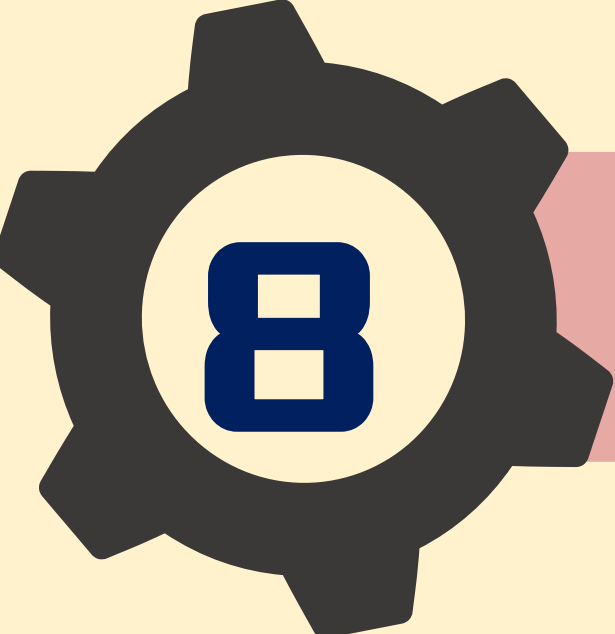
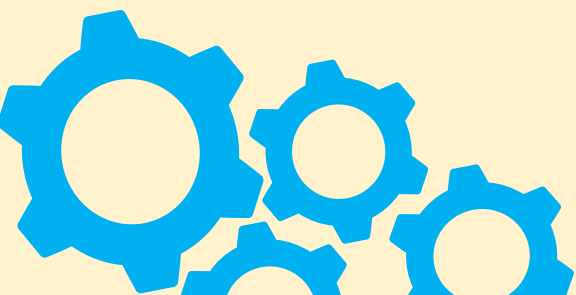




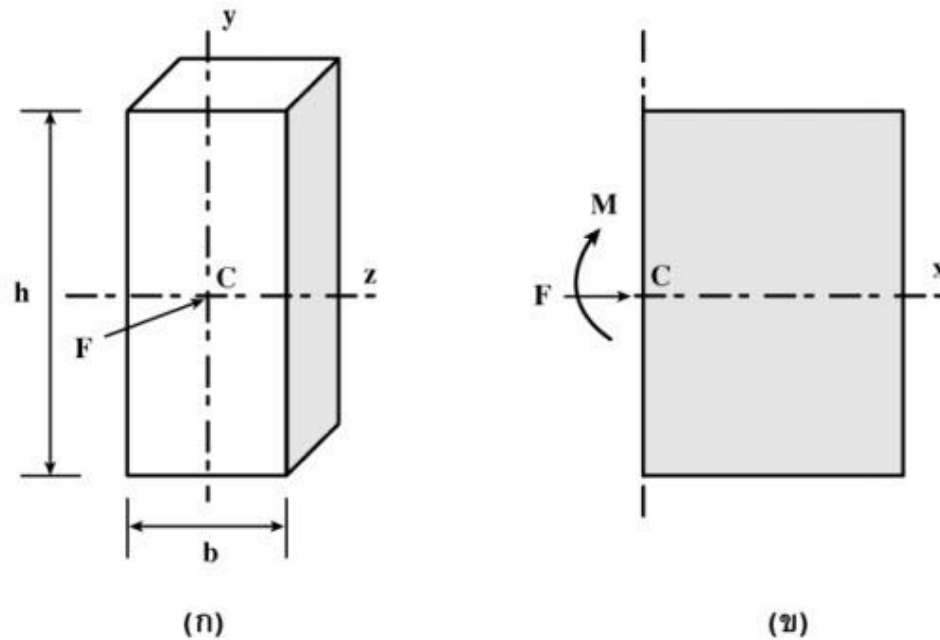
8

การรวมความ^๖เห็น





การรวมความเค้นตามแนวแกน



รูปที่ 8.1

จากรูป 8.1 คานมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม มีแรง F มากระทำตามแนวแกนและเกิดโมเมนต์ดัดรอบ C_z



การรวมความเค้นตามแนวแกน

ดังนั้น ถ้าแรง F มากกระทำอย่างเดียวยจะทำให้เกิดความเค้นอัดตามความยาวของคาน

จะได้
$$\sigma_1 = -\frac{F}{A}$$

และถ้าโมเมนต์ (M) มากกระทำจะทำให้เกิดความเค้นตามความยาวของคาน

จะได้
$$\sigma_2 = \pm \frac{My}{I_z}$$

ดังนั้น เมื่อแรง F และโมเมนต์ M มากกระทำพร้อมกันความเค้นรวมที่เกิดขึ้นคือ

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

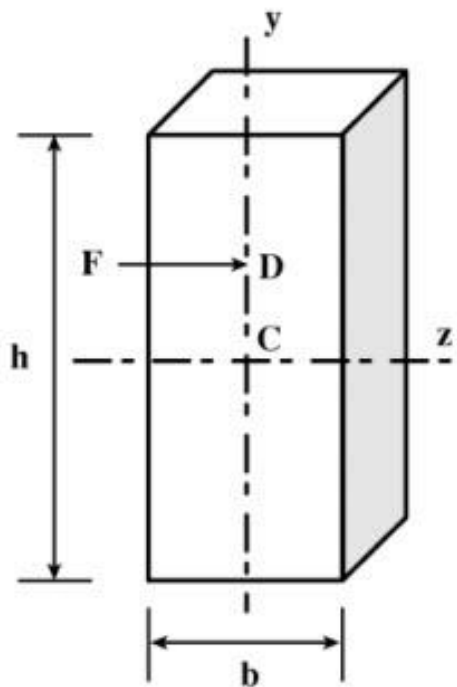
$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{My}{I_z}$$

ในกรณีที่แรง F เป็นแรงดึงตามแนวแกน

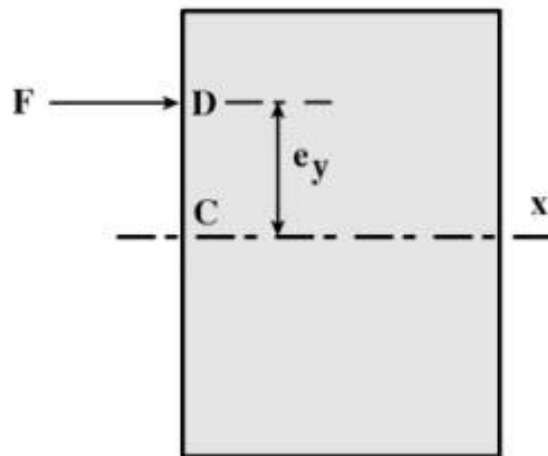
จะได้
$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{My}{I_z}$$



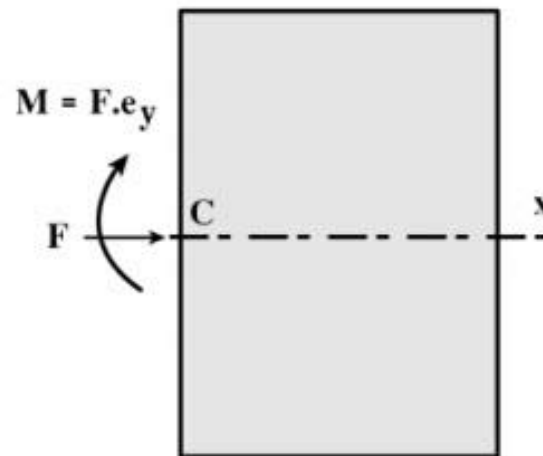
แนวกระแทกเยื้องศูนย์กลาง



(ก)



(ข)



(ค)



แรงกระทำเยื้องศูนย์กลาง

จากรูป 8.2 คานมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม โดยมีแรงกด F มากระทำอยู่ในตำแหน่งเยื้องศูนย์กลางกับแนวแกน C_z เท่ากับ e_y และโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น คือ $M = F \cdot e_y$

ดังนั้น ความเค้นรวมที่เกิดขึ้นในแนวยาวของคาน ที่ระยะ y จากแกน C_z คือ

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{My}{I_z}$$

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot e_y \cdot y}{I_z} \dots\dots\dots ①$$



แนวกระแทกเยื้องศูนย์กลาง

จากรูป 8.2 (ค) ความเค้นดึงสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ผิวล่าง

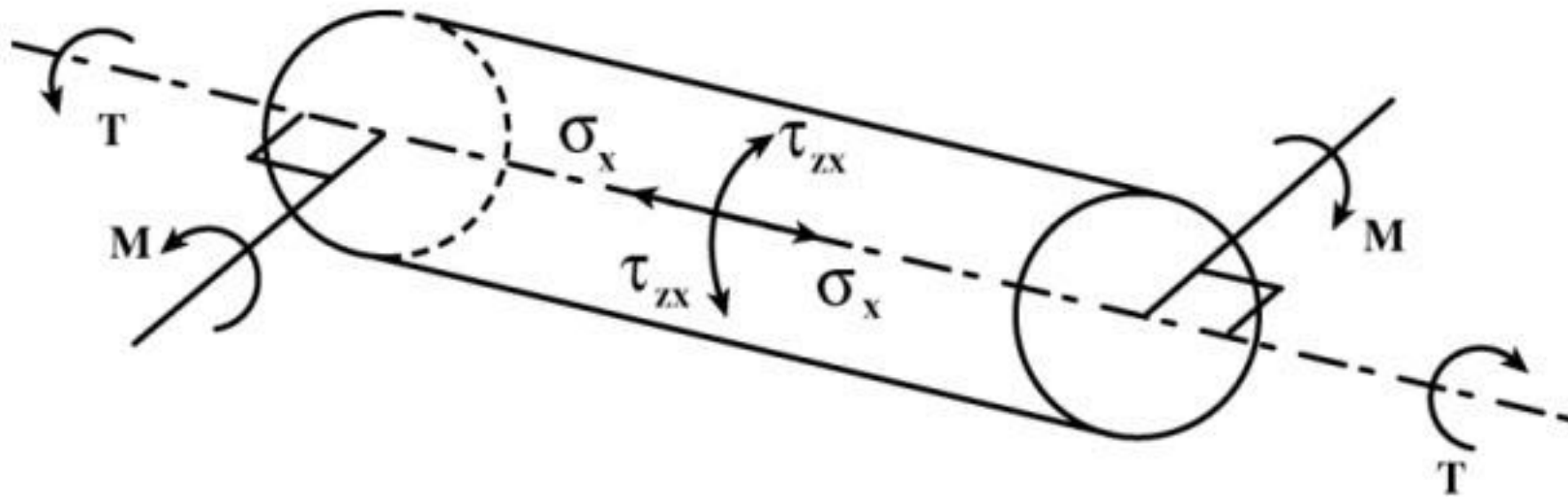
$$\therefore \sigma_t = -\frac{F}{A} + \frac{F \cdot e_y \cdot h}{2I_z}$$

$$\sigma_t = -\frac{F}{A} \left(1 - \frac{A \cdot e_y \cdot h}{2I_z} \right) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

จากสมการที่ ② ค่าความเค้นจะเป็นความเค้นดึงก็ต่อเมื่อ ค่าในวงเล็บมีค่าเป็นลบซึ่งจะทำให้ความเค้นมีค่าเป็นบวก



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด





ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

เพลากลมเมื่ออยู่ภายใต้โมเมนต์ดัดและแรงบิด จะทำให้เกิดความเค้นดัดและความเค้นเฉือนขึ้น

โดย σ_x เกิดจากแรงโมเมนต์ดัด และ τ_{xy} เกิดจากแรงบิด ดังนี้

$$\sigma_x = \frac{MC}{I} = \frac{32M}{\pi D^3} \dots\dots\dots ③$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi D^3} \dots\dots\dots ④$$

เมื่อสมการของความเค้นหลัก (Principal Stresses) σ_1 และ σ_2 คือ

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\text{หรือ } \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

และ ความเค้นเฉือนสูงสุด ($\tau_{\max}$) คือ

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \dots\dots\dots ⑤$$

แทนค่าสมการ ③ และ ④ ในสมการ ⑤ จะได้

$$\sigma_1 = \frac{16}{\pi D^3} (M + \sqrt{M^2 + T^2}) \dots\dots\dots ⑥$$

$$\text{และ } \tau_{\max} = \frac{16}{\pi D^3} \sqrt{M^2 + T^2} \dots\dots\dots ⑦$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

จากสมการ ⑥ และ ⑦ ในการคำนวณหาค่า D จะต้องเลือกใช้ค่าที่มากกว่าในการ ออกแบบ

(Design Stress) เพื่อความปลอดภัยในการนำไปใช้งาน นั่นคือ

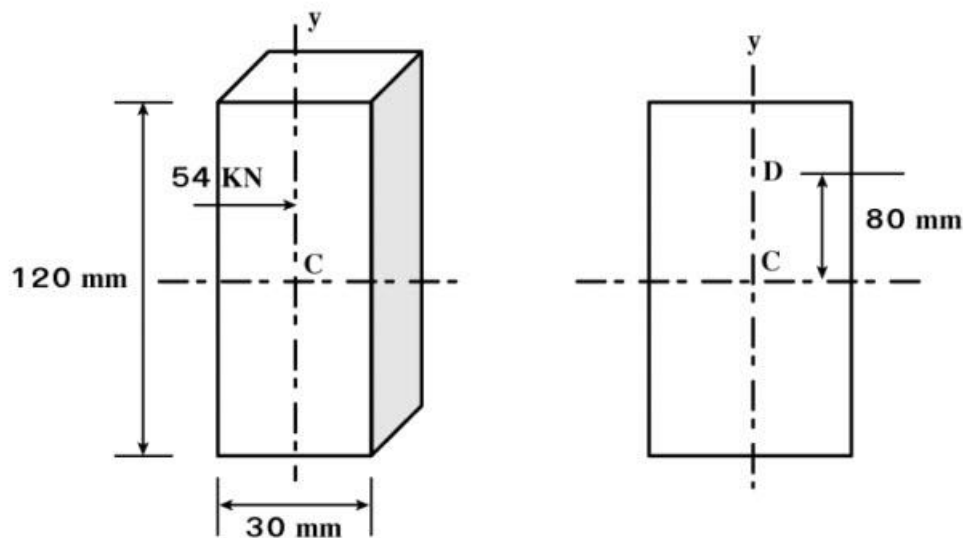
$$D^3 = \frac{16}{\pi \sigma_2} (M + \sqrt{M^2 + T^2})$$

$$D^3 = \frac{16}{\pi \tau_d} \sqrt{M^2 + T^2}$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

ตัวอย่างที่ 8.1 จงหาความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นอัดสูงสุดของคาน ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม กว้าง 30 มิลลิเมตร สูง 120 มิลลิเมตร และมีแรงมากระทำ 54 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน y ห่างจากจุด C เป็นระยะ 80 มิลลิเมตร (ดังรูป)





ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

ตัวอย่างที่ 8.1 จงหาความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นอัดสูงสุดของคาน ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม กว้าง 30 มิลลิเมตร สูง 120 มิลลิเมตร และมีแรงมากระทำ 54 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน y ห่างจากจุด C เป็นระยะ 80 มิลลิเมตร (ดังรูป)

วิธีทำ จากสูตร $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$

$$= -\frac{F}{A} \pm \frac{Mh}{I_z}$$

เมื่อ $\sigma = ?$

$$F = 54,000 \text{ N}$$

$$A = 30 \times 120 = 3,600 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{1}{2}bh^3 = \frac{1}{2}(30)(120^3) = 4,320,000 \text{ mm}^4$$

$$M = F \cdot e_y = 54,000 \times 80 = 4,320,000 \text{ N-mm}$$

$$C = \frac{120}{2} = 60 \text{ mm}$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

ตัวอย่างที่ 8.1 จงหาความเค้นดึงสูงสุดและความเค้นอัดสูงสุดของคาน ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม กว้าง 30 มิลลิเมตร สูง 120 มิลลิเมตร และมีแรงมากระทำ 54 กิโลนิวตัน กระทำในแนวแกน y ห่างจากจุด C เป็นระยะ 80 มิลลิเมตร (ดังรูป)

$$\begin{aligned}\text{แทนค่า} \quad \sigma_1 &= - \frac{54,000}{3,600} \\ &= -15 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \pm \frac{4,320,000 \times 60}{4,320,000} \\ &= \pm 60 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ความเค้นดึงสูงสุด} &= -15 + 60 = 45 \text{ N/mm}^2 && \text{ตอบ} \\ \text{ความเค้นอัดสูงสุด} &= -15 - 60 = -75 \text{ N/mm}^2 && \text{ตอบ}\end{aligned}$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

ตัวอย่างที่ 8.2 จงหาความเค้นดึงและความเค้นเฉือนสูงสุดของเพลาลูกกลมหัก มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร เมื่ออยู่ภายใต้แรงบิด 150 นิวตัน-เมตร และมีโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 100 นิวตัน-เมตร

วิธีทำ

เมื่อ

$$\sigma_1 = ?$$

$$\tau_{\max} = ?$$

$$D = 20 \text{ mm}$$

$$T = 150,000 \text{ N-mm}$$

$$M = 100,000 \text{ N-mm}$$

จากสูตร

$$\sigma_1 = \frac{16}{\pi D^3} (M + \sqrt{M^2 + T^2})$$

แทนค่า

$$\sigma_1 = \frac{16}{\pi (20)^3} (100,000 + \sqrt{100,000^2 + 150,000^2})$$

$$\sigma_1 = 178.43 \text{ N/mm}^2$$



ความเค้นที่เกิดจากการรวมโมเมนต์ดัดและแรงบิด

ตัวอย่างที่ 8.2 จงหาความเค้นดัดและความเค้นเฉือนสูงสุดของเพลาลูกกลมหัก มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร เมื่ออยู่ภายใต้แรงบิด 150 นิวตัน-เมตร และมีโมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 100 นิวตัน-เมตร

$$\text{จากสูตร} \quad \tau_{\max} = \frac{16}{\pi D^3} \sqrt{M^2 + T^2}$$

$$\text{แทนค่า} \quad \tau_{\max} = \frac{16}{\pi (20)^3} \sqrt{100,000^2 + 150,000^2}$$

$$\tau_{\max} = 114.77 \text{ N/mm}^2$$

∴ ความเค้นเฉือนสูงสุดในเพลาลูกเท่ากับ 114.77 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

ตอบ