



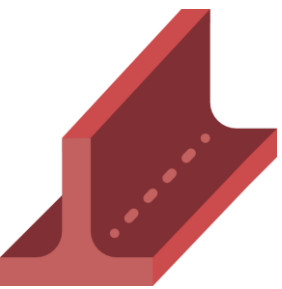
การโกงในคาน





ข้อสมมติฐานในการหาระยะการโค้งของคาน

1. ก่อนที่แรงหรือน้ำหนักจะกระทำกับคาน คานจะต้องอยู่ในแนวตรงระดับเดียวกับแนวระดับเสมอ
2. การโค้งของคานจะคิดจากโมเมนต์ดัดเพียงอย่างเดียว
3. ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงหรือน้ำหนักที่มากกระทำจะต้องไม่เกินขีดจำกัดยืดหยุ่น
4. ราบาหน้าตัดของคานก่อนและหลังรับโมเมนต์ดัดจะต้องไม่เปลี่ยนแปลง
5. การโค้งของคานที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวของคาน





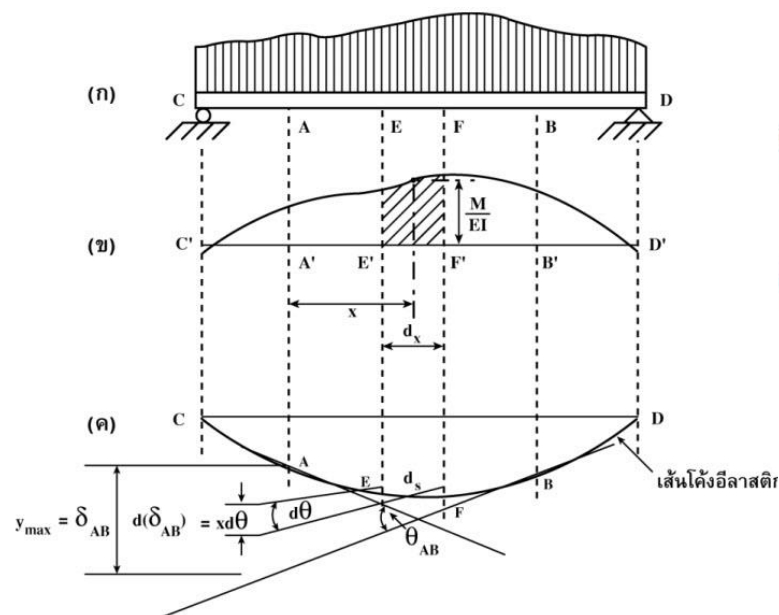
การคำนวณหาความลาดเอียงและการโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area)

วิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-area) จะอาศัยประโยชน์จากแผนภาพโมเมนต์ดัด M (ในกรณี $EI =$ ค่าคงที่) เพื่อใช้ประกอบในการคำนวณหาความลาดเอียงและระยะโก่งของคาน ซึ่งทฤษฎีที่ใช้ในวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area) จะมีอยู่ 2 ทฤษฎีคือ ทฤษฎีที่หนึ่งจะใช้เพื่อหาความลาดเอียงหรือมุมที่เปลี่ยนไป ทฤษฎีที่สองจะใช้หาระยะโก่งของคาน

พิจารณารูป 7.1 คาน CD มีแรงกระทำดังรูป (ก) และถ้าคานมีหน้าตัดสม่ำเสมอ ($EI =$ ค่าคงที่) แผนภาพ $\frac{M}{EI}$ ของคานที่รับแรงจะมีรูปร่างดังรูป (ข) ส่วนลักษณะการโก่งของคานจะมีรูปร่างดังรูป (ค) ซึ่งแสดงเฉพาะเส้นโค้งอีลาสติกเท่านั้น



การคำนวณหาความลาดเอียงและการโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area)



จากรูป (ค) เส้นโค้ง CAEFBD เป็นเส้นโค้งอีลาสติกที่รับแรงหรือน้ำหนัก ซึ่งค่าของ $\frac{M}{EI} dx$

ในรูป (ข) จะเป็นส่วนหนึ่งของแผนภาพ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุด E' และจุด F' และในกรณีที่ระยะโก่งของ

คานมีค่าน้อยมาก จะได้ค่า $d_s \cong d_x$

$$\text{จาก} \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI}$$

$$\therefore \text{จะได้} \quad \theta_{AB} = \int_A^B \frac{M dx}{EI}$$

เมื่อ θ_{AB} คือ มุมระหว่างเส้นสัมผัสจุด A และจุด B จะมีค่าเท่ากับพื้นที่ของแผนภาพ $\frac{M}{EI}$

ระหว่างจุด A และจุด B ฉะนั้นสามารถเขียนทฤษฎีของวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-area) ได้ดังนี้

ทฤษฎีที่ 1 “มุมระหว่างเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดสองจุดบนเส้นโค้งอีลาสติก จะมีค่าเท่ากับพื้นที่

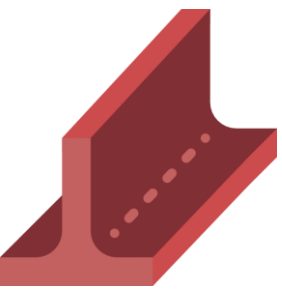
ของแผนภาพ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดสองจุดนั้น”



การคำนวณหาความลาดเอียงและการโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area)

จากรูป (ค) ให้ δ_{AB} เป็นระยะทางจากจุด A บนเส้นโค้งอีลาสติกซึ่งวัดตั้งฉากกับแนวเดิมของคานก่อนรับแรงหรือน้ำหนัก กับเส้นสัมผัสของจุด B ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}\delta_{AB} &= \int d\delta_{AB} \\ &= \int x.d\theta \\ \text{แต่} \quad d\theta &= \frac{Mdx}{EI} \\ \therefore \delta_{AB} &= \int_A^B \frac{Mxdx}{EI}\end{aligned}$$





การคำนวณหาความลาดเอียงและการโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area)

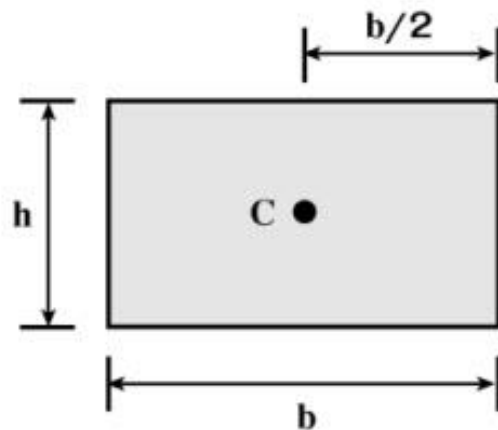
ทฤษฎีที่ 2 “ระยะทางจากจุด A ซึ่งวัดตั้งฉากจากตาแหน่งเดิมของคาน กับเส้นสัมผัส กับจุด B จะมีค่าเท่ากับโมเมนต์รอบแกนซึ่งผ่านจุด A ของพื้นที่แผนภาพ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดทั้งสองจุดนั้น”

ในการคำนวณหาระยะโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area) จะต้องใช้พื้นที่และโมเมนต์ของแผนภาพ $\frac{M}{EI}$ ในการคำนวณ ซึ่งจำเป็นต้องทราบถึงต าแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงและคุณสมบัติของพื้นที่ในแผนภาพโมเมนต์ในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้



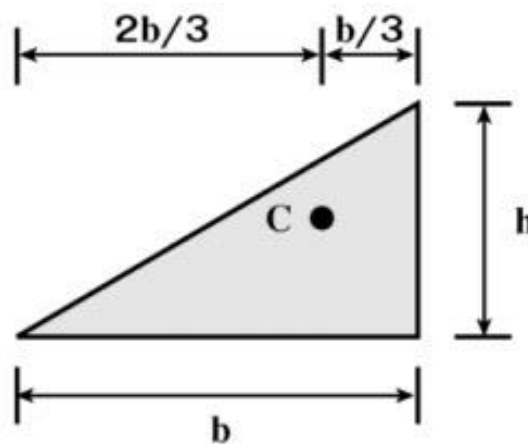
การคำนวณหาความลาดเอียงและการโก่งของคาน โดยวิธีโมเมนต์-พื้นที่ (Moment-Area)

Rectangle



$$A = bh$$

Triangle



$$A = \frac{bh}{2}$$