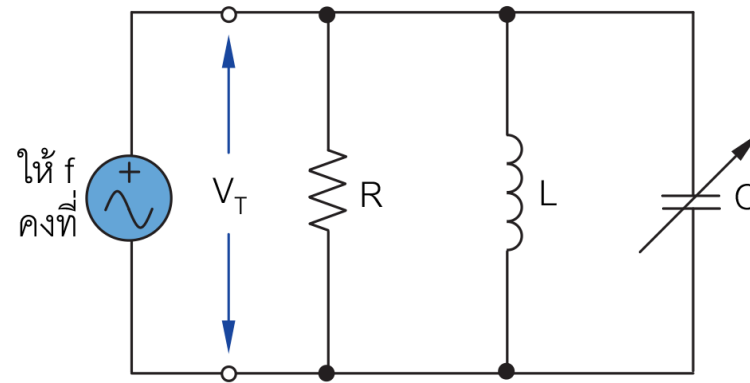
12.5 เส้นกราฟของแอดมิตแตนซ์และไดอะแกรม

ในวงจร RLC ต่อแบบขนาน ถ้าให้ความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ามีค่าคงที่ไว้ค่าหนึ่ง เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำหรือค่าความจุไฟฟ้าอย่างใดอย่างหนึ่งแล้วผลจะทำให้ค่า B_C เท่ากับค่า B_L ซึ่งจะส่งผลให้วงจรเกิดการเรโซแนนซ์เช่นเดียวกันพิจารณาได้ดังนี้

12.5.1 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ จากรูปที่ 12.3 (ก) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำก็จะส่งผลให้ค่าซัสเซปแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำเปลี่ยนแปลงเช่นกัน ถ้าผลการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำที่ทำให้ค่า B_L เท่ากับค่า B_C ค่าความเหนี่ยวนำที่สภาวะนี้คือ **ค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์**



(ก) การเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ



(ข) การเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้า

รูปที่ 12.3 วงจร RLC ขนานโดยการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

ดังนั้นค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์หาค่าได้ดังนี้

จากสมการ
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{(2\pi f_r)}$$

$$LC = \frac{1}{(2\pi f_r)^2}$$

$$L_r = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 C}$$

.....(12.3)

เมื่อ L_r = ค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์ (H)

C = ค่าความจุไฟฟ้า (F)

f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด (Hz)

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.5.2 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้า จากรูปที่ 12.3 (ข) ถ้าเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าจะส่งผลให้ค่าสัสมิตแดนซ์เชิงตัวเก็บประจุเปลี่ยนแปลงเช่นกัน ถ้าผลการเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าที่ทำให้ค่า B_C เท่ากับค่า B_L ค่าความจุไฟฟ้าที่สภาวะนี้คือ **ค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์** หาค่าได้ดังนี้

จากสมการ

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$\sqrt{LC} = \frac{1}{(2\pi f_r)}$$
$$LC = \frac{1}{(2\pi f_r)^2}$$

$$C_r = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L}$$

.....(12.4)

เมื่อ

C_r = ค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์ (F)

L = ค่าความเหนี่ยวนำ (H)

f_r = ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด (Hz)

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.6 การคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำและค่าความจุไฟฟ้าที่ความถี่เรโซแนนซ์

ตัวอย่างที่ 12.2 วงจร RLC แบบขนานต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นไซน์ ซึ่งมีค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด 2 kHz มีค่าความต้านทาน $1\text{ k}\Omega$ มีค่าความจุไฟฟ้า 470 nF จงคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์

วิธีทำ

$$\begin{aligned}L_r &= \frac{1}{(2\pi f_r)^2 C} \\&= \frac{1}{(2 \times 3.1416 \times 2000)^2 \times 470 \times 10^{-9}} \\L_r &= \frac{1}{74.22} \\&= 0.01347 = 13.47 \times 10^{-3} \\L_r &= 13.47 \text{ mH}\end{aligned}$$

ค่าความเหนี่ยวนำที่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

13.47 mH

ตอบ

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

ตัวอย่างที่ 12.3 วงจร RLC แบบขนานต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นไซน์ ซึ่งมีค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่กำหนด 4 kHz มีค่าความต้านทาน $5\ \Omega$ มีค่าความเหนี่ยวนำ $120\ \mu\text{H}$ จงคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์

วิธีทำ

$$\begin{aligned}C_r &= \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L} \\&= \frac{1}{(2 \times 3.1416 \times 4000)^2 \times 120 \times 10^{-6}} \\C_r &= \frac{1}{75798.91} \\C_r &= 13.19 \times 10^{-6}\ \text{F}\end{aligned}$$

ค่าความจุไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์มีค่าเท่ากับ

13.19 μF

ตอบ

หน่วยที่ 12 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

12.7 ผลของวงจรเมื่อเกิดสถานะเรโซแนนซ์แบบขนาน

จากวงจร RLC แบบขนาน จากการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแหล่งจ่าย หรือเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ หรือเปลี่ยนแปลงค่าความจุไฟฟ้าอย่างใดอย่างหนึ่งแล้วทำให้วงจรเกิดสถานะเรโซแนนซ์ ซึ่งผลของวงจรที่เกิดขึ้นมีผลดังนี้

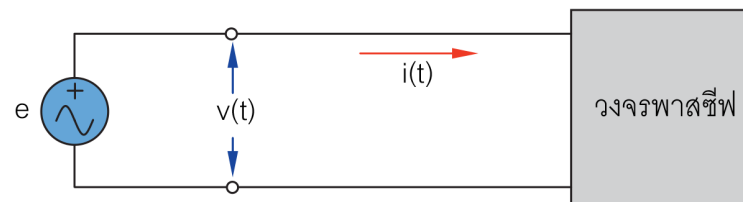
1. กระแสไฟฟารวมที่ไหลในวงจรรวมเฟสกับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้
2. มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟารวมมีค่าเท่ากับศูนย์
3. ค่าแอดมิตแตนซ์ของวงจรมีค่าต่ำสุด ซึ่งเท่ากับค่าความนำจากความต้านทาน
4. กระแสไฟฟารวมของวงจรมีค่าต่ำสุด
5. ค่าซัสเซปแตนซ์เชิงตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับค่าซัสเซปแตนซ์เชิงตัวเก็บประจุ
6. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับกระแสไฟฟารวมของวงจร

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.1 กำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน หมายถึง สภาพของวงจรที่ประกอบด้วย RLC แบบขนาน ที่ทำให้กระแสไฟฟ้าวรวมที่ไหลในวงจรรวมเฟสกับแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ ทั้งนี้เพราะว่าค่าแอดมิตแตนซ์ของวงจร มีเพียงค่าความนำจากความต้านทาน

กำลังไฟฟ้าชั่วขณะ (Instantaneous power) หมายถึง ผลคูณของแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะกับกระแสไฟฟ้าชั่วขณะ ณ เวลาใด ๆ ดังรูปที่ 13.1 เมื่อจ่ายแรงดันไฟฟ้าเข้าไปในวงจรพาสซีฟ (Passive) ทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลเข้าไป ดังนั้นก็ทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าชั่วขณะขึ้นและมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าสลับซึ่งเป็นค่าชั่วขณะเช่นเดียวกัน



รูปที่ 13.1 วงจรพาสซีฟเมื่อต่อเข้ากับแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ

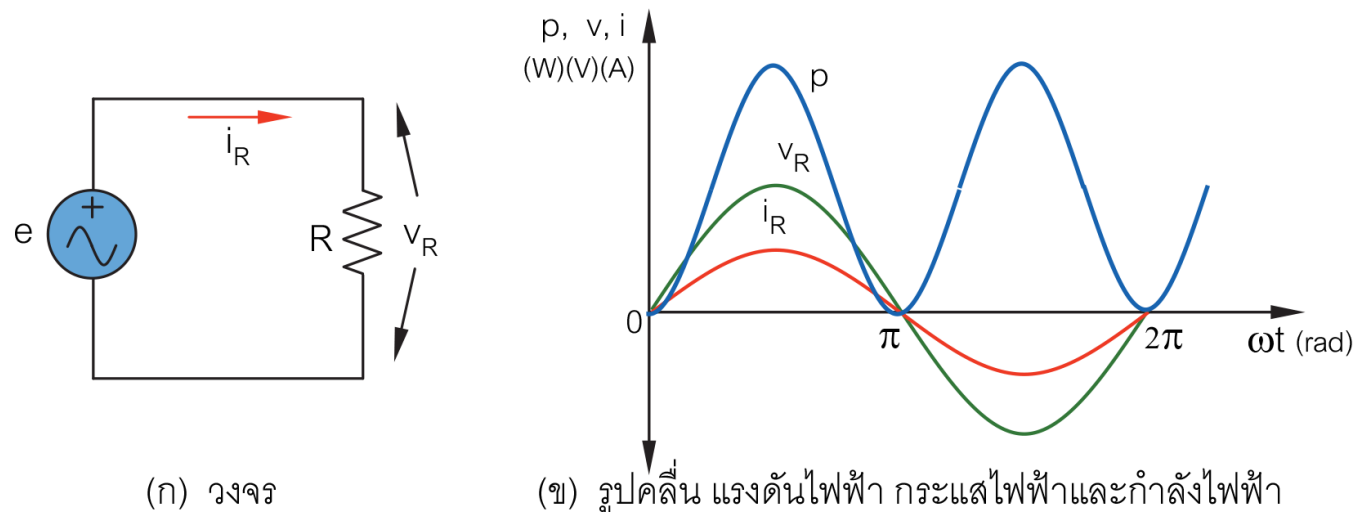
เพราะฉะนั้นจะได้สมการว่า $p(t) = v(t)i(t)$ (13.1)

เมื่อ $p(t)$ = กำลังไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลาใด ๆ (W)
 $v(t)$ = แรงดันไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลาใด ๆ (V)
 $i(t)$ = กระแสไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลาใด ๆ (A)

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.2 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว

ในวงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียวแรงดัน v_R กับกระแส i_R จะร่วมเฟสกันและทำให้เกิดกำลังไฟฟ้า p ขึ้นที่ตัวต้านทาน ดังรูปที่ 13.2 (ก) ซึ่งกำลังไฟฟ้า p ได้จากผลคูณของ v_R กับ i_R จะเห็นว่าเมื่อ v_R กับ i_R เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นในทางครึ่งไซเคิลบวกก็ทำให้ p เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นทางบวกด้วย และเมื่อ v_R กับ i_R เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นในทางครึ่งไซเคิลลบแต่ทำให้ p เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นทางบวกรูปที่ 13.2 (ข)

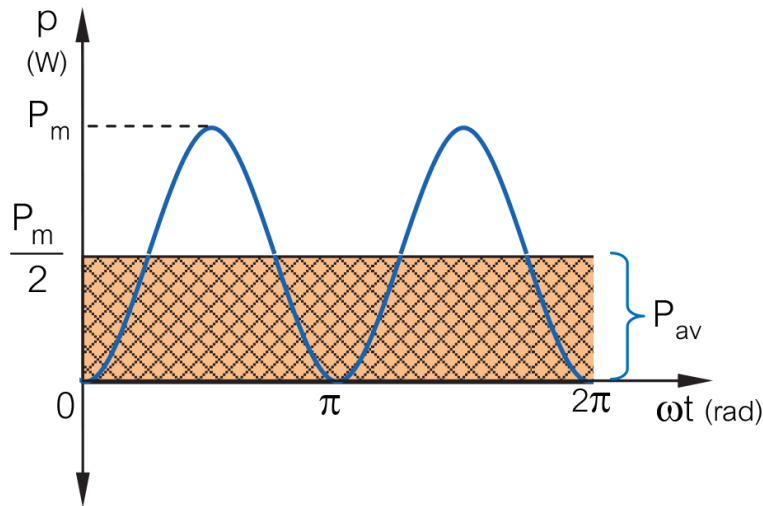


รูปที่ 13.2 วงจรตัวต้านทานเพียงอย่างเดียวและรูปคลื่น

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.3 ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าจริงจากตัวต้านทาน

13.3.1 ขนาดของกำลังไฟฟ้าจริง เมื่อพิจารณารูปคลื่นของกำลังไฟฟ้า p ดังรูปที่ 13.3 จะเห็นว่ามีค่าเป็นบวกตั้งแต่ 0 ถึง 2π โดยมีกำลังไฟฟ้าสูงสุดเป็น P_m และเมื่อทำการเฉลี่ยรูปคลื่นแล้วจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ โดยมีค่าเป็นบวกซึ่งเท่ากับ $\frac{P_m}{2}$ (พื้นที่แรเงา) นั้นหมายความว่าเกิดกำลังไฟฟ้าจริงขึ้นที่ตัวต้านทาน



รูปที่ 13.3 เฉลี่ยรูปคลื่นของกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 13.3 และทำการเฉลี่ยรูปคลื่นจะได้เป็นกำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (P_{av}) หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned}P_{av} &= \frac{P_m}{2} \\&= \frac{V_m I_m}{2} \\&= \frac{\sqrt{2} V_R \sqrt{2} I_R}{2}\end{aligned}$$

$$P_{av} = V_R I_R = P \quad \text{.....(13.2)}$$

เมื่อ P = กำลังไฟฟ้าหรือกำลังไฟฟ้าจริง (W)

V_R = แรงดันไฟฟ้าที่วัดได้ที่ตัวต้านทาน (V)

I_R = กระแสไฟฟ้าที่วัดได้ที่ตัวต้านทาน (A)

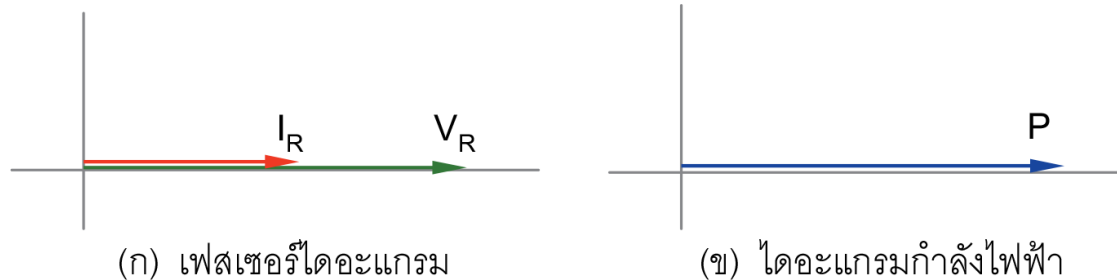
จะเห็นว่ากำลังไฟฟ้าในตัวต้านทานเมื่อทำการเฉลี่ยแล้วมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งเกิดกำลังไฟฟ้าจริง (Real power) ที่ตัวต้านทานและเป็นกำลังไฟฟ้าที่นำไปใช้งานมีชื่อเรียกได้หลายชื่อ เช่น active power, true power, average power และ effective power นอกจากนี้กำลังไฟฟ้าจริงยังหาได้จากสมการดังนี้

$$P = V_R I_R = I_R^2 R = \frac{V_R^2}{R} \quad \text{.....(13.3)}$$

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.3.2 ทิศทางของกำลังไฟฟ้าจริง ซึ่งพิจารณาจากแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า ดังนี้

1. เมื่อแรงดันและกระแสเริ่มต้นที่มุมศูนย์องศา (แกนอ้างอิง) วงจรตัวต้านทานอย่างเดียวนั้นแรงดันไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้าจะร่วมเฟสกันโดยเฟสเซอร์ทั้งสองมีทิศทางที่แกนอ้างอิงดังรูปที่ 13.4 (ก) และ กำลังไฟฟ้า P ได้จากผลคูณของเฟสเซอร์ V_R กับเฟสเซอร์ I_R ดังนั้นขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าจริงจึงเขียนอยู่ที่แกนอ้างอิง ดังรูปที่ 13.4 (ข)



รูปที่ 13.4 เฟสเซอร์และไดอะแกรมกำลังไฟฟ้า

จากสมการ

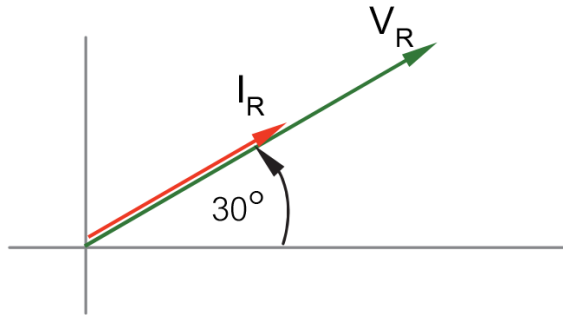
$$\begin{aligned} P &= V_R I_R \\ &= V_R \angle 0^\circ \times I_R \angle 0^\circ \end{aligned}$$

$$P = P \angle 0^\circ$$

.....(13.4)

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

2. เมื่อแรงดันและกระแสเริ่มต้นที่มุมใด ๆ เฟสเซอร์ของแรงดันกับกระแสจะร่วมเฟสกัน โดยเฟสเซอร์ทั้งสองมีทิศทางที่มุม 30° ดังรูปที่ 13.5 (ก) และกำลังไฟฟ้า P ได้จากผลคูณของเฟสเซอร์ V_R กับ I_R ดังนั้นขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าจริงต้องเขียนอยู่ที่แกนอ้างอิงเสมอ ดังรูปที่ 13.5 (ข)



(ก) เฟสเซอร์ไดอะแกรม



(ข) ไดอะแกรมกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 13.5 เฟสเซอร์และไดอะแกรมกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.4 การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าจริงจากตัวต้านทาน

ตัวอย่างที่ 13.1 ความต้านทานมีค่าเท่ากับ $50\ \Omega$ ต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้ 100 V จงคำนวณหา

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

ข. กำลังไฟฟ้าจริง

วิธีทำ

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{100}{50}$$

$$I_R = 2\text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ 2 A

ตอบ

ข. กำลังไฟฟ้าจริง

$$P = I_R^2 R = (2)^2 \times 50$$

$$P = 200\text{ W}$$

กำลังไฟฟ้าจริงมีค่าเท่ากับ 200 W

ตอบ

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

ตัวอย่างที่ 13.2 เต้าไฟฟ้าทำจากขดลวดความร้อน เมื่อต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้า 220 V ให้กำลังไฟฟ้าออกมาเท่ากับ 1000 W จงคำนวณหา

- ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดความร้อน
- ข. ความต้านทานของขดลวดความร้อน

วิธีทำ

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดความร้อน

$$I_R = \frac{P}{V_R} = \frac{1000}{220}$$

$$I_R = 4.545 \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดความร้อนมีค่าเท่ากับ 4.545 A **ตอบ**

ข. ความต้านทานของขดลวดความร้อน

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{220}{4.545}$$

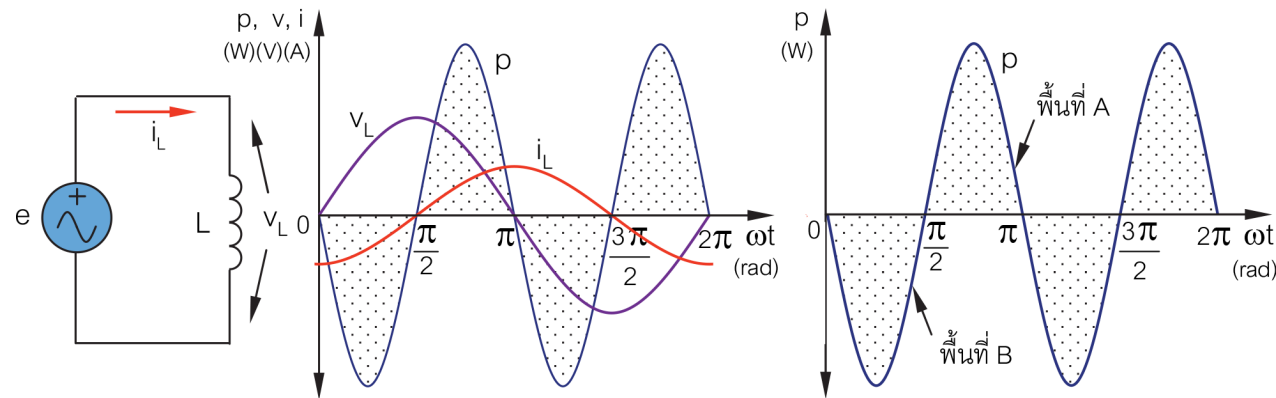
$$R = 48.404 \text{ } \Omega$$

ความต้านทานของขดลวดความร้อนมีค่าเท่ากับ 48.404 Ω **ตอบ**

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสลับในวงจร R, L และ C

13.5 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียว

ในวงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียวแรงดัน v_L กับกระแส i_L จะต่างเฟสกัน 90° โดยมีกระแส i_L ล้าหลังแรงดัน v_L และทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ p ขึ้นที่ตัวเหนี่ยวนำดังรูปที่ 13.6 (ก) ซึ่งกำลังไฟฟ้า p ได้จากผลคูณของ v_L กับ i_L จะเห็นว่าที่มุม 0 ถึง $\pi/2$ โดย v_L เปลี่ยนแปลงทางบวก ส่วน i_L เปลี่ยนแปลงทางลบ ทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางลบ และที่มุม $\pi/2$ ถึง π โดย v_L เปลี่ยนแปลงทางบวก ส่วน i_L เปลี่ยนแปลงทางบวกเช่นกันจะทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางบวก และที่มุม π ถึง $3\pi/2$ โดย v_L เปลี่ยนแปลงทางลบ ส่วน i_L เปลี่ยนแปลงทางบวก ทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางลบ และที่มุม $3\pi/2$ ถึง 2π โดย v_L เปลี่ยนแปลงทางลบ ส่วน i_L เปลี่ยนแปลงทางลบ เช่นกันจึงทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางบวก ดังรูปที่ 13.6 (ข)



(ก) วงจร

(ข) รูปคลื่น แรงดัน กระแสและกำลังไฟฟ้า

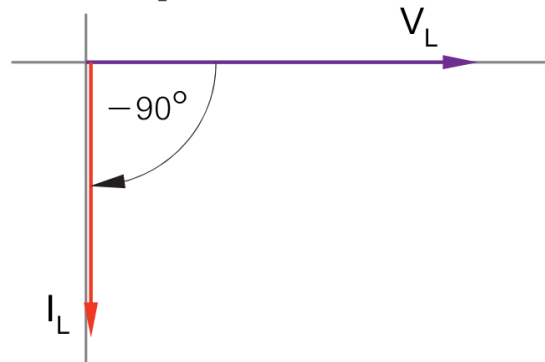
(ค) รูปคลื่นกำลังไฟฟ้าของตัวเหนี่ยวนำ

รูปที่ 13.6 วงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียวและรูปคลื่น

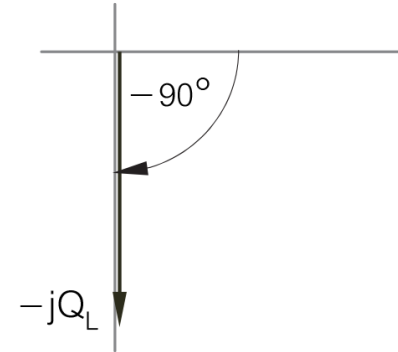
หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสลับในวงจร R, L และ C

13.6 ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจากตัวเหนี่ยวนำ

วงจรตัวเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียวนั้นแรงดันไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้าจะต่างเฟสกัน 90° โดยเฟสเซอร์ของกระแส I_L ล้าหลังเฟสเซอร์ของแรงดัน V_L ดังรูปที่ 13.7 (ก) และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ Q_L ได้จากผลคูณของเฟสเซอร์ V_L กับ I_L ดังนั้นขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจึงเขียนให้มีทิศทางชี้ลงเป็นมุม -90° เทียบกับแกนอ้างอิง ดังรูปที่ 13.7 (ข)



(ก) เฟสเซอร์ไดอะแกรม



(ข) ไดอะแกรมกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

รูปที่ 13.7 เฟสเซอร์และไดอะแกรมกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสลับในวงจร R, L และ C

จากสมการ

$$Q_L = V_L I_L \\ = V_L \angle 0^\circ \times I_L \angle -90^\circ$$

$$Q_L = Q_L \angle -90^\circ = -jQ_L$$

ถ้ากำหนดให้

$$V_L = V_L \angle 120^\circ \text{ และ } I_L = I_L \angle 30^\circ$$

$$Q_L = V_L I_L \\ = V_L \angle 120^\circ \times I_L \angle 30^\circ$$

$$Q_L = Q_L \angle 150^\circ$$

จะเห็นว่าขนาดถูกต้องแต่ทิศทางผิดจากความเป็นจริง เมื่อคอนจูเกตแรงดัน (V^*) จะได้ $V_L \angle -120^\circ$

$$Q_L = V_L \angle -120^\circ \times I_L \angle 30^\circ$$

$$Q_L = Q_L \angle -90^\circ = -jQ_L$$

$$Q_L = -jQ_L$$

.....(13.6)

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.7 การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้รีแอกทีฟจากตัวเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 13.3 ตัวเหนี่ยวนำมีค่าความเหนี่ยวนำ 1 H ต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ 220 V 50 Hz จงคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้รีแอกทีฟ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{จากสมการ} \quad Q_L &= \frac{V_L^2}{X_L} \\ \text{แต่} \quad X_L &= 2\pi fL = 2 \times 3.1416 \times 50 \times 1 \\ X_L &= 314.16 \, \Omega \\ \text{แทนค่า} \quad Q_L &= \frac{V_L^2}{X_L} = \frac{(220)^2}{314.16} \\ &= 154.06 \, \text{var}\end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้รีแอกทีฟมีค่าเท่ากับ 154.06 var **ตอบ**

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

ตัวอย่างที่ 13.4 ตัวเหนี่ยวนำเมื่อต่อเข้ากับแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ 400 V 75 Hz เกิด

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ 500 var จงคำนวณหา

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

ข. ค่าความเหนี่ยวนำ

วิธีทำ

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

จากสมการ

$$Q_L = \frac{V_L^2}{X_L}$$

ดังนั้น

$$X_L = \frac{V_L^2}{Q_L} = \frac{(400)^2}{500} = 320 \ \Omega$$

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{400}{320}$$

$$= 1.25 \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ 1.25 A

ตอบ

ข. ค่าความเหนี่ยวนำ จาก $X_L = 2\pi fL$

ดังนั้น

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{320}{2 \times 3.1416 \times 75}$$

$$L = 0.679 \text{ H}$$

ความเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

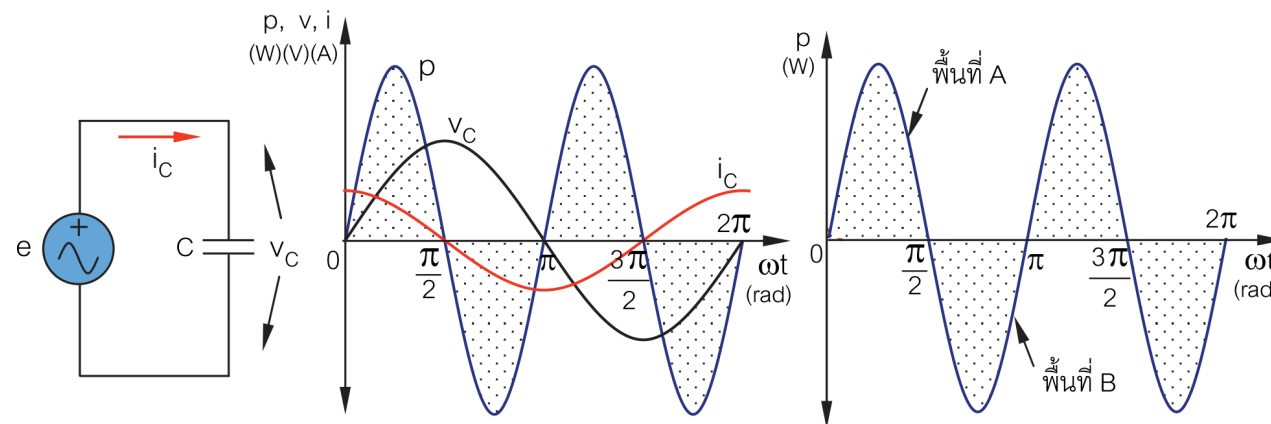
0.679 H

ตอบ

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสลับในวงจร R, L และ C

13.8 กำลังไฟฟ้าในวงจรตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียว

ในวงจรตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียวแรงดัน v_C กับกระแส i_C จะต่างเฟสกัน 90° โดยมีกระแส i_C นำหน้าแรงดัน v_C ดังรูปที่ 13.8 (ก) และทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ p ขึ้นที่ตัวเก็บประจุซึ่งกำลังไฟฟ้า p ได้จากผลคูณของ v_C กับ i_C จะเห็นได้ว่าที่มุม 0 ถึง $\pi/2$ โดย v_C เปลี่ยนแปลงทางบวก ส่วน i_C เปลี่ยนแปลงทางบวกเช่นกันจะทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางบวกด้วย และที่มุม $\pi/2$ ถึง π โดย v_C เปลี่ยนแปลงทางบวก ส่วน i_C เปลี่ยนแปลงทางลบทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางลบ และที่มุม π ถึง $3\pi/2$ โดย v_C เปลี่ยนแปลงทางลบ ส่วน i_C เปลี่ยนแปลงทางลบจะทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางบวกและที่มุม $3\pi/2$ ถึง 2π โดย v_C เปลี่ยนแปลงทางลบ ส่วน i_C เปลี่ยนแปลงทางบวกทำให้ p เปลี่ยนแปลงทางลบ ดังรูปที่ 13.8 (ข)



(ก) วงจร

(ข) รูปคลื่น แรงดัน กระแสและกำลังไฟฟ้า

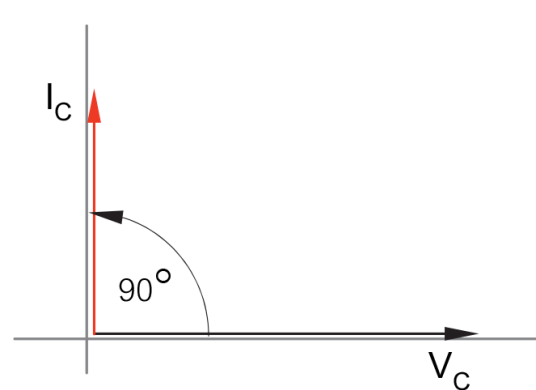
(ค) รูปคลื่นกำลังไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ

รูปที่ 13.8 วงจรตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียวและรูปคลื่น

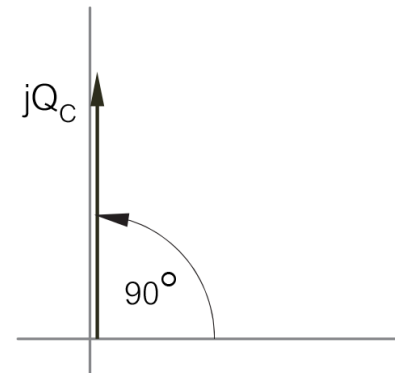
หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสลับในวงจร R, L และ C

13.9 ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจากตัวเก็บประจุ

วงจรตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียวที่แรงดันไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้าจะต่างเฟสกัน 90° โดยเฟสเซอร์ของกระแส I_C นำหน้าเฟสเซอร์ของแรงดัน V_C ดังรูปที่ 13.9 (ก) และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ Q_C ได้จากผลคูณของเฟสเซอร์ V_C กับ I_C ดังนั้นขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจึงเขียนให้มีทิศทางชี้ขึ้นเป็นมุม 90° เทียบกับแกนอ้างอิง ดังรูปที่ 13.9 (ข)



(ก) เฟสเซอร์ไดอะแกรม



(ข) ไดอะแกรมกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

รูปที่ 13.9 เฟสเซอร์และไดอะแกรมกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

ดังนั้นขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจากตัวเก็บประจุ

จากสมการ

$$Q_C = V_C I_C = V_C \angle 0^\circ \times I_C \angle 90^\circ$$

$$Q_C = Q_C \angle 90^\circ = jQ_C$$

ถ้ากำหนดให้

$$V_C = V_C \angle 50^\circ \text{ และ } I_C = I_C \angle 140^\circ$$

เมื่อคอนจูเกตแรงดัน (V^*) จะได้ $V_C \angle -50^\circ$

$$Q_C = V_C \angle -50^\circ \times I_C \angle 140^\circ$$

$$Q_C = Q_C \angle 90^\circ = jQ_C$$

$$Q_C = jQ_C$$

.....(13.8)

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

13.10 การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟจากตัวเก็บประจุ

ตัวอย่างที่ 13.5 ตัวเก็บประจุมีค่าความจุไฟฟ้า $10\ \mu\text{F}$ ต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ $220\ \text{V}$ $50\ \text{Hz}$ จงคำนวณหา

- ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ
- ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

วิธีทำ

ก. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 50 \times 10 \times 10^{-6}}$$
$$X_C = 318.31\ \Omega$$
$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{220}{318.31}$$
$$I_C = 0.691\ \text{A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ $0.691\ \text{A}$ **ตอบ**

ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$$Q_C = I_C^2 X_C = (0.691)^2 \times 318.31$$
$$= 151.98\ \text{var}$$

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟมีค่าเท่ากับ $151.98\ \text{var}$ **ตอบ**

หน่วยที่ 13 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในวงจร R, L และ C

ตัวอย่างที่ 13.6 ตัวเก็บประจุมีกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ 10 kvar เมื่อต่อเข้ากับแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า 400 V 50 Hz จงคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้า

วิธีทำ

จากสมการ
$$Q_C = \frac{V_C^2}{X_C}$$

ดังนั้น
$$X_C = \frac{V_C^2}{Q_C} = \frac{(400)^2}{10 \times 10^3}$$

$$X_C = 16 \, \Omega$$

จากสมการ
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

ดังนั้น
$$C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 50 \times 16}$$

$$C = 198.94 \times 10^{-6} \, \text{F}$$

ความจุไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ

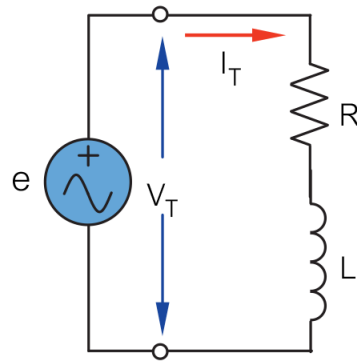
198.94 μF

ตอบ

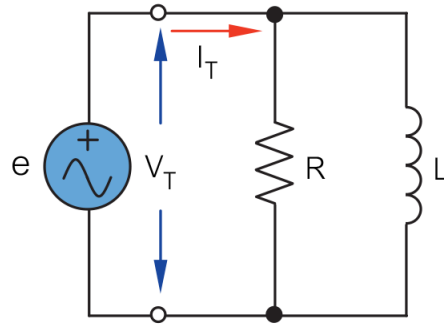
หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.1 รูปคลื่นและกำลังไฟฟ้าจริงในวงจร RL

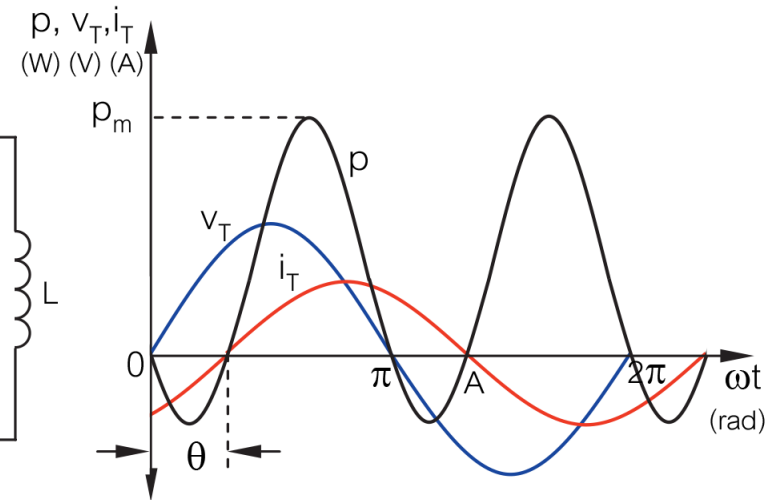
ดังรูปที่ 14.1 (ก) เป็นวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน และตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบอนุกรมกัน และรูปที่ 14.1 (ข) เมื่อต่อแบบขนานกัน และต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับผลจะทำให้กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร (I_T) ล้าหลังแรงดันไฟฟ้า (V_T) เป็นมุม θ



(ก) วงจร RL อนุกรม



(ข) วงจร RL ขนาน

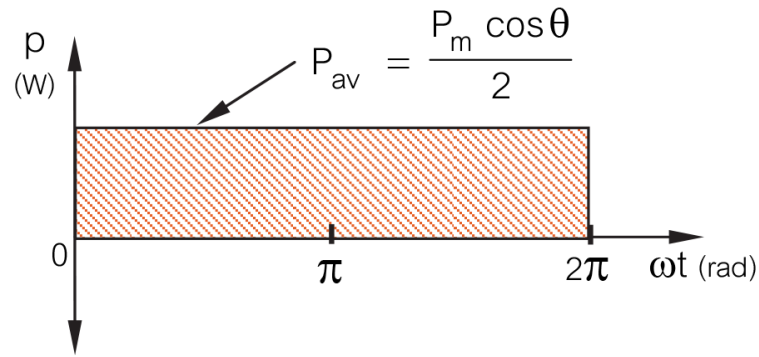


(ค) รูปคลื่น แรงดัน กระแส และกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 14.1 วงจร RL และรูปคลื่น

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

จากรูปที่ 14.1 (ค) เมื่อพิจารณาเฉพาะรูปคลื่นของกำลังไฟฟ้า จะเห็นว่าเมื่อทำการเฉลี่ยรูปคลื่นจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และเมื่อทำการเฉลี่ยรูปคลื่นกำลังไฟฟ้าจะได้รูปคลื่น ดังรูปที่ 14.2 ซึ่งมีค่าเท่ากันตลอด (ตามพื้นที่แรเงา) นั่นหมายความว่าเกิดกำลังไฟฟ้าจริงที่ตัวต้านทานซึ่งมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (P_{av})



รูปที่ 14.2 รูปคลื่นของกำลังไฟฟ้าเมื่อเฉลี่ย

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสลับและตัวประกอบกำลัง

ขนาดของกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยเมื่อพิจารณาจากรูปที่ 14.2 จะได้

$$\begin{aligned}P_{av} = P &= \frac{P_m \cos \theta}{2} \\&= \frac{V_{Tm} I_{Tm} \cos \theta}{2} \\&= \frac{\sqrt{2} V_T \sqrt{2} I_T \cos \theta}{2} \\&= V_T I_T \cos \theta\end{aligned}$$

นั่นคือเกิดกำลังไฟฟ้าจริงขึ้นในวงจร RL ทั้งต่อแบบอนุกรมและต่อแบบขนาน โดยมีค่าเท่ากับ

$$P = V_T I_T \cos \theta$$

เมื่อ

P = กำลังไฟฟ้าจริง (W)

V_T = แรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้ (V)

I_T = กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร (A)

θ = มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวม (deg)

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.2 ขนาดของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏในวงจร RL

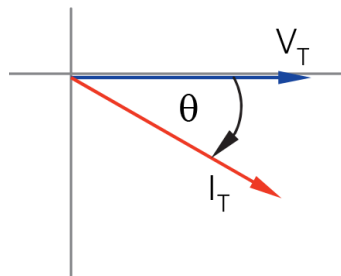
กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ หมายถึง กำลังไฟฟ้าที่ได้จากผลคูณของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวมของวงจร ใช้ S เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นวัตต์แอมแปร์ หรือ VA โดยขนาดของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏหาได้จากสมการ

$$S = V_T I_T = I_T^2 Z = \frac{V_T^2}{Z}$$

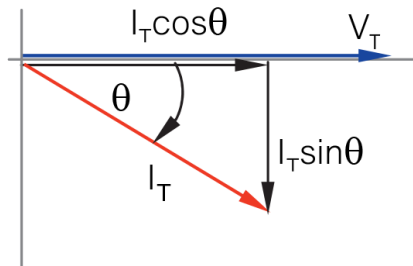
หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.3 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าของวงจร RL

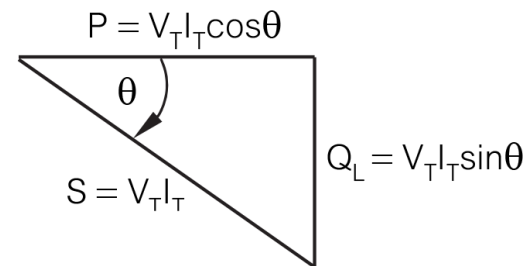
ดังรูปที่ 14.3 (ก) จะเห็นว่าเฟสเซอร์กระแส I_T ล้าหลังเฟสเซอร์แรงดัน V_T เป็นมุม θ และดังรูปที่ 14.3 (ข) เมื่อพิจารณามุม θ เป็นค่าบวก เมื่อจำแนกเฟสเซอร์ I_T ในแนวประชิดมุมจะได้ $I_T \cos \theta$ และแนวตรงข้ามมุมจะได้ $I_T \sin \theta$ ทิศทางชี้ลง และดังรูปที่ 14.3 (ค) ผลคูณของ $V_T I_T \cos \theta$ จะได้กำลังไฟฟ้าจริงคือ P ผลคูณของ $V_T I_T \sin \theta$ จะได้กำลังรีแอกทีฟ คือ Q_L และผลคูณ $V_T I_T$ จะได้กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏคือ S โดยมีทิศทางเป็นมุม θ ถ้าแทนกำลังไฟฟ้าทั้งสามด้วยสามเหลี่ยมมุมฉาก จะทำให้ได้**สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า** (Power triangle) ซึ่งกำลังไฟฟ้าจริง กำลังไฟฟารีแอกทีฟ และกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีความสัมพันธ์ต่อกัน



(ก) เฟสเซอร์โวลเตจและกระแส



(ข) เฟสเซอร์ I_T เมื่อจำแนก



(ค) สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 14.3 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

จากสามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้ารูปที่ 14.3 (ค) ของวงจร RL ได้กำลังไฟฟ้าส่วนต่าง ๆ ดังนี้

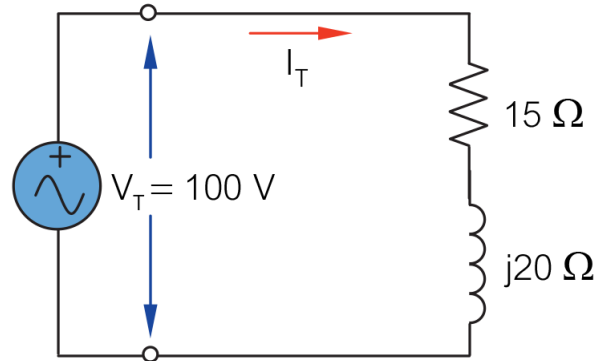
กำลังไฟฟ้าจริง $P = V_T I_T \cos \theta$ (14.1)

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ $Q_L = V_T I_T \sin \theta$ (14.2)

กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ $S = V_T I_T$ (14.3)

หรือ $S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$ (14.4)

ตัวอย่างที่ 14.1 จากวงจรรูปที่ 14.4 จงคำนวณหา



- ก. กำลังไฟฟ้าจริง
- ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ
- ค. กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ
- ง. เขียนสามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 14.4 วงจรของตัวอย่างที่ 14.1

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

วิธีทำ หาค่า Z , θ และ I_T ก่อน ตามลำดับดังนี้

$$Z = 15 + j20 = 25 \angle 53.13^\circ \Omega$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{20}{15}\right) = 53.13^\circ$$

$$I_T = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{25} = 4$$

$$I_T = I_R = I_L = 4 \text{ A}$$

วิธีทำที่ 1

ก. กำลังไฟฟ้าจริง

$$P = I_R^2 R = 4^2 \times 15$$

$$P = 240 \text{ W}$$

กำลังไฟฟ้าจริงมีค่าเท่ากับ

240 W

ตอบ

ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$$Q_L = I_L^2 X_L = 4^2 \times 20$$

$$Q_L = 320 \text{ var}$$

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟมีค่าเท่ากับ

320 var

ตอบ

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ค. กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ

$$S = I_T^2 Z = 4^2 \times 25$$

$$S = 400 \text{ VA}$$

กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีค่าเท่ากับ

400 VA

ตอบ

วิธีทำที่ 2

$$P = V_T I_T \cos \theta$$

$$= 100 \times 4 \times \cos 53.13^\circ$$

$$P = 240 \text{ W}$$

ตอบ

$$Q_L = V_T I_T \sin \theta$$

$$= 100 \times 4 \times \sin 53.13^\circ$$

$$= 320 \text{ var}$$

ตอบ

$$S = V_T I_T$$

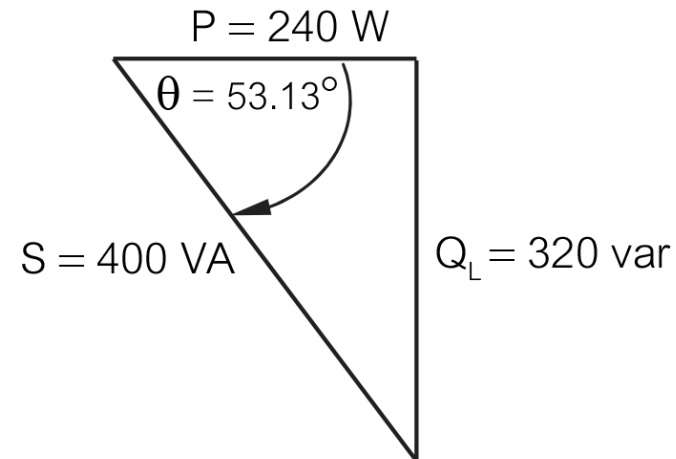
$$= 100 \times 4$$

$$= 400 \text{ VA}$$

ตอบ

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ง. สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 14.5

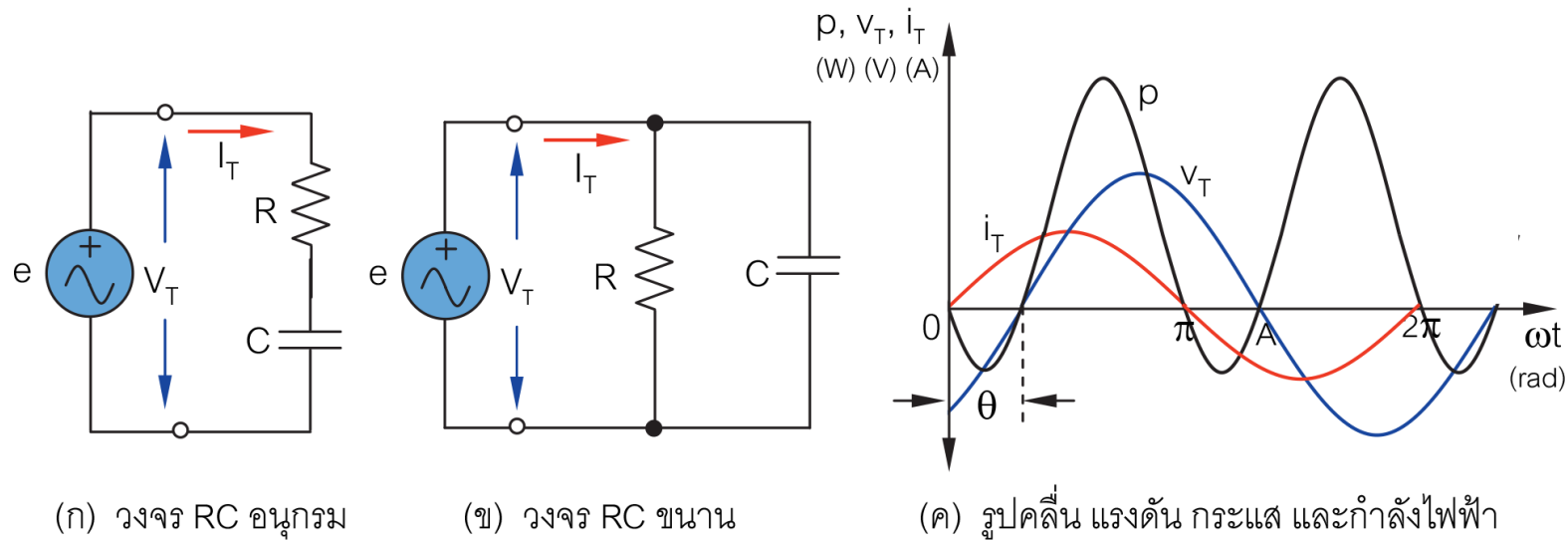


รูปที่ 14.5 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.4 รูปคลื่นและกำลังไฟฟ้าจริงในวงจร RC

ดังรูปที่ 14.8 (ก) เป็นวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน และตัวเก็บประจุที่ต่อแบบอนุกรมกัน และรูปที่ 14.8 (ข) เมื่อต่อแบบขนานกัน และต่อเข้ากับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ จะทำให้กระแสไฟฟ้ารวมของวงจร (I_T) นำหน้าแรงดันไฟฟ้าเป็นมุม θ



รูปที่ 14.8 วงจร RC และรูปคลื่น

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.5 ขนาดของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏในวงจร RC

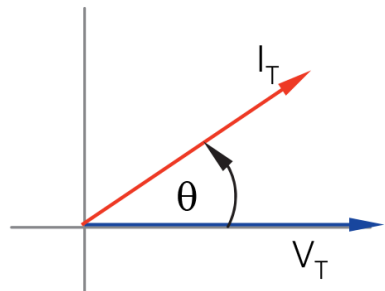
กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ หมายถึง กำลังไฟฟ้าที่ได้จากผลคูณของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับกระแสไฟฟ้ารวมของวงจร ใช้ S เป็นอักษรกำกับ มีหน่วยเป็นโวลต์แอมแปร์ (VA) โดยขนาดของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏหาได้จากสมการ

$$S = V_T I_T = I_T^2 Z = \frac{V_T^2}{Z}$$

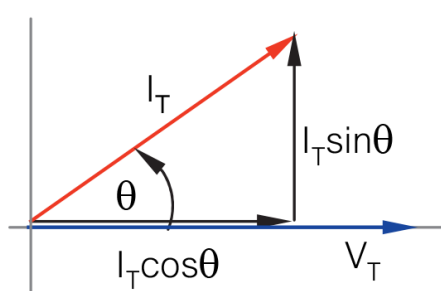
หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.6 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าของวงจร RC

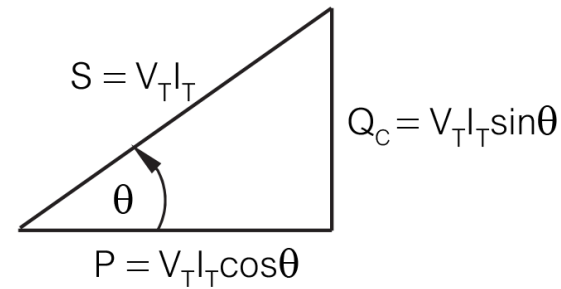
ดังรูปที่ 14.10 (ก) จะเห็นว่าเฟสเซอร์กระแส I_T นำหน้าเฟสเซอร์แรงดัน V_T เป็นมุม θ ดังรูปที่ 14.10 (ข) เมื่อพิจารณามุม θ เป็นค่าบวกเมื่อจำแนกเฟสเซอร์ I_T ในแนวประชิดมุมจะได้ $I_T \cos \theta$ และแนวตรงข้ามมุมจะได้ $I_T \sin \theta$ ทิศทางชี้ขึ้นตั้งฉากกับ V_T ดังรูปที่ 14.10 (ค) ผลคูณของ $V_T I_T \cos \theta$ จะได้กำลังไฟฟ้าจริง ผลคูณของ $V_T I_T \sin \theta$ จะได้กำลังรีแอกทีฟและผลคูณของ $V_T I_T$ จะได้กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ โดยมีทิศทางเป็นมุม θ ถ้าแทนกำลังไฟฟ้าทั้งสามด้วยสามเหลี่ยมมุมฉากทำให้ได้สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า ซึ่งกำลังไฟฟ้าจริง กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟและกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีความสัมพันธ์ต่อกัน



(ก) เฟสเซอร์ไดอะแกรม



(ข) เฟสเซอร์เมื่อจำแนก I_T

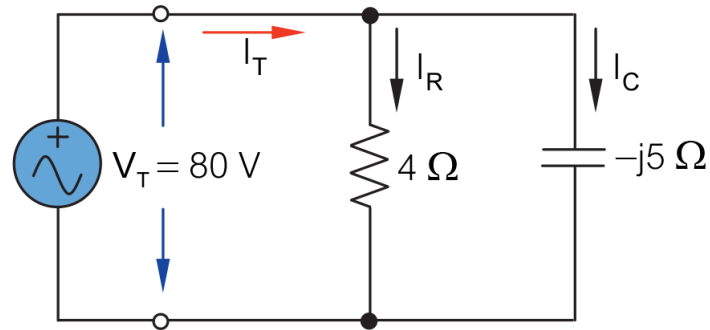


(ค) สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 14.10 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ตัวอย่างที่ 14.3 วงจรดังรูปที่ 14.11 จงคำนวณหา



- ก. กำลังไฟฟ้าจริง
- ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ
- ค. กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ
- ง. เขียนสามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

รูปที่ 14.11 วงจรของตัวอย่างที่ 14.3

วิธีทำ หาค่า I_R , I_C , I_T และ θ ก่อน ตามลำดับดังนี้

$$I_R = \frac{V_T}{R} = \frac{80}{4} = 20 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_T}{X_C} = \frac{80}{5} = 16 \text{ A}$$

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(20)^2 + (16)^2} = 25.612 \text{ A}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{I_C}{I_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{16}{20}\right) = 38.66^\circ$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ก. กำลังไฟฟ้าจริง

$$\begin{aligned}P &= V_T I_T \cos \theta \\&= 80 \times 25.612 \times \cos 38.66^\circ \\&= 80 \times 25.612 \times 0.7809 \\P &= 1600.03 \cong 1600 \text{ W}\end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้าจริงมีค่าเท่ากับ

1600 W

ตอบ

ข. กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$$\begin{aligned}Q_C &= V_T I_T \sin \theta \\&= 80 \times 25.612 \times \sin 38.66^\circ \\&= 80 \times 25.612 \times 0.6247 \\Q_C &= 1279.98 \cong 1280 \text{ var}\end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟมีค่าเท่ากับ

1280 var

ตอบ

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ค. กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ

$$\begin{aligned} S &= V_T I_T \\ &= 80 \times 25.612 \end{aligned}$$

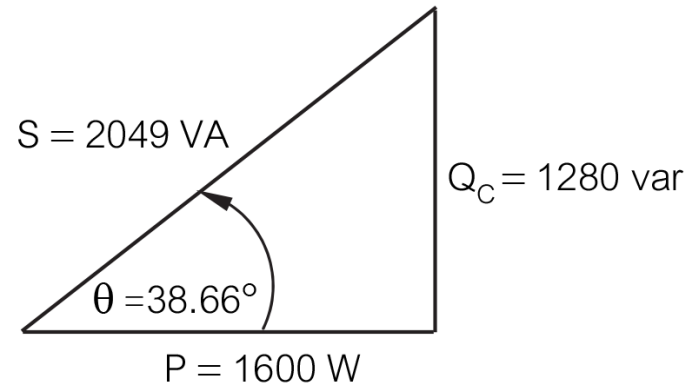
$$S = 2048.9 \cong 2049 \text{ VA}$$

กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีค่าเท่ากับ

2049 VA

ตอบ

ง. สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 14.12



รูปที่ 14.12 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.7 ความหมายของตัวประกอบกำลัง

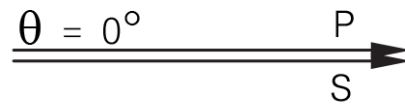
ตัวประกอบกำลัง หมายถึง ค่าอัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าจริง (P) กับกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ (S) หรือค่าโคไซน์ (Cosine) ของมุมต่างเฟส (θ) ระหว่างแรงดันไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้า นั่นคือ

$$pf = \frac{P}{S} = \cos \theta \quad \text{.....(14.9)}$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.8 ชนิดของตัวประกอบกำลัง

14.8.1 ตัวประกอบกำลังเท่ากับหนึ่ง เกิดจากโหลดที่เป็นตัวต้านทานเพียงอย่างเดียว ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏจะรวมเฟสกับกำลังไฟฟ้าจริง โดยมีมุม $\theta = 0^\circ$ โดยกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าจริง ดังรูปที่ 14.15



รูปที่ 14.15 ขนาดและทิศทางกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ

ถ้ากำหนดให้ $P = 10 \text{ W}$, $S = 10 \text{ VA}$ และ $\theta = 0^\circ$ ดังนั้นตัวประกอบกำลัง

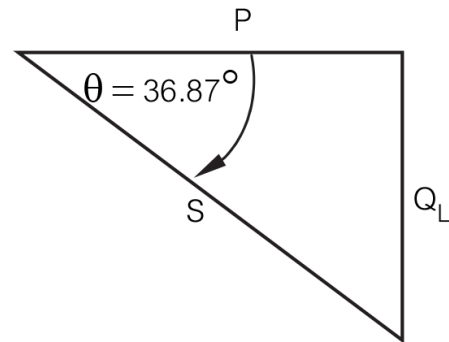
$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \frac{10}{10} = 1$$

หรือ

$$\text{pf} = \cos \theta = \cos 0^\circ = 1$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.8.2 ตัวประกอบกำลังล่าช้า (Lagging power factor) เกิดจากโหลดประเภทตัวต้านทานกับตัวเหนี่ยวนำที่ต่ออนุกรมกันหรือต่อขนานกัน ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏล่าช้ากำลังไฟฟ้าจริงเป็นมุม θ โดยกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีค่ามากกว่ากำลังไฟฟ้าจริง ดังรูปที่ 14.16 และตัวประกอบกำลังมีค่าน้อยกว่า 1 ($\text{pf} < 1$)



รูปที่ 14.16 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าและตัวประกอบกำลังล่าช้า

ถ้ากำหนดให้ $P = 4 \text{ W}$, $S = 5 \text{ VA}$ และ $\theta = 36.87^\circ$ ดังนั้นตัวประกอบกำลัง

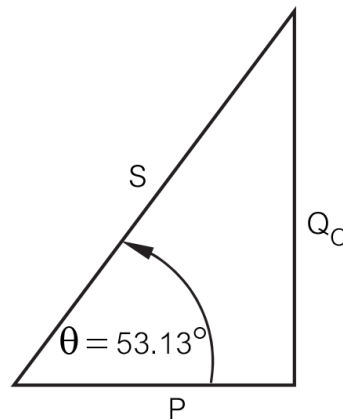
$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \frac{4}{5} = 0.8$$

หรือ

$$\text{pf} = \cos \theta = \cos 36.87^\circ = 0.8 < 1$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

14.8.3 ตัวประกอบกำลังนำหน้า (Leading power factor) เกิดจากโหลดประเภทตัวต้านทานกับตัวเก็บประจุต่ออนุกรมกันหรือต่อขนานกัน ขนาดและทิศทางของกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏจะนำหน้ากำลังไฟฟ้าจริงเป็นมุม θ โดยกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏมีค่ามากกว่ากำลังไฟฟ้าจริง ดังรูปที่ 14.17 และตัวประกอบกำลังมีค่าน้อยกว่า 1 ($\text{pf} < 1$) เช่นเดียวกัน



รูปที่ 14.17 สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้าและตัวประกอบกำลังนำหน้า

ถ้ากำหนดให้ $P = 6 \text{ W}$, $S = 10 \text{ VA}$ และ $\theta = 53.13^\circ$ ดังนั้นตัวประกอบกำลัง

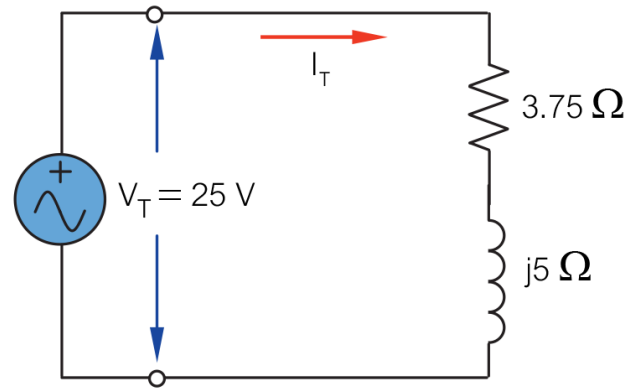
$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \frac{6}{10} = 0.6$$

หรือ

$$\text{pf} = \cos \theta = \cos 53.13^\circ = 0.6 < 1$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

ตัวอย่างที่ 14.5 วงจรดังรูปที่ 14.18 จงคำนวณหาตัวประกอบกำลัง



รูปที่ 14.18 วงจรของตัวอย่างที่ 14.5

วิธีทำ

$$Z = 3.75 + j5$$

$$Z = 6.25 \angle 53.13^\circ \Omega$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3.75}\right) = 53.13^\circ$$

และ

$$I_T = \frac{V_T}{Z} = \frac{25}{6.25} = 4 \text{ A}$$

หน่วยที่ 14 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับและตัวประกอบกำลัง

การหาค่าตัวประกอบกำลังจะต้องทราบ P และ S ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P &= V_T I_T \cos \theta \\ &= 25 \times 4 \times \cos 53.13^\circ \end{aligned}$$

$$P = 60 \text{ W}$$

$$S = V_T I_T = 25 \times 4$$

$$S = 100 \text{ VA}$$

$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \frac{60}{100}$$

$$\text{pf} = 0.6$$

หรือ

$$\text{pf} = \cos \theta = \cos 53.13^\circ$$

$$\text{pf} = 0.6$$

ตัวประกอบกำลังมีค่าเท่ากับ

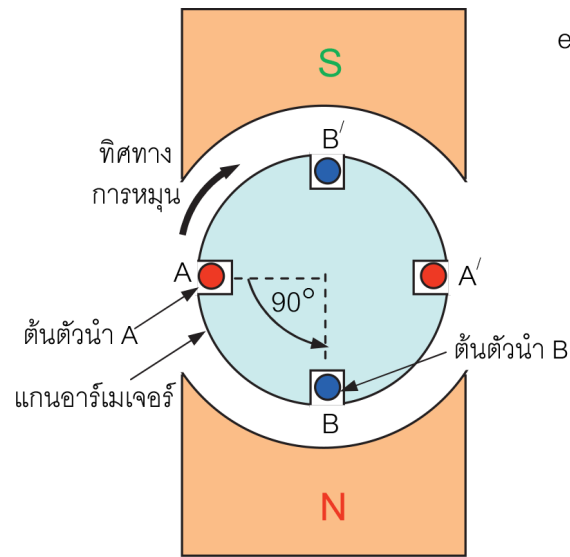
0.6 ล้าหลัง

ตอบ

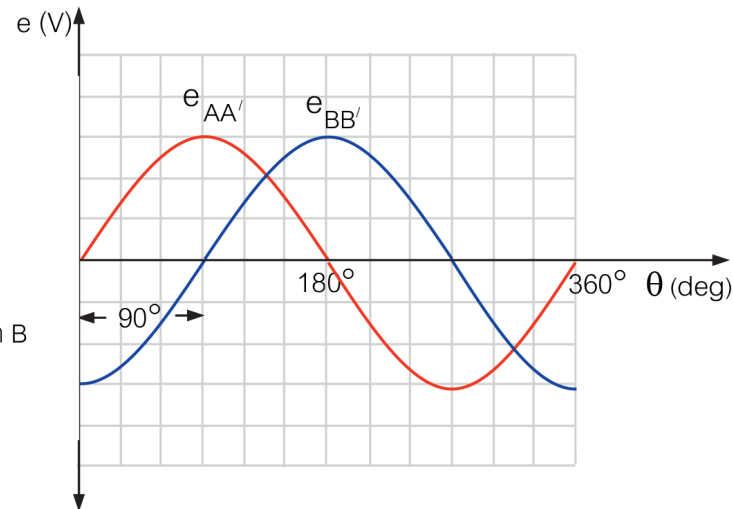
หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.1 หลักการเบื้องต้นของการกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ 2 เฟส และ 3 เฟส

โครงสร้างอย่างง่ายของเครื่องไฟฟ้ากระแสสลับ 2 เฟส ประกอบด้วยขดลวดตัวนำ 2 ขด ได้แก่ขดลวดตัวนำ A และขดลวดตัวนำ B โดยขดลวดตัวนำแต่ละขดวางห่างกัน 90° ทางไฟฟ้า ซึ่งต้นขดลวดตัวนำ B วางห่างจากต้นขดลวดตัวนำ A เป็นมุม 90° ทางไฟฟ้า



(ก) ขดลวดตัวนำ 2 ขดวางในอาร์มีเจอร์



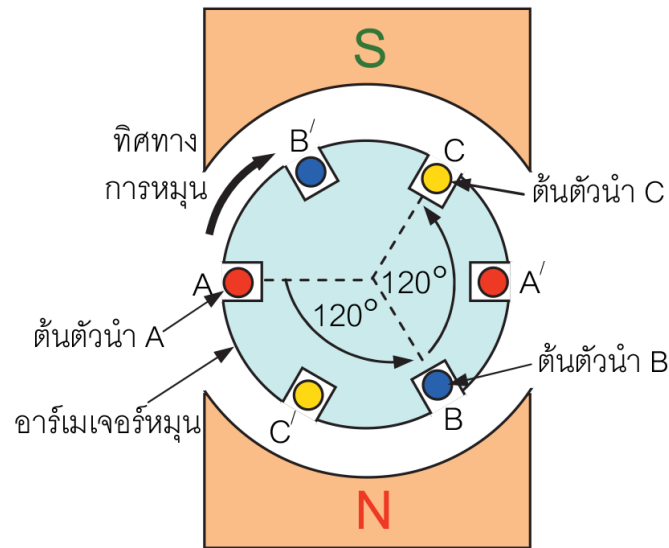
(ข) รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ 2 เฟส

รูปที่ 15.1 การเกิดไฟฟ้ากระแสสลับ 2 เฟส

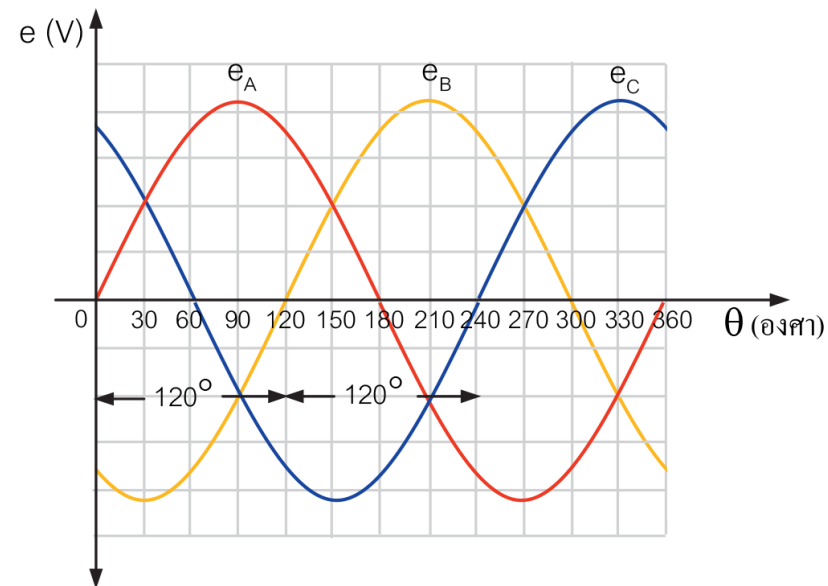
หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

การกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส ได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟสซึ่งเรียกว่า อัลเทอร์เนเตอร์ ซึ่งมีหน้าที่เปลี่ยนพลังงานจากพลังงานกลไปเป็นพลังงานไฟฟ้า โดยไฟฟ้ากระแสสลับที่ได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



(ก) ตัวนำ 3 ชุดวางห่างกัน 120° ทางไฟฟ้า



(ข) รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

รูปที่ 15.2 การเกิดไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟสแบบอาร์เมเจอร์หมุน

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.2 สมการชั่วขณะ สมการเฟสเซอร์และเฟสเซอร์ไดอะแกรม

เนื่องจากรูปคลื่นที่เกิดขึ้นจากขดลวดทั้ง 3 ชุดเป็นรูปคลื่นไซน์ และมีค่าสูงสุดเท่ากัน (E_m) และมีมุมเฟสห่างกัน 120° ทางไฟฟ้า จึงเขียนสมการชั่วขณะและสมการเฟสเซอร์ ได้ดังนี้

สมการชั่วขณะ

$$e_{AA'} = E_{m(AA')} \sin(\omega t + 0^\circ)$$

$$e_{BB'} = E_{m(BB')} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_{CC'} = E_{m(CC')} \sin(\omega t - 240^\circ)$$

สมการเฟสเซอร์

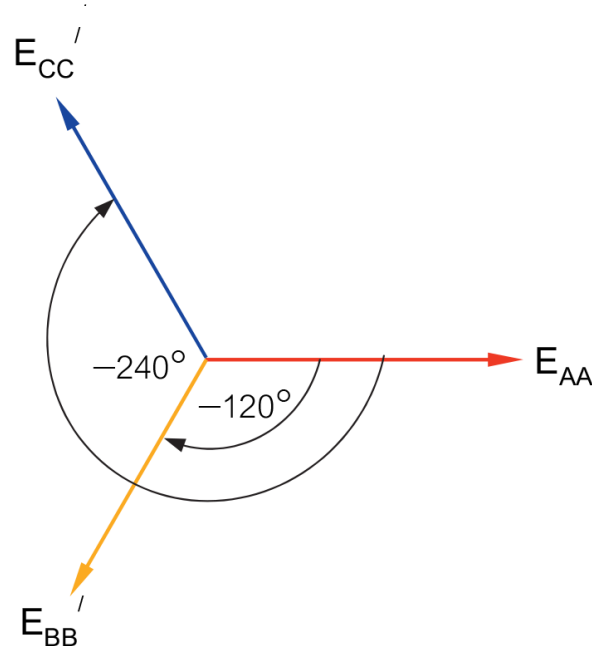
$$E_{AA'} = E_{AA'} \angle 0^\circ$$

$$E_{BB'} = E_{BB'} \angle -120^\circ$$

$$E_{CC'} = E_{CC'} \angle -240^\circ$$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

เฟสเซอร์ไดอะแกรม จากสมการเฟสเซอร์เมื่อนำมาเขียนเป็นเฟสเซอร์ไดอะแกรม ดังรูปที่ 15.2 โดยกำหนดให้เฟสเซอร์ $E_{AA'}$ เริ่มต้นที่มุม 0° (แกนอ้างอิง) โดยมีเฟสเซอร์ $E_{BB'}$ ล้าหลังเฟสเซอร์ $E_{AA'}$ เป็นมุม 120° และเฟสเซอร์ $E_{CC'}$ ล้าหลังเฟสเซอร์ $E_{BB'}$ เป็นมุม 120° หรือล้าหลังเฟสเซอร์ $E_{AA'}$ เป็นมุม 240°



รูปที่ 15.3 แสดงเฟสเซอร์ไดอะแกรมของไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

เนื่องจากไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส มีขนาดแรงดันเท่ากัน จะได้ว่า

$$E_{AA'}' = E_{BB'}' = E_{CC'}' \text{ กำหนดให้มีค่าเท่ากับ } E$$

เมื่อนำสมการเฟสเซอร์ทั้ง 3 มารวมกันทางเฟสเซอร์ จะได้

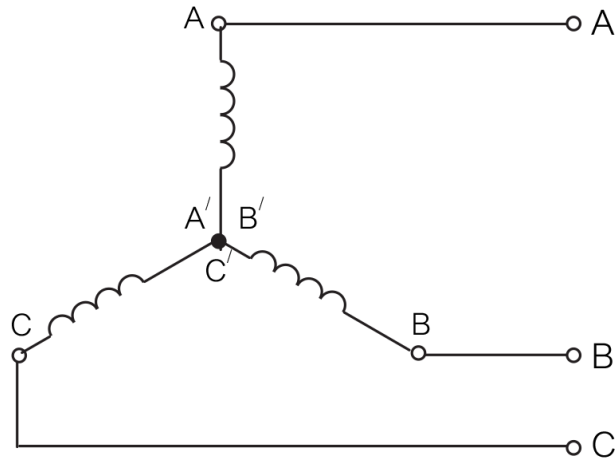
$$\begin{aligned} E_{AA'}' + E_{BB'}' + E_{CC'}' &= E \angle 0^\circ + E \angle -120^\circ + E \angle -240^\circ \\ &= E(1 + j0) + E(-0.5 - j0.866) + E(-0.5 + j0.866) \\ &= E(1 + j0 - 0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการบวกกันทางเฟสเซอร์หรือบวกกันทางเวกเตอร์ของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำของไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส มีค่าเท่ากับศูนย์

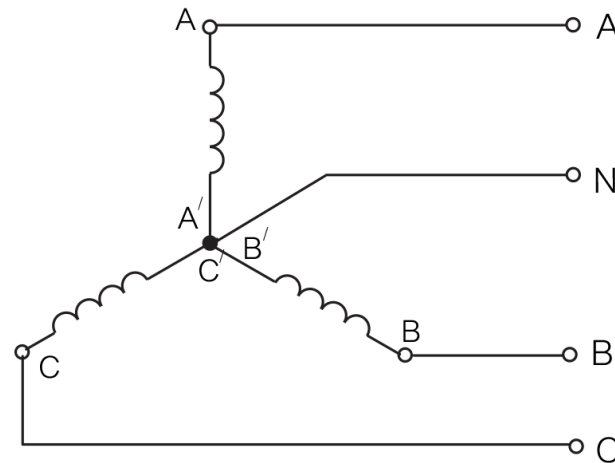
หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.3 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้า กระแสไฟฟ้าในการต่อขดลวดของเครื่องกำเนิด

15.3.1 การต่อขดลวดแบบวาย เป็นการต่อลักษณะที่นำปลายของขดลวดทั้ง 3 รวมกัน ($A'B'C'$) เรียกจุดนี้ว่า **นิวทรัล** (neutral point) กำหนดโดยตัวอักษร N ถ้าจุดนิวทรัลนี้ไม่ได้ต่อไปถึงโหลดเรียกว่าระบบไฟฟ้านี้ว่า **ระบบต่อแบบวาย 3 เฟส 3 สาย** ดังรูปที่ 15.3 (ก) แต่ถ้าจุดนิวทรัลต่อถึงโหลดเรียกว่า **ระบบที่ต่อแบบวาย 3 เฟส 4 สาย** ดังรูปที่ 15.3 (ข)



(ก) แบบวาย 3 เฟส 3 สาย

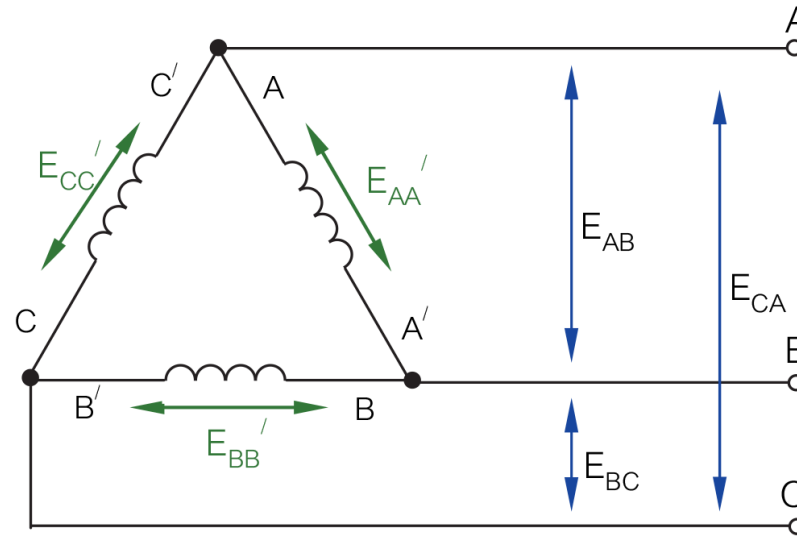


(ข) แบบวาย 3 เฟส 4 สาย

รูปที่ 15.3 การต่อขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสแบบวาย

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.3.2 การต่อขดลวดแบบเดลตา เป็นการต่อในลักษณะปลายของขดลวดชุดหนึ่ง ต่อเข้ากับต้นของขดลวดอีกชุดหนึ่ง ดังรูปที่ 15.7 โดยปลาย A' เข้ากับต้น B , ปลาย B' เข้ากับต้น C และปลาย C' เข้ากับต้น A ลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งจะได้สายออกมาเพียง 3 สาย เรียกระบบนี้ว่า **ระบบที่ต่อแบบเดลตา 3 เฟส 3 สาย**



รูปที่ 15.7 แรงดันไฟฟ้า 3 เฟส เมื่อขดลวดต่อแบบเดลตา

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

ตัวอย่างที่ 15.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส ต่อแบบวาย มีกระแสไฟฟ้าที่สาย 5 A และแรงดันไฟฟ้าที่สายที่ขั้ว 400 V จงหาคำนวนหา

ก. กระแสไฟฟ้าที่เฟส

ข. แรงดันไฟฟ้าที่เฟส

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $I_L = 5 \text{ A}$ $V_L = 400 \text{ V}$ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อแบบวาย

ก. กระแสไฟฟ้าที่เฟส

$$\begin{aligned} I_{ph} &= I_L \\ &= 5 \text{ A} \end{aligned}$$

กระแสไฟฟ้าที่เฟสมีค่าเท่ากับ

5 A

ตอบ

ข. แรงดันไฟฟ้าที่เฟส

$$\begin{aligned} V_{ph} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \\ V_{ph} &= 230.95 \text{ V} \end{aligned}$$

แรงดันไฟฟ้าที่เฟสมีค่าเท่ากับ

230.95 V

ตอบ

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ตัวอย่างที่ 15.2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส ต่อแบบเดลตา มีกระแสไฟฟ้าที่สาย 5 A และแรงดันไฟฟ้าที่สายที่ขั้ว 400 V จงหาคำนวนหา

ก. กระแสไฟฟ้าที่เฟส

ข. แรงดันไฟฟ้าที่เฟส

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $I_L = 5 \text{ A}$ $V_L = 400 \text{ V}$ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อแบบเดลตา

ก. กระแสไฟฟ้าที่เฟส

$$\begin{aligned} I_{ph} &= \frac{I_L}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{5}{\sqrt{3}} \\ I_{ph} &= 2.887 \text{ A} \end{aligned}$$

กระแสไฟฟ้าที่เฟสมีค่าเท่ากับ

2.887 A

ตอบ

ข. แรงดันไฟฟ้าที่เฟส

$$\begin{aligned} V_{ph} &= V_L \\ &= 400 \text{ V} \end{aligned}$$

แรงดันไฟฟ้าที่เฟสมีค่าเท่ากับ

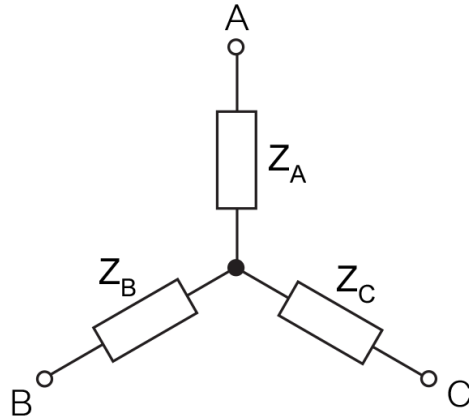
400 V

ตอบ

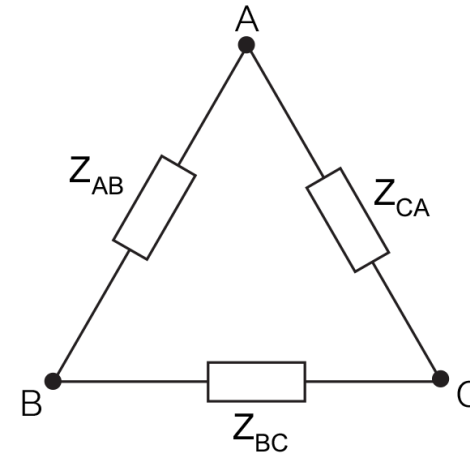
หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.4 การต่อโหลดสมดุลเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสแบบ Y - Y

โหลด 3 เฟสแบบสมดุล หมายถึง โหลดที่มีทั้งขนาดและทิศทางเท่ากันในแต่ละเฟสหรือโหลดที่มีอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนเท่ากันทั้ง 3 เฟส เช่น มอเตอร์ไฟฟ้า 3 เฟส ขดลวดความร้อน 3 เฟส เป็นต้น ซึ่งมีรูปแบบการต่อด้วยกัน 2 แบบ คือ แบบสตาร์หรือวาย (Y) ดังรูปที่ 15.9 (ก) และแบบเดลตา (Δ) ดังรูปที่ 15.9 (ข)



(ก) โหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบวาย

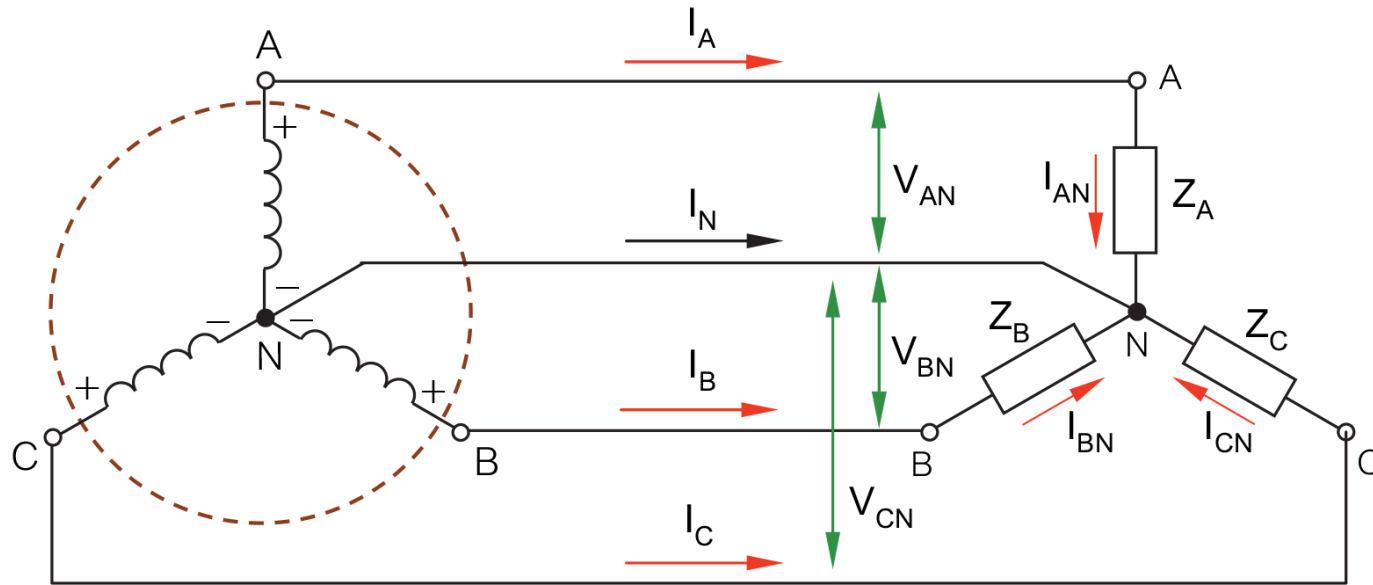


(ข) โหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบเดลตา

รูปที่ 15.9 การต่อโหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อน

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ดังรูปที่ 15.10 เป็นการต่อโดยเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสและโหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบวาย



เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส ต่อแบบ Y

โหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบ Y

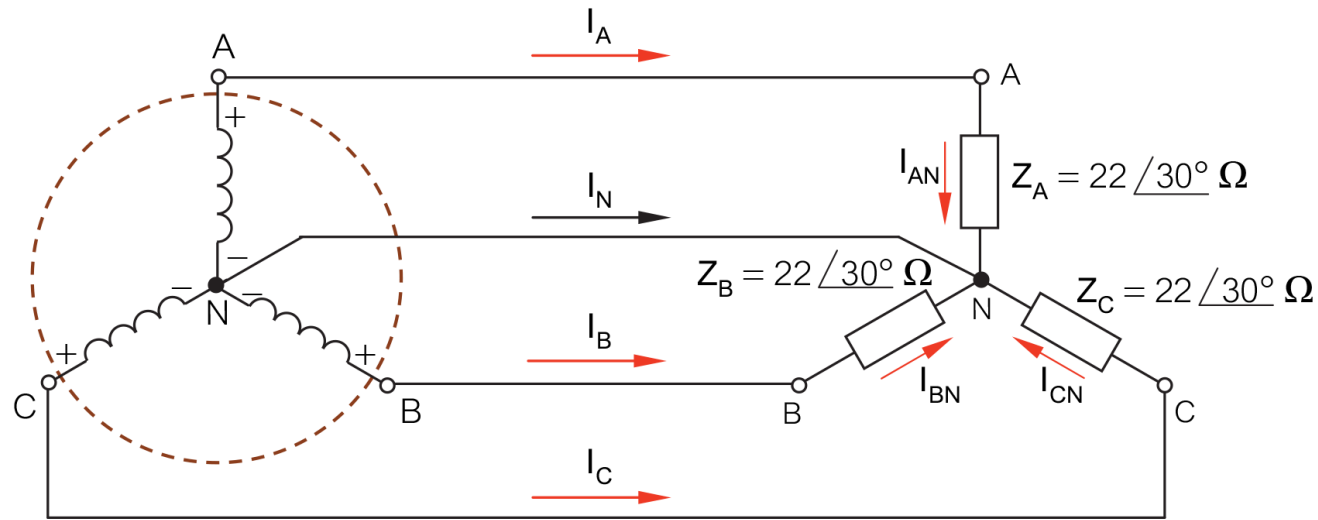
รูปที่ 15.10 การต่อแบบ Y-Y

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ตัวอย่างที่ 15.3 วงจรไฟฟ้า 3 เฟสดังรูปที่ 15.11 มีขนาดแรงดันไฟฟ้าที่เฟสแต่ละเฟสของเครื่องกำเนิดเป็น 220 V กำหนดให้แรงดัน V_{AN} เป็นค่าอ้างอิง จงคำนวณหา

ก. กระแส I_A , I_B , I_C และ I_N

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส



รูปที่ 15.11 วงจรของตัวอย่างที่ 15.3

วิธีทำ จากโจทย์ที่กำหนดให้จะได้ $Z_A = Z_B = Z_C = 22 \angle 30^\circ \Omega$

โจทย์กำหนดให้แรงดัน V_{AN} เป็นค่าอ้างอิง จะได้

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

$$V_{AN} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}, V_{BN} = 220 \angle -120^\circ \text{ V และ } V_{CN} = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

ก. กระแส I_A , I_B , I_C และ I_N

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{220 \angle 0^\circ}{22 \angle 30^\circ}$$

$$I_A = 10 \angle -30^\circ \text{ A} = (8.66 - j5) \text{ A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{220 \angle -120^\circ}{22 \angle 30^\circ}$$

$$I_B = 10 \angle -150^\circ \text{ A} = (-8.66 - j5) \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{220 \angle 120^\circ}{22 \angle 30^\circ}$$

$$I_C = 10 \angle 90^\circ \text{ A} = (j10) \text{ A}$$

$$I_N = -(I_A + I_B + I_C)$$

$$= -\{(8.66 - j5) + (-8.66 - j5) + (0 + j10)\}$$

$$I_N = 0 + j0$$

กระแส I_A มีค่าเท่ากับ

กระแส I_B มีค่าเท่ากับ

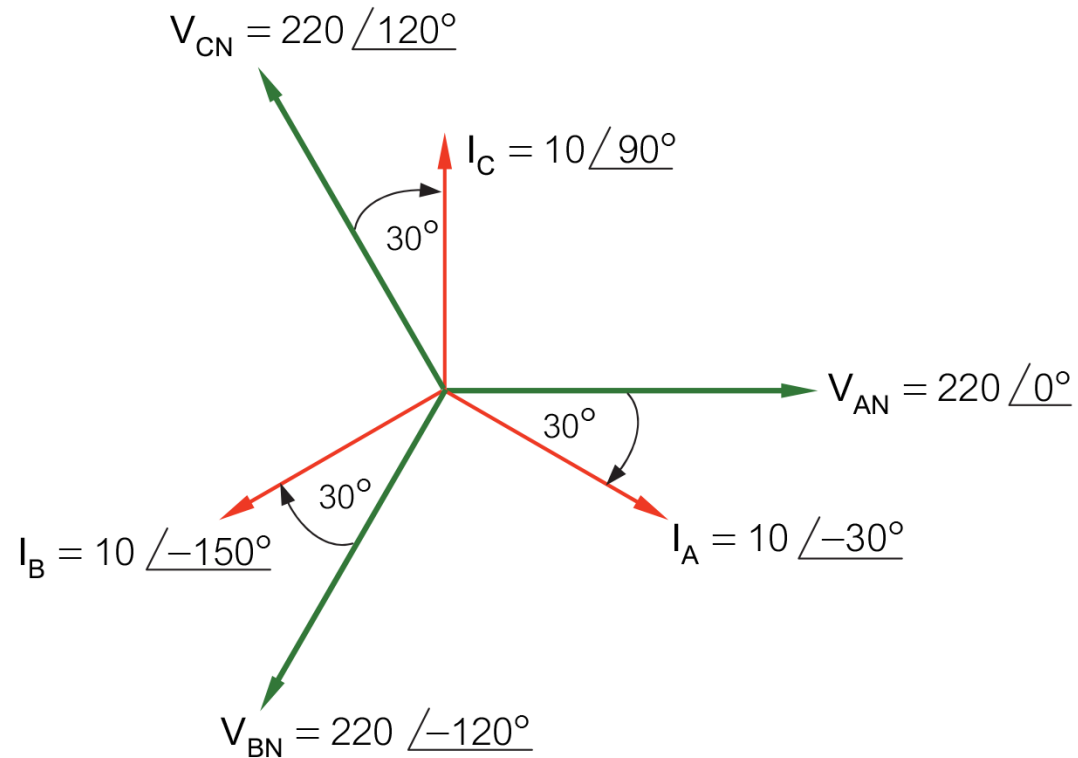
กระแส I_C มีค่าเท่ากับ

กระแส I_N มีค่าเท่ากับ

$$\left. \begin{array}{l} 10 \angle -30^\circ \text{ A} \\ 10 \angle -150^\circ \text{ A} \\ 10 \angle 90^\circ \text{ A} \\ 0 \text{ A} \end{array} \right\} \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส ดังรูปที่ 15.12

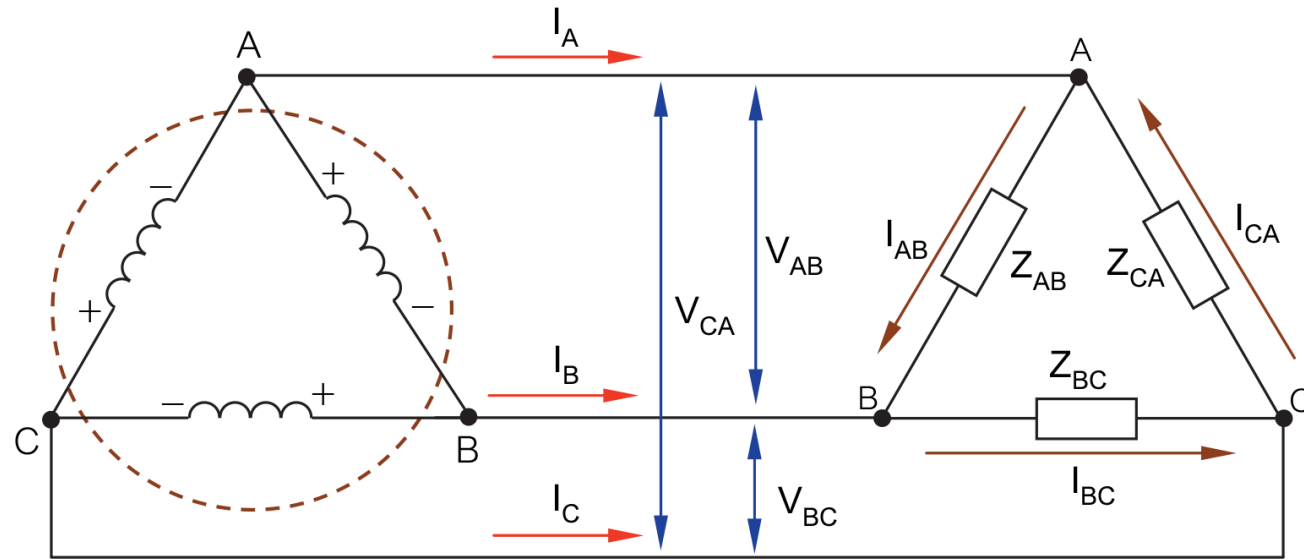


รูปที่ 15.12 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

15.5 การต่อโหลดสมดุลเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสแบบ $\Delta - \Delta$

เป็นการต่อโดยเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสต่อแบบเดลตาและโหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบเดลตาเช่นกัน
ดังรูปที่ 15.13



เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส ต่อแบบ Δ

โหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนต่อแบบ Δ

รูปที่ 15.13 การต่อแบบ $\Delta - \Delta$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 15.13 ที่โนด A, โนด B และโนด C และใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ก็จะได้เฟสเซอร์ของกระแสไฟฟ้าที่สายในแต่ละสายดังนี้

เมื่อพิจารณาที่โนด A

ผลรวมของกระแสไหลเข้า = ผลรวมของกระแสไหลออก

$$I_A + I_{CA} = I_{AB}$$

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

..... (15.23)

เมื่อพิจารณาที่โนด B

ผลรวมของกระแสไหลเข้า = ผลรวมของกระแสไหลออก

$$I_B + I_{AB} = I_{BC}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

..... (15.24)

เมื่อพิจารณาที่โนด C

ผลรวมของกระแสไหลเข้า = ผลรวมของกระแสไหลออก

$$I_C + I_{BC} = I_{CA}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

..... (15.25)

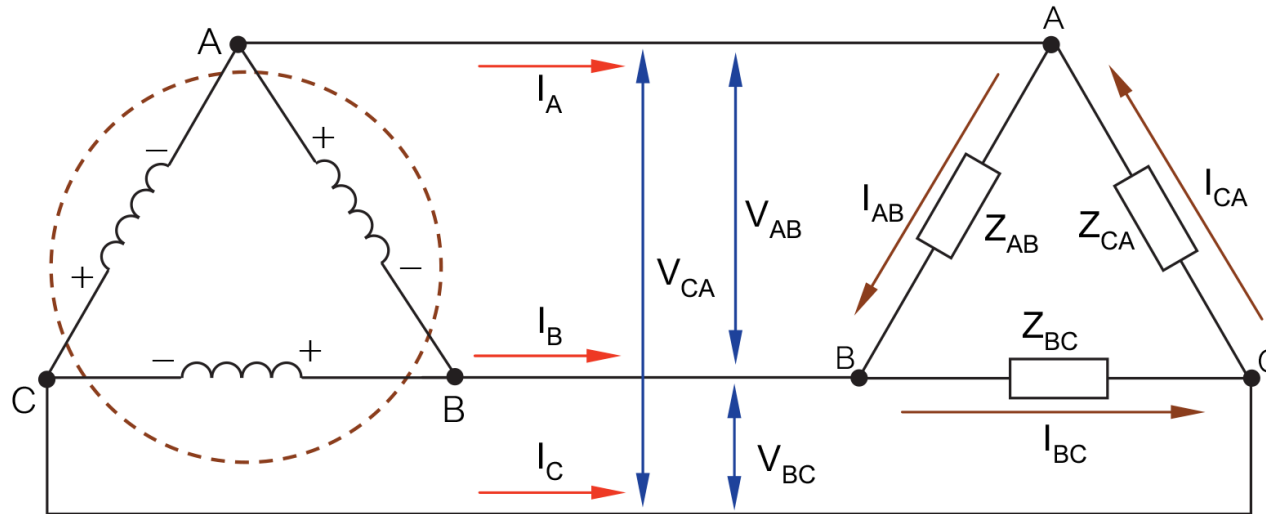
หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ตัวอย่างที่ 15.4 วงจรไฟฟ้า 3 เฟสดังรูปที่ 15.15 มีขนาดแรงดันไฟฟ้าที่สายแต่ละสายของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 400 V กำหนดให้แรงดัน V_{AB} เป็นค่าอ้างอิง โหลดอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนมีค่าเท่ากัน คือ $25 \angle 50^\circ \Omega$

จงคำนวณหา

ก. กระแส I_A , I_B และ I_C

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส



รูปที่ 15.15 วงจรของตัวอย่างที่ 15.4

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

วิธีทำ จากโจทย์ที่กำหนดให้จะได้ $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = 25 \angle 50^\circ \Omega$

โจทย์กำหนดให้แรงดัน V_{AB} เป็นค่าอ้างอิง และเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อแบบเดลตา ดังนั้น

$$V_{AB} = 400 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{BC} = 400 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_{CA} = 400 \angle 120^\circ \text{ V}$$

หากระแสไฟฟ้าที่เฟสได้แก่ I_{AB} , I_{BC} และ I_{CA} ดังนี้

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{400 \angle 0^\circ}{25 \angle 50^\circ}$$

$$I_{AB} = 16 \angle -50^\circ \text{ A} = (10.28 - j12.26) \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{400 \angle -120^\circ}{25 \angle 50^\circ}$$

$$I_{BC} = 16 \angle -170^\circ \text{ A} = (-15.76 - j2.78) \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{400 \angle 120^\circ}{25 \angle 50^\circ}$$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

$$I_{CA} = 16 \angle 70^\circ \text{ A} = (5.47 + j15.03) \text{ A}$$

ก. กระแส I_A , I_B และ I_C

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} \\ &= (10.28 - j12.26) - (5.47 + j15.03) \end{aligned}$$

$$I_A = 4.81 - j27.29 = 27.71 \angle -80^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} I_B &= I_{BC} - I_{AB} \\ &= (-15.76 - j2.78) - (10.28 - j12.26) \end{aligned}$$

$$I_B = -26.04 + j9.48 = 27.71 \angle 160^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} I_C &= I_{CA} - I_{BC} \\ &= (5.47 + j15.03) - (-15.76 - j2.78) \end{aligned}$$

$$I_C = 21.23 + j17.81 = 27.71 \angle 40^\circ \text{ A}$$

กระแส I_A มีค่าเท่ากับ

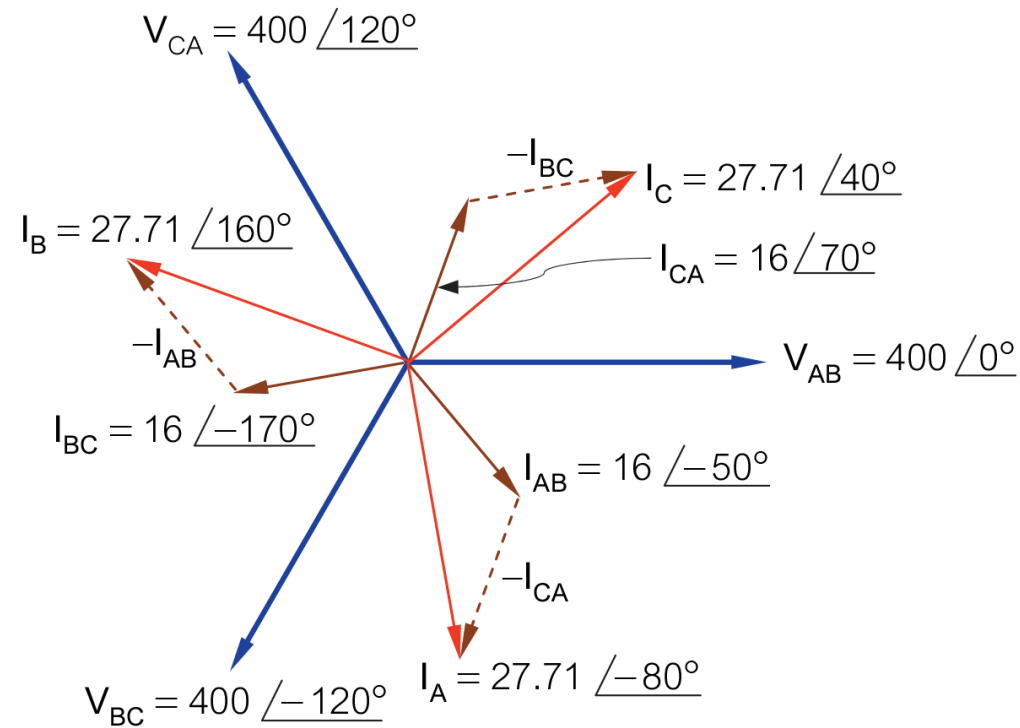
กระแส I_B มีค่าเท่ากับ

กระแส I_C มีค่าเท่ากับ

$$\left. \begin{array}{l} 27.71 \angle -80^\circ \text{ A} \\ 27.71 \angle 160^\circ \text{ A} \\ 27.71 \angle 40^\circ \text{ A} \end{array} \right\} \text{ตอบ}$$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส ดังรูปที่ 15.16



รูปที่ 15.16 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

15.6 การต่อโหลดไม่สมดุลเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส

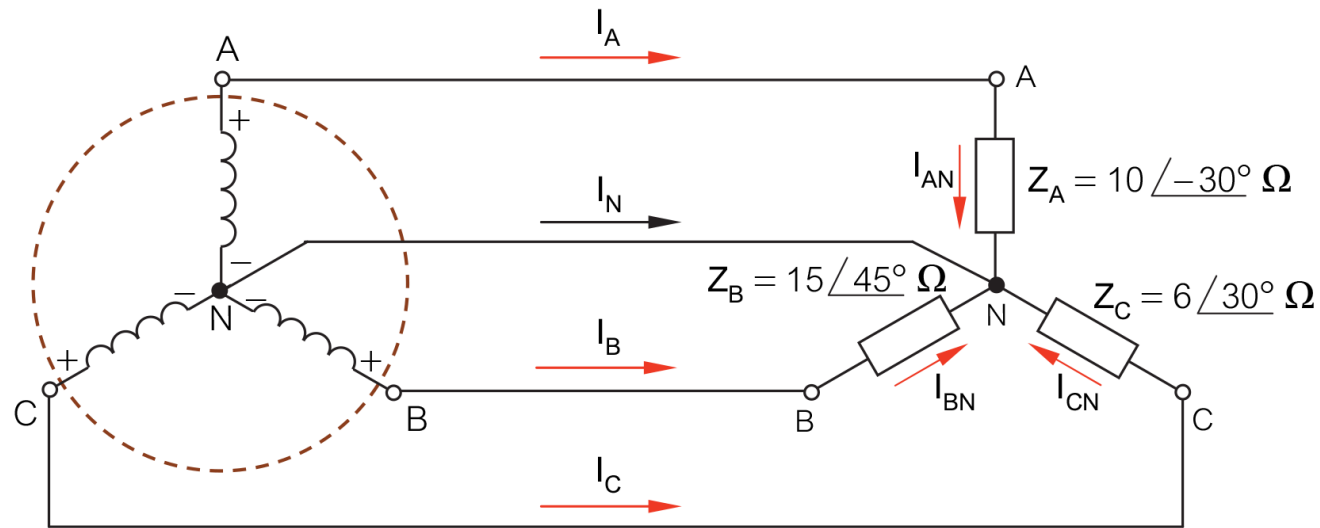
จากหัวข้อต่าง ๆ ที่กล่าวมาเป็นการต่อโหลดแบบสมดุลเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส แต่ในหัวข้อนี้เป็น การต่อโหลดแบบไม่สมดุลเข้ากับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส โดยโหลดซึ่งเป็นอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนในแต่ละเฟสมีค่า ไม่เท่ากันทั้งขนาดและทิศทาง ($Z_A \neq Z_B \neq Z_C$) ซึ่งส่งผลให้กระแสไฟฟ้าในแต่ละเฟสและในแต่ละสายไม่เท่ากัน ซึ่งการวิเคราะห์หาค่ากระแสไฟฟ้าในแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าในแต่ละสาย ก็วิเคราะห์เช่นเดียวกันกับแบบ สมดุล ดังตัวอย่างที่จะกล่าวต่อไปนี้

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสลับ 3 เฟส

ตัวอย่างที่ 15.5 วงจรไฟฟ้า 3 เฟสดังรูปที่ 15.17 มีขนาดแรงดันไฟฟ้าที่เฟสแต่ละเฟสของเครื่องกำเนิดเป็น 120 V กำหนดให้แรงดัน V_{AN} เป็นค่าอ้างอิง จงคำนวณหา

ก. กระแส I_A , I_B , I_C และ I_N

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส



รูปที่ 15.17 วงจรของตัวอย่างที่ 15.5

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

วิธีทำ จากโจทย์ที่กำหนดให้แรงดัน V_{AN} เป็นค่าอ้างอิง โดยแรงดันไฟฟ้าที่เฟส 120 V ดังนั้น

$$V_{AN} = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{BN} = 120 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_{CN} = 120 \angle 120^\circ \text{ V}$$

ก. กระแส I_A , I_B , I_C และ I_N

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{120 \angle 0^\circ}{10 \angle -30^\circ}$$

$$I_A = 12 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{120 \angle -120^\circ}{15 \angle 45^\circ}$$

$$I_B = 8 \angle -165^\circ \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{120 \angle 120^\circ}{6 \angle 30^\circ}$$

$$I_C = 20 \angle 90^\circ \text{ A}$$

หน่วยที่ 15 ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส

$$\begin{aligned} I_N &= -(I_A + I_B + I_C) \\ &= -\{(12 \angle 30^\circ) + (8 \angle -165^\circ) + (20 \angle 90^\circ)\} \\ &= -\{(10.39 + j6) + (-7.73 - j2.07) + (0 + j20)\} \\ &= -(2.66 + j23.93) = -2.66 - j23.93 \\ I_N &= 24.07 \angle -96.34^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

กระแส I_A มีค่าเท่ากับ

$$12 \angle 30^\circ$$

A

กระแส I_B มีค่าเท่ากับ

$$8 \angle -165^\circ$$

A

กระแส I_C มีค่าเท่ากับ

$$20 \angle 90^\circ$$

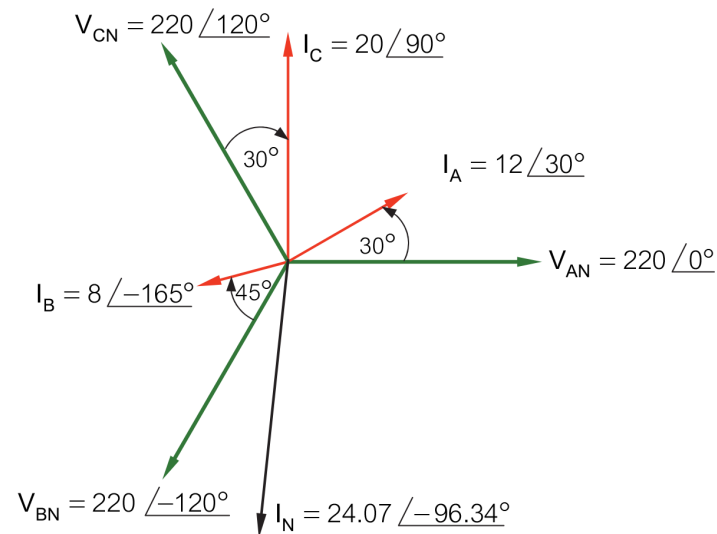
A

กระแส I_N มีค่าเท่ากับ

$$24.07 \angle -96.34^\circ \text{ A}$$

} **ตอบ**

ข. เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสและกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟส ดังรูปที่ 15.18



รูปที่ 15.18 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของแรงดันแต่ละเฟสและกระแสแต่ละเฟส