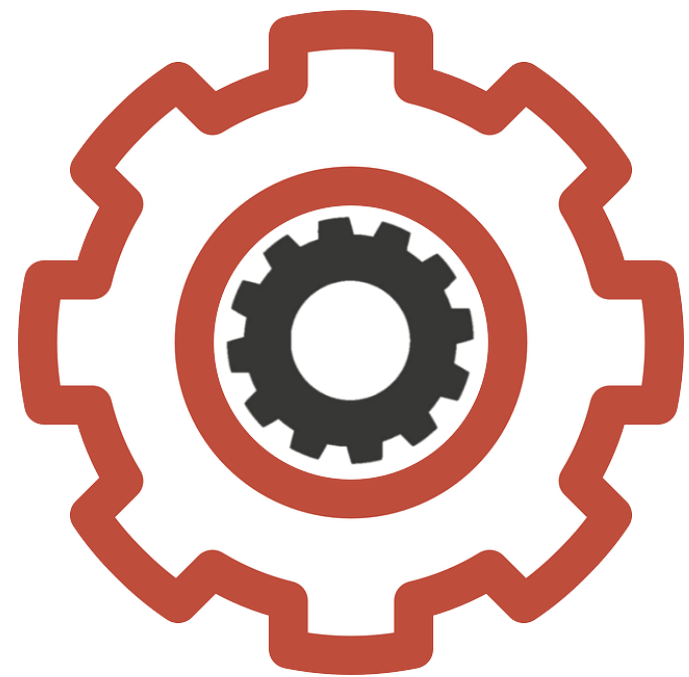


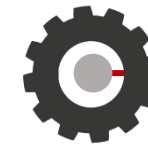


สมการการไหลสม่ำเสมอ (Equation of Steady Flow)





กฎการทรงพลังงานกล่าวไว้ว่า “พลังงานสามารถเปลี่ยนรูปแต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ พลังงานมีค่าคงที่เสมอ” จากกฎการทรงพลังงานดังกล่าว นำมาวิเคราะห์หาพลังงานสำหรับการไหลของของไหล สมการการไหลสม่ำเสมอ และกำลังงานในของไหล



1. กฎพลังงานสำหรับการไหลสม่ำเสมอ
2. พลังงานในการไหลของของไหล
3. สมการการไหลสม่ำเสมอ
4. สมการการไหลสม่ำเสมอเนื่องจากการเสียดทานภายในท่อ
5. Energy Line และ Hydraulic Grade Line
6. การหา กำลังงานในของไหล
7. แรงที่เกิดจากของไหล
8. การไหลของของไหลในช่องทางเปิด



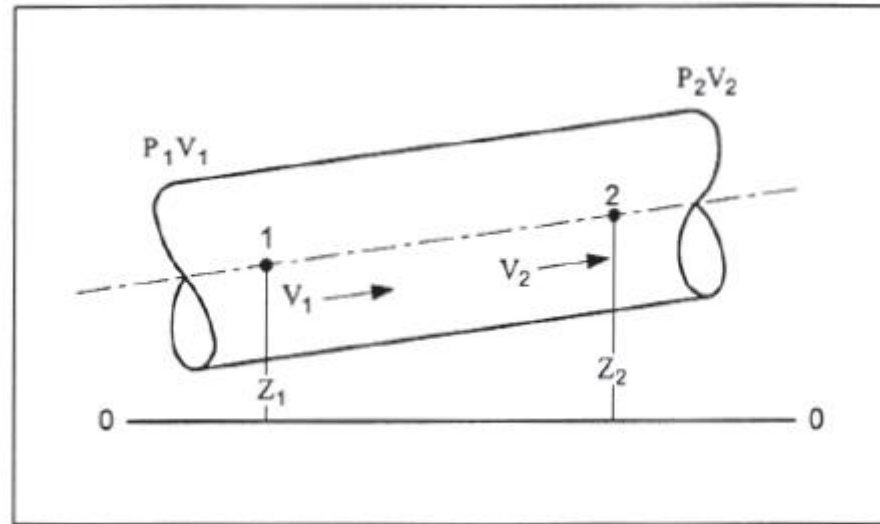
1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการไหลส่ำเสมอที่มีแรงเสียดทานภายในท่อ
2. คำนวณหาค่าปริมาณต่างๆ ในสมการการไหลส่ำเสมอ



1. อธิบายกฎการทรงพลังงานได้ถูกต้อง
2. อธิบายคำจำกัดความพลังงานในของไหลได้ถูกต้อง
3. อธิบายแรงที่เกิดจากของไหลได้ถูกต้อง
4. อธิบายการไหลของของไหลในช่องทางเปิดได้ถูกต้อง
5. คำนวณการหาค่าต่างๆ ในสมการการไหลส่ำเสมอได้ถูกต้อง
6. คำนวณหากำลังงานในของไหลได้ถูกต้อง

กฎพลังงานสำหรับการไหลสม่ำเสมอ (Energy's Law of Steady Flow)

จากกฎการทรงพลังงานที่กล่าวได้ว่า "พลังงานสามารถเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ พลังงานมีค่าคงที่เสมอ" หรืออาจกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า "พลังงานที่เข้าสู่ระบบเท่ากับพลังงานที่ออกจกระบบ" เป็นพลังงานสำหรับการไหลอย่างสม่ำเสมอของของไหล



พลังงานในการไหลของของไหล

พลังงานในการไหลของของไหล แบ่งออกได้เป็น

1. พลังงานจลน์ คือ พลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งปริมาณของพลังงานจลน์จะขึ้นอยู่กับความเร็ว และขนาดของมวลของของไหลนั้น

ดังนั้น

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad \dots 8.1$$

โดย

E_k = พลังงานจลน์ (Kinetic Energy) (**N.m, J**)

m = มวลของของไหล (kg)

v = ความเร็วของของไหล (m/s)

พลังงานในการไหลของของไหล

2. พลังงานศักย์ คือ พลังงานที่แฝงอยู่ในมวลของของไหลนั้น และความแตกต่างของพลังงานขึ้นอยู่กับมวลและระดับความสูงภายใต้แรงดึงดูดของโลก

ดังนั้น

$$E_P = mgh \quad \dots 8.2$$

โดย

E_P = พลังงานศักย์ (Potential Energy) (**N.m, J**)

m = มวลของของไหล (kg)

g = อัตราเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (m/s^2)

h = ความสูงวัดจากระดับอ้างอิงใดๆ ก็ได้ (m)

พลังงานในการไหลของของไหล

3. พลังงานหรืองานที่เกิดจากของไหล คือ งานที่กระทำต่อมวลสารของของไหลเมื่อของไหลถูกบังคับให้ไหลผ่านขอบเขต ซึ่งห้ได้จาก ผลคูณของความดันและปริมาตร
ดังนั้น

โดย $P.r.E = P.V$... 8.2

$P.r.E$	=	พลังงานหรืองานที่เกิดจากของไหล (Pressure Energy) ($N.m, J$)
P	=	ความดันของของไหล (N/m^2)
V	=	ปริมาตรของของไหล (m^3)

สมการการไหลสม่ำเสมอ

(Equation of Steady Flow)

จากรูป พิจารณาได้ว่า

ที่จุด 1	พลังงานจลน์	$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2$
----------	-------------	---------------------------

	พลังงานศักย์	$= m_1 \cdot g \cdot z_1$
--	--------------	---------------------------

	พลังงานที่เกิดจากความดันของของไหล	$= P_1 V_1 = P_1 \cdot m_1 / \rho$
--	-----------------------------------	------------------------------------

ดังนั้น	ผลรวมของพลังงานของของที่จุด 1	$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_1 \cdot g \cdot z_1 + P_1 \cdot m_1 / \rho$
---------	-------------------------------	--

สมการการไหลสม่ำเสมอ

(Equation of Steady Flow)

ที่จุด 2

$$\text{พลังงานจลน์} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\text{พลังงานศักย์} = m_2 \cdot g \cdot z_2$$

$$\text{พลังงานที่เกิดจากความดันของของไหล} = P_2 V_2 = P_2 \cdot m_2 / \rho$$

ดังนั้น

$$\text{ผลรวมของพลังงานของของที่จุด 2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + m_2 \cdot g \cdot z_2 + P_2 \cdot m_2 / \rho$$

สมการการไหลสม่ำเสมอ

(Equation of Steady Flow)

จากกฎของพลังงาน พลังงานไม่มีการสูญเสียแต่สามารถเปลี่ยนจากพลังงานรูปหนึ่งไปเป็นพลังงานอีกรูปหนึ่งได้ เพราะฉะนั้นได้ว่า

ผลบวกของพลังงานของของไหลที่จุด 1 = ผลบวกของพลังงานของของไหลที่จุด 2

โดย
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_1 \cdot g \cdot z_1 + P_1 \cdot m_1 / \rho = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + m_2 \cdot g \cdot z_2 + P_2 \cdot m_2 / \rho \quad \dots 8.4$$

$$m_1$$

=

$$m_2$$

$$\gamma$$

=

$$\rho \cdot g$$

ดังนั้น

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma}$$

=

$$\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

... 8.5

สมการการไหลสม่ำเสมอ

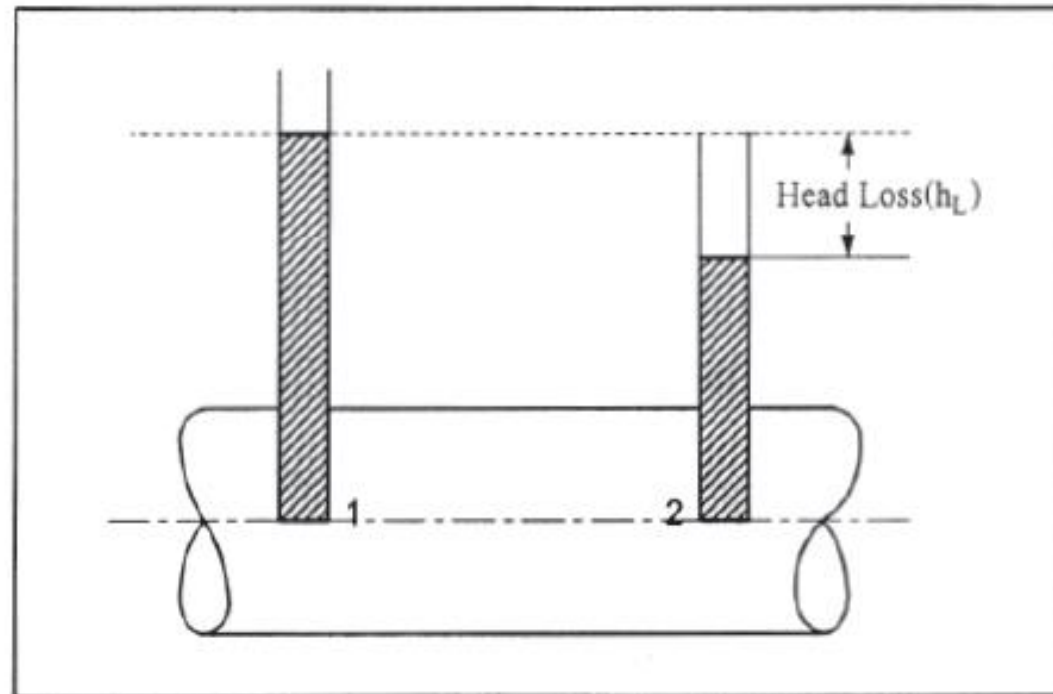
(Equation of Steady Flow)

สมการที่ 8.4 และ 8.5 คือ สมการพลังงานเนื่องจากการไหลสม่ำเสมอ หรือเรียกว่าสมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation) โดยเป็นเกียรติแก่ นายเดเนียน เบอร์นูลลี ผู้คิดค้นสมการนี้

โดย	$\frac{V^2}{2g}$	หมายถึง	พลังงานจลน์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหลเนื่องมาจากความเร็วของของไหล (Velocity Head)
	z	หมายถึง	พลังงานศักย์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหลเนื่องมาจากระดับของของไหล (Elevation Head)
	$\frac{P}{\gamma}$	หมายถึง	พลังงานความดันต่อหน่วยน้ำหนักของของไหลเนื่องมาจากระดับของของไหล (Pressure Head)

สมการการไหลสม่ำเสมอเนื่องจากมีการเสียดทานภายในท่อ

การไหลของของไหลภายในท่อเนื่องจากท่อมีความเสียดทานจะทำให้การไหลของของไหลจากจุด 1 ไปยังจุด 2 จะไม่เท่ากันคือ ที่จุด 2 จะมีความเสียดทานภายในท่อมมากกว่าจุด 1



สมการการไหลสม่ำเสมอเนื่องจากมีการเสียดทานภายในท่อ

สมการจะได้ว่า

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + h_L \quad \dots 8.6$$

โดยที่จุด 1 พลังงานที่เพิ่มขึ้นได้โดยใช้ปั๊ม (Pump) สมการจะได้ว่า

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + E_P = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \quad \dots 8.7$$

กรณีคิดความเสียดทานภายในท่อ (Head) สมการจะได้ว่า

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + E_P = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + h_L \quad \dots 8.8$$

สมการการไหลสม่ำเสมอเนื่องจากมีการเสียดทานภายในท่อ

ที่จุด 2 พลังงานที่นำไปใช้ขับเคลื่อน (Turbine) สมการจะได้ว่า

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + E_t \quad \dots 8.9$$

กรณีเกิดความเสียดทานภายในท่อ (Head Loss) สมการจะได้ว่า

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + E_p = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + E_t + h_L \quad \dots 8.10$$

โดย

h_L = พลังงานที่สูญเสียอยู่ในรูปความสูง (Head Pressure)

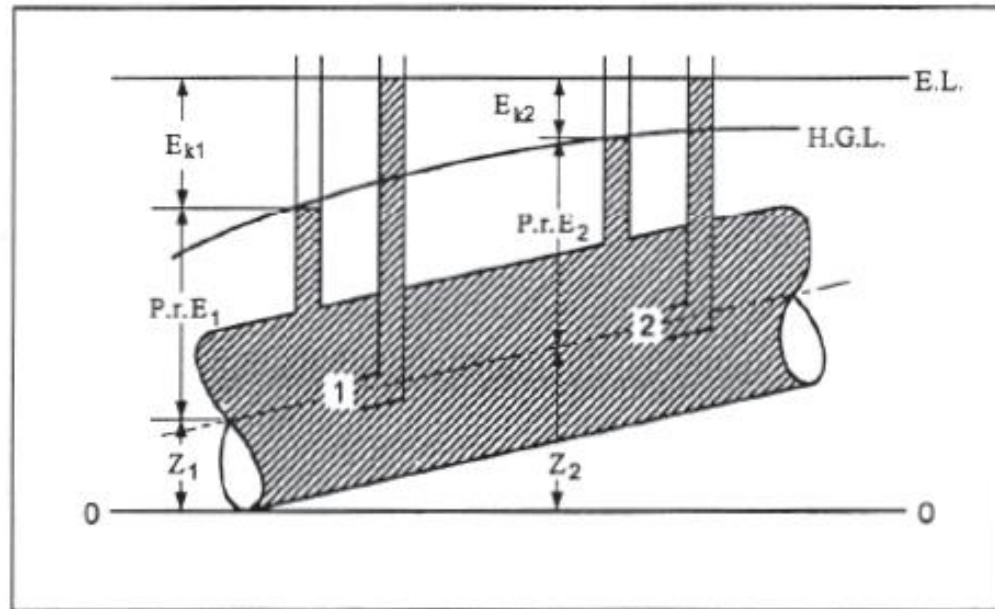
E_p = พลังงานของปั๊ม

E_t = พลังงานของกังหัน

Energy Line และ Hydraulic Grade Line

Energy Line (E.L.) คือ เส้นกราฟที่แสดงถึงผลรวมของพลังงานจลน์ (Kinetic Energy or Velocity Head) พลังงานหรืองานที่เกิดจากของไหล (Pressure Energy) และพลังงานศักย์ (Potential Energy or Elevation Head)

Hydraulic Grade Line (H.G.L.) คือ เส้นกราฟที่แสดงถึงผลรวมของพลังงานหรืองานที่เกิดจากของไหล (Pressure Energy) และพลังงานศักย์ (Potential Energy or Elevation Head)



การหากำลังงานในของไหล (Power of Fluid Flow)

กำลังงาน คือ งานที่กระทำกับของไหลต่อหน่วยเวลา

งาน คือ แรงที่กระทำกับของไหล คูณด้วยระยะทางที่แรงนั้นกระทำ

$$W = P \times S$$

$$P = \frac{FxS}{t}$$

... 8.11

โดยกำหนดให้ $S=L$

$$P = \frac{FxL}{t}$$

$$P = \frac{F}{L^2} \times \frac{LxL^2}{t}$$

ให้

$$P = \frac{F}{L^2}$$

การหาคำลังงานในของไหล (Power of Fluid Flow)

$$Q = \frac{L \times L^2}{t}$$

ดังนั้น

$$P = p \times Q$$

... 8.12

โดย

P = กำลังงาน (*Power*) (*Wait*)

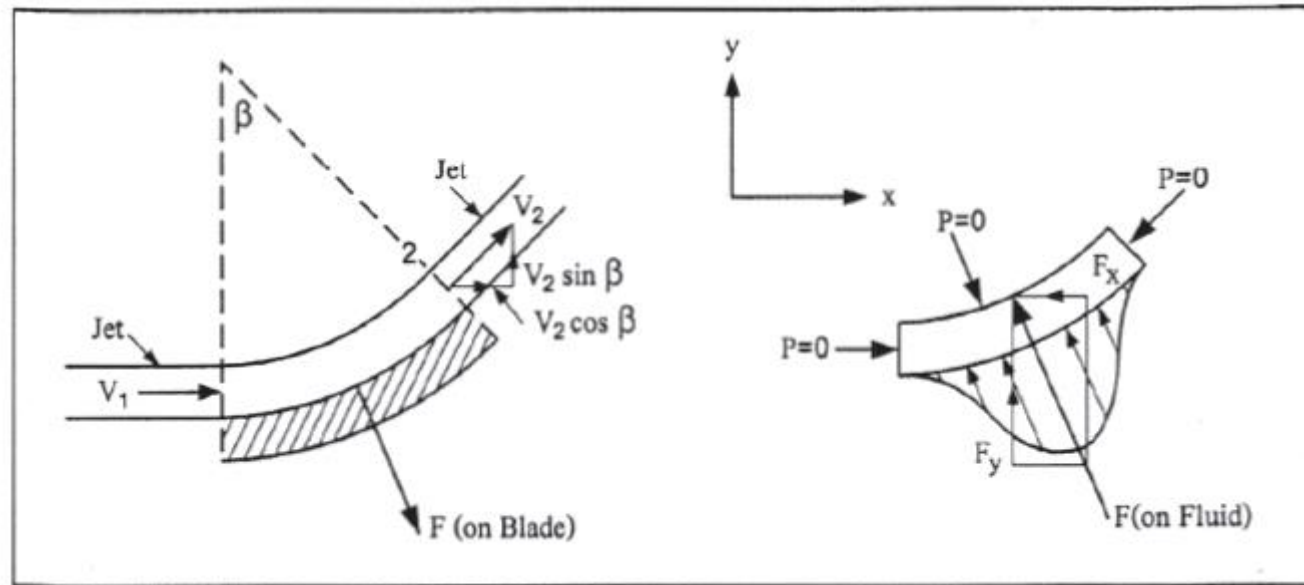
P = ความดันของของไหล (N/m^2)

Q = อัตราการไหลของของไหล (m^3/s)

แรงที่เกิดจากของไหล

แรงที่เกิดจากของไหลกระทำกับผนังภาชนะ ท่อ และกระทำกับวัตถุที่เคลื่อนที่ แบ่งออกได้

1. แรงที่เกิดจากของไหลกระทบกับส่วนโค้งของผนัง โดยถือว่าแรงและความดันที่เกิดจากน้ำหนักรวมของของไหลกระทำต่อผนังโค้งมีน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับแรงที่กระทำกับผนังโค้งจากรูป



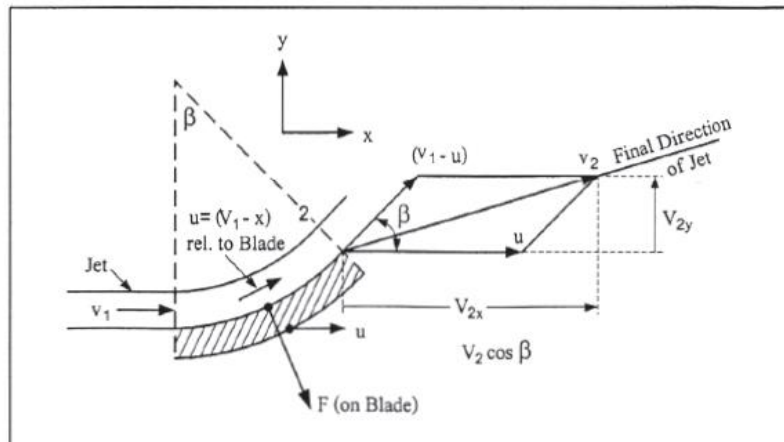
แรงที่เกิดจากของไหล

เมื่ออยู่ในสภาวะสมดุลจะได้ว่า

$$\Sigma F_x = F_{Rx} = \rho Q (V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1) \quad \dots 8.13$$

$$\Sigma F_y = F_{Ry} = \rho Q (V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1) \quad \dots 8.14$$

2. แรงที่เกิดจากของไหลกระทบกับวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ โดยของไหลออกจากหัวฉีดหรือท่อเข้ากระทบกับวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ เช่น ใต้น้ำออกจากหัวฉีดกระทบกับเทอร์ไบน์ในกรณีนี้ ความเร็วที่นำมาใช้ต้องเป็นความเร็วสัมพัทธ์



แรงที่เกิดจากของไหล

ของไหลเคลื่อนที่เข้าหาผนังด้วยความเร็ว V_1 ในแนวราบ มุม $\theta_1 = 0$ ผนังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u ในทิศทางเดียวกับของไหล ถ้าผนังอยู่กับที่ ของไหลหลังจากกระทบผนัง โดยทำมุมกับแนวเดิมเท่ากับมุมของส่วนโค้งของผนัง คือ มุม β แต่ถ้าผนังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V_2 จะต้องเป็นความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วของผนังและความเร็วของของไหล ดังนั้น สมการ 8.13 และ 8.14 จึงได้เป็น

$$\Sigma F_x = F_{Rx} = \rho Q (V_{2x} - V_{1x})$$

$$F_{Rx} = \rho Q (V_1 - u) (1 - \cos\beta) \quad \dots 8.15$$

$$\Sigma F_y = F_{Ry} = \rho Q (V_{2y} - V_{1y})$$

$$F_{Ry} = \rho Q (V_1 - u) \sin\beta \quad \dots 8.16$$

แรงที่เกิดจากของไหล

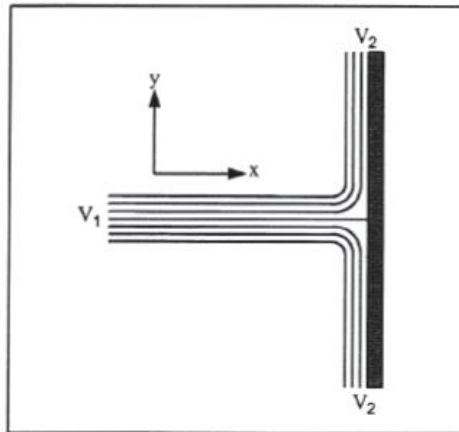
โดย

$$Q = AV_1$$
$$= A(V_1 - u)$$

$$V_1 = \text{ความเร็วจริงของของไหลที่เข้ากระทบผนัง} = V_1 - u$$

$$V_2 = \text{ความเร็วจริงของของไหลที่ออกจากผนัง} = V_1$$

3. แรงที่เกิดจากของไหลออกจากหัวฉีดกระทบผนัง ของไหลกระทบผนังแล้วทำให้เกิดการเปลี่ยนทิศทางไปโดยรอบด้วยปริมาณที่เท่ากัน



แรงที่เกิดจากของไหล

กำหนดให้ลำของของไหลกระทบตั้งฉาก แล้วกระจายไปโดยรอบอย่างสม่ำเสมอ เมื่อพิจารณาถึงสมการ 8.13 และ 8.14 จะได้ว่า

$$\Sigma F_x = F_{Rx} = \rho Q (V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1)$$

$$F_{Rx} = \rho Q (V_2 \cos 90^\circ - V_1 \cos 0^\circ)$$

เมื่อ V_1 กระทำตั้งฉากกับผนัง
ดังนั้น

$$F_{Rx} = \rho Q V_1$$

$$\Sigma F_y = F_{Ry} = \rho Q (V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1)$$

$$= F_{Ry} = \rho Q (V_2 \sin 90^\circ - V_1 \sin 0^\circ)$$

เมื่อ V_2 กระทำขนานกับผนัง
ดังนั้น

$$F_{Ry} = \rho Q V_2$$

แรงที่เกิดจากของไหล

เนื่องจากของไหลกระทำในแนวนานกับผนังกระจายโดยสม่ำเสมอ ดังนั้น ΣF_{Ry} จึงหักล้างกันหมด เหลือแต่แรง F_{Rx} กระทำกับผนังเท่านั้น จากกฎข้อที่สามของนิวตัน แรงกระทำเท่ากับแรงปฏิกิริยา ดังนั้น แรง F_{Rx} เท่ากับ F_x จะได้ว่า

$$F = \rho QV = \rho A V^2$$

เพราะว่า

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

$$Q = Av$$

ดังนั้น

$$F = \frac{\gamma Qv}{g}$$

หรือ

$$F = \frac{\gamma AV^2}{g}$$

... 8.17

แรงที่เกิดจากของไหล

โดย

F = แรงที่เกิดจากการไหล (N)

γ = น้ำหนักจำเพาะของของไหล (N/m^3)

Q = อัตราการไหลของของไหล (m^3/s)

V = ความเร็วของของไหล (m/s)

g = อัตราการเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (m/s^2)

แรงที่เกิดจากของไหล

4. แรงปะทะและแรงยกตัว ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของวัตถุและแรงที่พยายามยกวัตถุให้ลอยขึ้นหรือจมลง ตัวอย่างเช่น ลมปะทะกับอาคาร แรงยกทำให้เครื่องบินลอยตัว เป็นต้น การหาแรงปะทะและแรงยกตัวใช้หลักการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม โดยใช้สมการ $F = \frac{\gamma AV^2}{g}$ ในการหาแรงปะทะและแรงยกตัว ต้องมีสัมประสิทธิ์เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เนื่องจากรูปร่างของวัตถุความหนืดของของไหล ดังนั้น สมการ 8.17 จึงได้ดังนี้

$$F = \frac{K\gamma AV^2}{g}$$

เพราะว่า

$$K = \frac{C}{2}$$

ดังนั้น

$$F = \frac{C\gamma AV^2}{2g}$$

... 8.18

แรงที่เกิดจากของไหล

โดย

F = แรงปะทะ แรงยกตัวหรือแรงกดตัว (N)

C = ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงปะทะ แรงยกตัวหรือแรงกดตัว

γ = น้ำหนักจำเพาะของของไหล (N/m^3)

A = พื้นที่หน้าตัดของวัตถุที่ปะทะ ยกตัวหรือกดตัว (m^2)

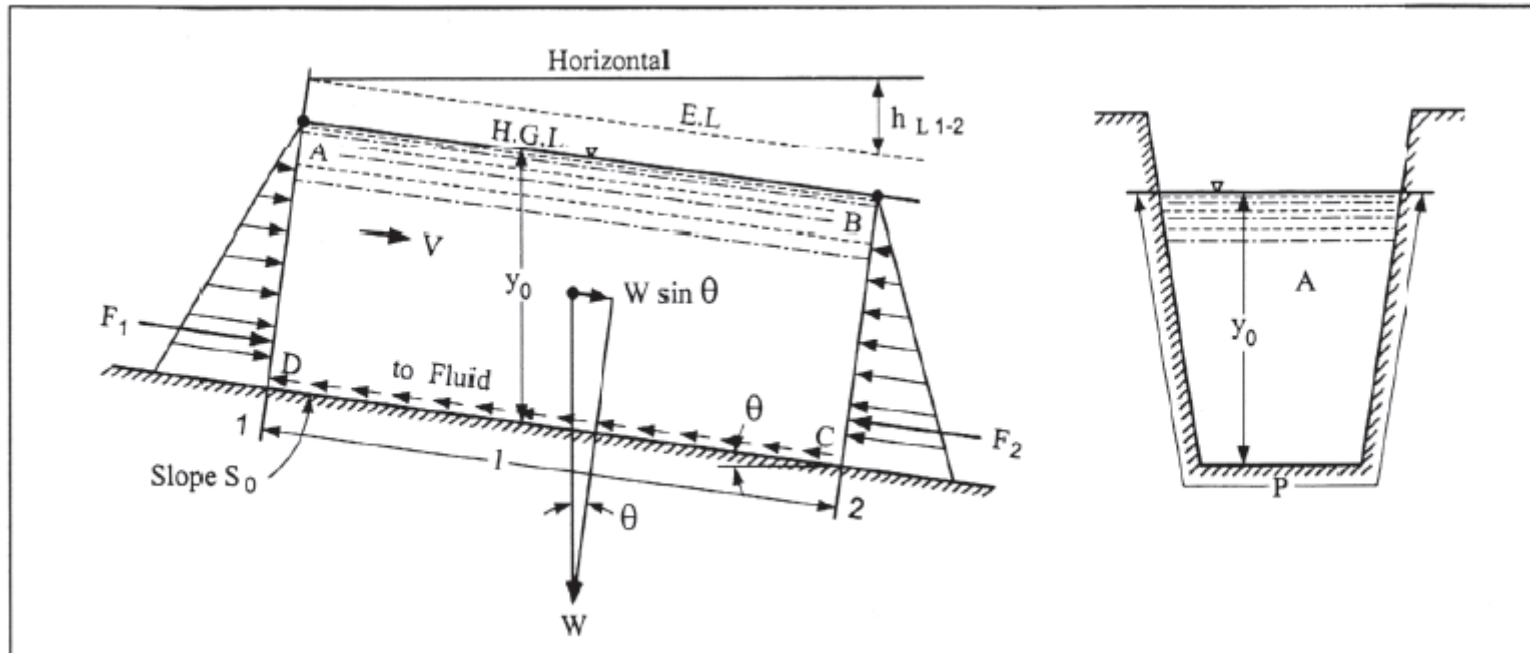
V = ความเร็วของของไหล (m/s)

g = อัตราการเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (m/s^2)

การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

การไหลในช่องทางเปิด หมายถึง การไหลของของไหลที่ผิวของของไหลสัมผัสกับบรรยากาศการไหลเกิดจากความลาดชันของช่องทางเปิด เช่น การไหลของน้ำในแม่น้ำ โดยทฤษฎีการไหลในช่องทางเปิดนี้ได้จากการทดลอง แบ่งเป็นหัวข้อได้ดังนี้

1. การหาความเร็วในช่องทางเปิด หมายถึง ความเร็วเฉลี่ยของของไหลที่อยู่ในช่องทางเปิด เป็นการไหลแบบสม่ำเสมอ



การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

จากรูป พิจารณาของเหลวปริมาตร ABCD มีพื้นที่หน้าตัด A ความยาว l เป็นการไหลอย่างสม่ำเสมอ อยู่ในสภาวะสมดุล

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_1 + W \sin \theta - F_2 - Pl\tau_0 = 0$$

โดย $F_1 - F_2 = 0$ โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

$$W = A\gamma l$$

$$\sin \theta = h_L / l$$

$$P = \text{เส้นรอบรูป}$$

$$\tau_0 = \text{ความเค้นเนื่องจากความเสียดทาน}$$

การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

ดังนั้น

$$W \sin \theta - Pl\tau_0 = 0$$

... 8.19

แทนค่า $W = A\gamma l$ และ $\sin \theta = h_L / l$ ในสมการ 8.19

$$(A\gamma l) (h_L / l) = Pl\tau_0$$

$$\tau_0 = \frac{A\gamma h_L}{Pl}$$

$$\text{โดย Hydraulic Radius (R)} = \frac{A}{P}$$

$$S = \frac{h_L}{l}$$

การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

ดังนั้น

$$\tau_0 = \gamma_{RS}$$

... 8.20

จากสมการ

$$\tau_0 = \frac{f\rho v^2}{8}$$

เพราะฉะนั้น

$$\frac{f\rho v^2}{8} = \gamma_{RS}$$

$$V = \sqrt{\frac{8gRS}{f}}$$

กำหนดให้

$$C = \sqrt{8g/f}$$

การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

ดังนั้น

$$V = C\sqrt{RS}$$

... 8.20

โดย

τ_0 = ความเค้นเนื่องจากความเสียดทาน (N/m^2)

γ = น้ำหนักจำเพาะ (N/m^3)

V = ความเร็วเฉลี่ยของของไหล (m/s)

C = สัมประสิทธิ์ของช่องทางเปิด

g = อัตราการเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (m/s^2)

f = สัมประสิทธิ์ของการสูญเสีย

การไหลของของไหลในช่องทางเปิด

2. ปริมาณการไหลในช่องทางเปิด โดยใช้สมการการไหลสม่ำเสมอ $Q=AV$ ดังนั้น

$$Q = AC\sqrt{RS}$$

... 8.21

โดย

$$Q = C\sqrt{RS}$$

$$R = \text{Hydraulic Radius (m)}$$

$$S = \text{ความชัน}$$

