



แผนการเรียนรู้

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช ๒๕๖๗

สาขาวิชาสามัญ-สัมพันธ์

รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ

ภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๖๗

จัดทำโดย

นางสาวนิภาพร ศรีสวัสดิ์

สาขาวิชาสามัญ-สัมพันธ์

วิทยาลัยการอาชีพบางสะพาน

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา

อาชีวศึกษาจังหวัดประจวบคีรีขันธ์

กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. ๒๕๔๒ ที่ได้ประกาศใช้ตั้งแต่เดือนสิงหาคม ๒๕๔๒ เป็นต้นมา ได้เน้นให้ครู-อาจารย์และผู้เกี่ยวข้องทั้งหลายจัดการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด ซึ่งกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัด ควรมีลักษณะสำคัญดังนี้

๑. ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริง
๒. ผู้เรียนมีโอกาสเลือกเรียนรู้ในสิ่งที่ตนถนัดและสนใจ
๓. ผู้เรียนได้มีโอกาสแสวงหาความรู้และสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง
๔. ผู้เรียนได้มีโอกาสที่จะนำความรู้ไปปฏิบัติใช้จริงในชีวิตประจำวัน
๕. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียนรู้ของตนเอง

บริษัท สำนักพิมพ์เอมพันธ์ จำกัด ได้ตระหนักถึงภารกิจของครูอาจารย์ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ ด้วยการบูรณาการคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในรายวิชา และในการคิดกิจกรรมที่จะส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติให้เป็นรูปธรรมจึงได้จัดทำสิ่งอำนวยความสะดวกให้แก่ครูอาจารย์เป็น คู่มือครูเพื่อประกอบหนังสือเรียนวิชา

คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ รหัส ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ (๒-๐-๒) ซึ่งประกอบด้วย

- จุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา
- ลักษณะรายวิชา
- ตารางวิเคราะห์หลักสูตร
- กำหนดการสอนที่บูรณาการคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

บริษัท สำนักพิมพ์เอมพันธ์ จำกัด หวังว่าคู่มือครูเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ครู-อาจารย์ได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

(นางสาวนิภาพร ศรีสวัสดิ์)

สาขาวิชาสามัญ-สัมพันธ์

วิทยาลัยการอาชีพบางสะพาน

สารบัญ

คำนำ	หน้า
สารบัญ	
ลักษณะรายวิชา	๔
มาตรฐานอาชีพ (ถ้ามี)	-
หน่วยการเรียนรู้	๘
การวางแผนการจัดการเรียนรู้	
หน่วยที่ ๑ งาน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
แผนการจัดการเรียนรู้	๙
ใบความรู้	๑๔
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๒๖
หน่วยที่ ๒ งานระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	
แผนการจัดการเรียนรู้	๒๙
ใบความรู้	๓๓
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๔๗
หน่วยที่ ๓ งานความรู้เบื้องต้นทางสถิติ	
แผนการจัดการเรียนรู้	๕๐
ใบความรู้	๕๔
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๗๐
หน่วยที่ ๔ งานการแจกแจงความถี่ของข้อมูล	
แผนการจัดการเรียนรู้	๗๓
ใบความรู้	๗๘
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๙๑
หน่วยที่ ๕ งาน การวัดแนวโน้มเข้าสู่ ส่วนกลาง	
แผนการจัดการเรียนรู้	๙๔
ใบความรู้	๙๙
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๑๑๗
หน่วยที่ ๖ งานการวัดตำแหน่งของข้อมูล	
แผนการจัดการเรียนรู้	๑๒๐
ใบความรู้	๑๒๔
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๑๓๗
หน่วยที่ ๗ งานการวัดการกระจายของข้อมูล	
แผนการจัดการเรียนรู้	๑๔๐
ใบความรู้	๑๔๔
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	๑๕๕

ลักษณะรายวิชา
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ
สาขาวิชาสามัญ-สัมพันธ์

รหัส ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
ทฤษฎี.....๒.....ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ.....๐.....ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน.....๒.....หน่วยกิต

อ้างอิงมาตรฐาน

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา

ประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการคิดวิเคราะห์ การตัดสินใจแก้ปัญหาในงานอาชีพ
จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

๑. รู้และเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่ง ของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล
๒. มีทักษะกระบวนการคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ ส่วนกลาง การวัดตำแหน่งของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล
๓. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเป็นระบบ
๔. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่ง ของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล

สมรรถนะรายวิชา

๑. แสดงความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่ง ของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล
๒. คำนวณเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่งของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล ไปใช้ในสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด
๓. คิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่ง ของข้อมูล และการวัดการกระจายของข้อมูล ไปใช้ในสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด
๔. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่ง ของข้อมูลและการวัดการกระจายของข้อมูล ไปใช้ในงานอาชีพ

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแปรผัน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่งของข้อมูลและการวัดการกระจายของข้อมูล และการประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการคิดวิเคราะห์ การตัดสินใจแก้ปัญหาในงานอาชีพอุตสาหกรรม

ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ ประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการคิดวิเคราะห์ การตัดสินใจแก้ปัญหาในงานอาชีพ				
งานหลัก	งานย่อย	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
งานหลัก ๑	๑.ความหมายของ สมการ ๒.สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ๓.สมบัติของการ เท่ากัน		๑.อธิบายความหมาย สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวได้ ๒.แก้สมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวโดยใช้สมบัติ การเท่ากันได้	๑ .มี การ พัฒนา คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๒	๑.การแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรโดยใช้กราฟ ๒.การแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรโดยวิธีการ แทนค่า		๑.อธิบายความหมาย ของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรได้ ๒.แก้ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรได้ ๓.แก้โจทย์สมการเชิง เส้นสองตัวแปรได้	๑ .มี การ พัฒนา คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๓	๑.ความหมายของ สมการเชิงเส้นสอง ตัวแปร ๒.ความหมายของ ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปร		๑.อธิบายความหมาย ของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรได้ ๒.แก้ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรได้ ๓.แก้โจทย์สมการเชิง เส้นสองตัวแปรได้	๑ .มี การ พัฒนา คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๔	๑.การแจกแจง ความถี่ของข้อมูล		๑.สร้างตารางแจกแจง ความถี่และตีความหมาย ของข้อมูลจากตารางได้ ๒.บอกขอบล่าง ขอบบน	๑ .มี การ พัฒนา คุณธรรม จริยธรรม

			และจุดกึ่งกลางของแต่ละอันตรภาคชั้นได้	ค ่า นี ย ม แ ล ะ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๕	๑.สัญลักษณ์แสดง ผลบวก ๒.ค่าเฉลี่ยเลข คณิต		๑.ใช้สัญลักษณ์แสดง ผลบวกได้ ๒.หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์แสดง ผลบวกได้ ๓.หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ ๔.นำความรู้และทักษะที่ ได้จากการเรียนเรื่องเมท ริกซ์ไปเชื่อมโยงในการ เรียนรู้งานอาชีพและ ในการดำรงชีวิตได้	๑ .มี ก า ร พั ฒ น า คุณธรรม จริยธรรม ค ่า นี ย ม แ ล ะ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๖	๑.การหาเปอร์เซ็นต์ ไทล์		๑.อธิบายความหมายของเพ อร์เซ็นต์ไทล์ได้ ๒.หาค่าตำแหน่งที่ของ ข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ ไทล์ได้ ๓.นำความรู้และทักษะที่ ได้จากการเรียนรู้เรื่อง การวัดตำแหน่งของ ข้อมูลไปใช้แก้ปัญหา โจทย์ได้	๑ .มี ก า ร พั ฒ น า คุณธรรม จริยธรรม ค ่า นี ย ม แ ล ะ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา
งานหลัก ๗	๑.ก า ร วัด ก า ร กระจายสัมบูรณ์		๑.บอกความหมายและ ชนิดของการวัดการ กระจายสัมบูรณ์ได้ ๒.คำนวณหาค่าพิสัยได้ ๓.คำนวณหาค่าส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานได้ ๔.เลือกใช้พิสัยและส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานวัด กระจายของข้อมูลได้	๑ .มี ก า ร พั ฒ น า คุณธรรม จริยธรรม ค ่า นี ย ม แ ล ะ คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ของผู้สำเร็จ การศึกษา

หน่วยการเรียนรู้

หน่วย ที่	หน่วยการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชม.)		
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ	รวม
๑	๑. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	๐	๔	๔
๒	๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	๐	๔	๔
๓	๓. ความรู้เบื้องต้นทางสถิติ	๐	๔	๔
๔	๔. การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	๐	๖	๖
๕	๕. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ ส่วนกลาง	๐	๖	๖
๖	๖. การวัดตำแหน่งของข้อมูล	๐	๖	๖
๗	๗. การวัดการกระจายของข้อมูล	๐	๖	๖
	ประเมินผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา	๐	๓๖	๓๖
	รวม	๐	๓๖	๓๖

การประเมินผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา : หลักสูตร ปวช. สัปดาห์ที่ ๑๘, หลักสูตร ปวส. สัปดาห์ที่ ๑๕

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๑
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑-๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงถึงการเท่ากัน โดยใช้เครื่องหมาย “=” แทน “การเท่ากัน”
๒. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นสมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่งกำหนดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ a และ b แทนค่าคงตัว โดย $a \neq 0$ และ x เป็นตัวแปร
๓. สมบัติการเท่ากันของจำนวน ได้แก่ สมบัติการสมมาตร สมบัติการบวก สมบัติการคูณ สมบัติการแจกแจง และสมบัติการถ่ายทอด
๔. การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดำเนินการโดยพิจารณาสิ่งที่เป็นคำถาม สิ่งที่เป็นโจทย์ กำหนด หาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยสร้างสมการตามเงื่อนไขของโจทย์ ดำเนินการแก้สมการ และตรวจสอบคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน...-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

๑. อธิบายความหมายสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
๒. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
๒. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้
๓. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์	๔.๖ การประหยัด
๔.๒ ความมีวินัย	๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้
๔.๓ ความรับผิดชอบ	๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน
๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต	๔.๙ ความรักสามัคคี
๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง	๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. สารการเรียนรู้

๑. ความหมายของสมการ
๒. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

๓.สมบัติของการเท่ากัน

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ (สัปดาห์ที่ ๑,๒)

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑. ผู้เรียนรับฟังจุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา ตามหลักสูตร ประกาศนียบัตรวิชาชีพ ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา แนวทางวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ พร้อมทั้งซักถามและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียน

๒. ครูกล่าวถึงสมการ (Equation) เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงการเท่ากันของจำนวน โดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ “=” แทน “การเท่ากัน” เช่น $๗ + ๒ = ๙$ เป็นจริง $๖ - ๓ = ๔$ เป็นเท็จ $๒ \times ๕ = ๓$ ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จเพราะขึ้นอยู่กับค่าของ x

ขั้นสอน

๔.ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้โสตทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่น่าอุปกรณ์โสตทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน โสตทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ VDO และ Power Point เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ความหมายของสมการ ตัวแปร (Variable) สมบัติของตัวแปร และคำตอบของสมการ

ดังนั้น การแก้สมการ เป็นการหาค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง โดยทั่วไปนิยมใช้สมบัติ การเท่ากันมาใช้ในการแก้สมการ

▼ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะมีเพียงคำตอบเดียวหรือบางสมการอาจไม่มีคำตอบ

▼ การแก้สมการในแต่ละครั้งควรทำการตรวจสอบคำตอบทุกครั้ง

๕.ครูและผู้เรียนอธิบาย และสาธิตสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ PowerPoint เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน โดยสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear Equation) หมายถึง สมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว และ เลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร คือ $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็น ค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$ เช่น $๓x + ๔ = 0$

๖.ครูและผู้เรียนอธิบาย และสาธิตสมบัติของการเท่ากัน โดยใช้ PowerPoint เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน ซึ่ง สมบัติของการเท่ากัน แบ่งเป็น

๖.๑ สมบัติการสมมาตร (Symmetric Property)

๖.๒ สมบัติการบวก (Additive Property)

๖.๓ สมบัติการคูณ (Multiplicative Property)

๖.๔ สมบัติการแจกแจง (Distributive Property)

๖.๕ สมบัติการถ่ายทอด (Transitive Property)

๗.ผู้เรียนฝึกทักษะโดยบอกว่าข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยกำหนดโจทย์มาให้

๘.ผู้เรียนการำสมบัติการเท่ากันไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จงแก้สมการ $๗x - ๓ = ๓๒$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 7x - 3 &= 32 \\
 7x - 3 + 3 &= 32 + 3 \text{ (นำ 3 บวกทั้งสองข้าง)} \\
 7x &= 35 \\
 \frac{7x}{7} &= \frac{35}{7} \text{ (นำ 7 ทหารทั้งสองข้าง)} \\
 x &= 5
 \end{aligned}$$

 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 5$ ในสมการ

$$\begin{aligned}
 7(5) - 3 &= 32 \\
 35 - 3 &= 32 \\
 32 &= 32
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 5

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถ้ามีตัวแปรอยู่ทั้งสองข้างของสมการ ให้ใช้สมบัติการบวก จัดสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้พจน์ที่มีตัวแปรอยู่คนละด้านกับพจน์ที่ไม่มีตัวแปรในสมการ

๙. ผู้เรียนฝึกทักษะแก้สมการ ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 ๑ \quad ๓x + ๒๐ &= ๕ \\
 ๒ \quad ๔(x - ๓) &= -๒๐ \\
 ๓ \quad ๗x - ๓ &= ๔x + ๒๑ \\
 ๔ \quad ๔(๒x - ๑) &= ๒(x + ๑)
 \end{aligned}$$

๑๐. ครูให้ความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขตามหลักเศรษฐกิจพอเพียง ในการตัดสินใจและการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ให้อยู่ในระดับพอเพียงนั้น ต้องอาศัยทั้งความรู้ และคุณธรรมเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ

(๑) เงื่อนไขความรู้ เป็นความรอบรู้เกี่ยวกับวิชาการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ความรอบคอบที่จะนำความรู้เหล่านั้นมาพิจารณาให้เชื่อมโยงกัน เพื่อการวางแผน และความระมัดระวังในขั้นปฏิบัติ

(๒) เงื่อนไขคุณธรรม เป็นสิ่งที่ต้องเสริมสร้างให้มีความตระหนักในคุณธรรม มีความซื่อสัตย์สุจริตและมีความอดทน มีความเพียร ใช้สติปัญญาในการดำเนินชีวิต

๑๑. ครูให้ความรู้เกี่ยวกับการทำบัญชีรายรับ-รายจ่าย หมายถึง การจดบันทึกเหตุการณ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับการเงินหรือบางส่วนเกี่ยวข้องกับการเงิน โดยผ่านการวิเคราะห์ จดบันทึกเพื่อแสดงฐานะการเงินและผลการดำเนินงานของตนเองหรือครอบครัวในช่วงระยะเวลาหนึ่ง

ตัวอย่างแบบบันทึกบัญชีรายรับ-รายจ่าย							
ว.ด.ป.	รายรับ	จำนวนเงิน		ว.ด.ป.	รายรับ	จำนวนเงิน	
		บาท	สต.			บาท	สต.

ผู้เรียนบันทึกรายรับ-รายจ่ายในครัวเรือนของตนเองในภาคเรียนนี้ตามแบบฟอร์มที่กำหนดให้

สมุดบันทึก รายรับ-รายจ่าย ในครัวเรือน

ของนาย/นาง/นางสาว.....

ประจำภาคเรียนที่.../.....ระหว่างเดือน.....ถึงเดือน.....พ.ศ.

วัน เดือน ปี	รายการ	รายรับ	รายจ่าย	คงเหลือ

หมายเหตุ ถ้าไม่พอให้ใช้กระดาษ A-๔ ตีแบบฟอร์มเพิ่มเติมได้

สรุปและการประยุกต์

๑๒.ครูและผู้เรียนสรุปความหมายของสมการ แสดงวิธีทำสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และสมบัติของการเท่ากัน นอกจากนี้ยังมีการถามตอบเป็นรายบุคคล

๑๓.ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และแบบประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ

ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ

๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Power

๓. กิจกรรมการเรียนการสอน

๔. รูปภาพประกอบ

๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

๘.๑ หลักฐานความรู้

๑. บันทึกการสอน

๒. ใบเช็กรายชื่อ

๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน

๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน

๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล

๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้

๓. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๒ วิธีการประเมิน

๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล

๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๓ เครื่องมือประเมิน

๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง

๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา



	ใบความรู้ ที่ ๑	หน่วยที่ ... ๑
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑-๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงถึงการเท่ากัน โดยใช้เครื่องหมาย “=” แทน “การเท่ากัน”
๒. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นสมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่งกำหนดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ a และ b แทนค่าคงตัว โดย $a \neq 0$ และ x เป็นตัวแปร
๓. สมบัติการเท่ากันของจำนวน ได้แก่ สมบัติการสมมาตร สมบัติการบวก สมบัติการคูณ สมบัติการแจกแจง และสมบัติการถ่ายทอด
๔. การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดำเนินการโดยพิจารณาสิ่งที่เป็นคำถาม สิ่งที่เป็นโจทย์ กำหนด หาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยสร้างสมการตามเงื่อนไขของโจทย์ ดำเนินการแก้สมการ และตรวจสอบคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

๑. อธิบายความหมายสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
๒. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
๒. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้
๓. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์	๔.๖ การประหยัด
๔.๒ ความมีวินัย	๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้
๔.๓ ความรับผิดชอบ	๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน
๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต	๔.๙ ความรักสามัคคี
๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง	๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. เนื้อหาสาระ

ความหมายของสมการ

สมการ (Equation) เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงการเท่ากันของจำนวน โดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ “=” แทน “การเท่ากัน”

เช่น $7 + 2 = 9$ เป็นจริง

$6 - 3 = 4$ เป็นเท็จ

$2x - 5 = 3$ ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จเพราะขึ้นอยู่กับค่าของ x

ตัวแปร (Variable) เป็นตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ใช้แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าหรือต้องการหาค่า นิยมแทนตัวแปรด้วยสัญลักษณ์ x , y หรือ z

สัมประสิทธิ์ของตัวแปร หมายถึง จำนวนที่คูณกับตัวแปรนั้น

เช่น $5x$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ 5

$-3y$ สัมประสิทธิ์ของ y คือ -3

x สัมประสิทธิ์ของ x คือ 1

$\frac{x}{3}$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ $\frac{1}{3}$

คำตอบของสมการ เป็นจำนวนใดๆ ที่แทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง

เช่น $5x + 4 = 14$

สมการนี้มี 2 เป็นคำตอบของสมการ เพราะเมื่อแทนค่าตัวแปรด้วย 2 แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$\text{กล่าวคือ } 5(2) + 4 = 14$$

$$10 + 4 = 14$$

$$14 = 14$$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear Equation) หมายถึง สมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร คือ $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

เช่น $3x + 4 = 0$

เมื่อเทียบกับรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะได้ $a = 3$ และ $b = 4$

$$-5x + 10 = 0$$

เมื่อเทียบกับรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะได้ $a = -5$ และ $b = 10$

$$x - 7 = 0$$

เมื่อเทียบกับรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะได้ $a = 1$ และ $b = -7$

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นิยมใช้สมบัติการเท่ากันโดยเฉพาะอย่างยิ่งสมบัติการบวก สมบัติการคูณ และสมบัติการแจกแจง

สมบัติเท่ากัน

1 สมบัติการสมมาตร (Symmetric Property)

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } b = a$$

เช่น ถ้า $x = 3$ แล้ว $3 = x$

$$\text{ถ้า } 8 = 5 + 3 \quad \text{แล้ว } 5 + 3 = 8$$

$$\text{ถ้า } 7 = 5x + 9 \quad \text{แล้ว } 5x + 9 = 7$$

2 สมบัติการบวก (Additive Property)

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + (-c) = b + (-c) \text{ หรือ } a - c = b - c$$

เช่น ถ้า $x = 8$ แล้ว $x + 2 = 8 + 2$

$$\text{ถ้า } x = 7 \text{ แล้ว } x + (-2) = 7 + (-2)$$

$$\text{หรือ } x - 2 = 7 - 2$$

3 สมบัติการคูณ (Multiplicative Property)

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $c \neq 0$

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } ac = bc$$

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

เช่น ถ้า $\frac{x}{2} = 10$ แล้ว $\frac{x}{2} (2) = 10 (2)$

$$\text{ถ้า } 5x = 20 \text{ แล้ว } \frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$

4 สมบัติการแจกแจง (Distributive Property)

เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

$$a(b + c) = ab + ac$$

เช่น $3(x + 2) = 3x + (3)(2)$

$$= 3x + 6$$

$$(x + 4) 5 = 5x + (5)(4)$$

$$= 5x + 20$$

5 สมบัติการถ่ายทอด (Transitive Property)

เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\text{ถ้า } a = b \text{ และ } b = c \text{ แล้ว } a = c$$

เช่น ถ้า $x = 3 + 2$ และ $3 + 2 = 5$ แล้ว $x = 5$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $7x - 3 = 32$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 7x - 3 &= 32 \\ 7x - 3 + 3 &= 32 + 3 \quad (\text{นำ 3 บวกทั้งสองข้าง}) \\ 7x &= 35 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{35}{7} \quad (\text{นำ 7 หารทั้งสองข้าง}) \\ x &= 5 \end{aligned}$$



ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 5$ ในสมการ

$$7(5) - 3 = 32$$

$$35 - 3 = 32$$

$$32 = 32$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 5

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถ้ามีตัวแปรอยู่ทั้งสองข้างของสมการ ให้ใช้สมบัติการบวกจัดสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้พจน์ที่มีตัวแปรอยู่คนละด้านกับพจน์ที่ไม่มีตัวแปรในสมการ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $7x - 6 = 5x + 10$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 7x - 6 &= 5x + 10 \\ (\text{นำ } 5x \text{ ลบทั้งสองข้างสมการ}) \quad 7x - 6 - 5x &= 5x + 10 - 5x \\ 2x - 6 &= 10 \\ (\text{นำ 6 บวกทั้งสองข้างของสมการ}) \quad 2x - 6 + 6 &= 10 + 6 \\ 2x &= 16 \\ (\text{นำ 2 หารทั้งสองข้างของสมการ}) \quad \frac{2x}{2} &= \frac{16}{2} \\ x &= 8 \end{aligned}$$



ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 8$ ในสมการ

$$7(8) - 6 = 5(8) + 10$$

$$56 - 6 = 40 + 10$$

$$50 = 50$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 8

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x จากสมการ $4(x - 1) + 5(x + 2) = 3(x - 8)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 4(x - 1) + 5(x + 2) &= 3(x - 8) \\ \text{ใช้สมบัติการแจกแจง} \\ 4x - 4 + 5x + 10 &= 3x - 24 \\ 9x + 6 &= 3x - 24 \\ 9x + 6 - 3x &= 3x - 24 - 3x \\ 6x + 6 &= -24 \\ 6x + 6 - 6 &= -24 - 6 \\ 6x &= -30 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{-30}{6} \\ x &= -5 \end{aligned}$$



ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = -5$ ในสมการ

$$4(-5 - 1) + 5(-5 + 2) = 3(-5 - 8)$$

$$4(-6) + 5(-3) = 3(-13)$$

$$-24 + (-15) = -39$$

$$-39 = -39$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ -5

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปเศษส่วน สามารถจัดรูปสมการใหม่เพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณ โดยนำ ค.ร.น. ของส่วน คูณสมการ แล้วจึงดำเนินการแก้สมการต่อไป

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{x-10}{3} = \frac{3x+5}{4}$

วิธีทำ $\frac{x-10}{3} = \frac{3x+5}{4}$

นำ 12 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 3 และ 4 คูณสมการ

$$(12)\left(\frac{x-10}{3}\right) = (12)\left(\frac{3x+5}{4}\right)$$

$$4(x-10) = 3(3x+5)$$

$$4x-40 = 9x+15$$

$$4x-40-9x = 9x+15-9x$$

$$-5x-40 = 15$$

$$-5x-40+40 = 15+40$$

$$-5x = 55$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{55}{-5}$$

$$-x = -11$$

$$x = -11$$

 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = -11$ ในสมการ

$$\frac{-11-10}{3} = \frac{3(-11)+5}{4}$$

$$\frac{-21}{3} = \frac{-33+5}{4}$$

$$-7 = -7$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ -11

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{8} = \frac{5}{6}$

วิธีทำ $\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{8} = \frac{5}{6}$

นำ 24 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 3, 6 และ 8 คูณสมการ

$$(24)\left(\frac{x-2}{3}\right) + (24)\left(\frac{x+1}{8}\right) = (24)\left(\frac{5}{6}\right)$$

$$8(x-2) + 3(x+1) = (4)(5)$$

$$8x-16+3x+3 = 20$$

$$11x-13 = 20$$

$$11x-13+13 = 20+13$$

$$11x = 33$$

$$= \frac{33}{11}$$

$$x = 3$$

 ตรวจสอบคำตอบ

แทน $x = 3$ ในสมการ

$$\frac{3-2}{3} + \frac{3+1}{8} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{8} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 3

นอกจากนี้เราสามารถใช้อนุสัณฐานการเท่ากันมาหาค่าตัวแปรในรูปตัวแปรอื่นๆ ในสมการได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $A = \frac{1}{2}bh$ จงหาค่า h ในรูปของ A และ b เมื่อ $b \neq 0$ และ $h \neq 0$

วิธีทำ $A = \frac{1}{2}bh$

นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2A = (2) \frac{1}{2}bh$$

$$2A = bh$$

นำ b หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{2A}{b} = \frac{bh}{b}$$

ดังนั้น $h = \frac{2A}{b}$

ตัวอย่างที่ 7 จากสมการ $I = \frac{nE}{R + nr}$ จงหาค่า R ในรูปของ I, n, E และ r

วิธีทำ $I = \frac{nE}{R + nr}$

นำ $(R + nr)$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$(R + nr)I = (R + nr) \frac{nE}{R + nr}$$

$$I(R + nr) = nE$$

$$IR + Inr = nE$$

$$IR + Inr - Inr = nE - Inr$$

$$IR = nE - Inr$$

$$\frac{IR}{I} = \frac{nE - Inr}{I}$$

ดังนั้น $R = \frac{nE - Inr}{I}$

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากวิธีการแก้สมการดังที่กล่าวมาแล้ว เราสามารถนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยดำเนินการดังนี้

❶ อ่านโจทย์อย่างรอบคอบ พิจารณาข้อความในโจทย์ เพื่อค้นหาว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร

❷ หาแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้การเขียนรูปประกอบหรือสร้างตาราง หรือแผนภูมิ เพื่อช่วยในการวิเคราะห์ปัญหา จากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสร้างสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

❸ ดำเนินการแก้สมการจากที่สร้างในข้อที่ 2

❹ ตรวจสอบคำตอบ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่งผลบวกระหว่างสามเท่าของเลขจำนวนนั้นกับ 2 เท่ากับผลต่างระหว่างห้าเท่าของเลขจำนวนนั้นกับ 4

วิธีทำ ให้เลขจำนวนนั้น คือ x

ผลบวกระหว่างสามเท่าของเลขจำนวนนั้นกับ 2 แทนด้วย $3x + 2$

ผลต่างระหว่างห้าเท่าของเลขจำนวนนั้นกับ 4 แทนด้วย $5x - 4$

เขียนสมการได้ดังนี้

$$3x + 2 = 5x - 4$$

$$3x + 2 - 5x = 5x - 4 - 5x$$

$$-2x + 2 = -4$$

$$-2x + 2 - 2 = -4 - 2$$

$$-2x = -6$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-6}{-2}$$

$$x = 3$$

ตัวอย่างที่ 9 ประหยัดซื้อรองเท้าคู่หนึ่งเป็นเงิน 420 บาท โดยได้รับส่วนลด 30% ของราคาที่ปิดไว้ จงหาราคารองเท้า

วิธีทำ ให้ ราคารองเท้า x บาท

$$\text{ส่วนลด 30\% ของราคารองเท้า} = \frac{30x}{100} \text{ บาท}$$

$$\text{ประหยัดชำระเงินค่ารองเท้า} = 420 \text{ บาท}$$

$$\boxed{\text{ราคาที่ปิดไว้}} - \boxed{\text{ส่วนลด}} = \boxed{\text{ราคาที่จ่ายจริง}}$$

เขียนสมการ ดังนี้

$$x - \frac{30x}{100} = 420$$

นำ 100 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$100x - \frac{30x}{100} (100) = (420)(100)$$

$$100x - 30x = 42,000$$

$$70x = 42,000$$

นำ 70 หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{70x}{70} = \frac{42,000}{70}$$

$$x = 600$$

✓ ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าราคารองเท้า	600	บาท
ส่วนลด 30%	$= \frac{30}{100} (600)$	
	$= 180$	บาท
ประหยัดจะต้องชำระเงิน	$= 600 - 180$	บาท
	$= 420$	บาท
ดังนั้นราคารองเท้า	$= 600$	บาท

ตัวอย่างที่ 10 ปู่เป่เป็นพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งที่กำหนดจำนวนชั่วโมงทำงานปกติเป็น 40 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และพนักงานที่มีจำนวนชั่วโมงทำงานในสัปดาห์มากกว่าเวลาที่กำหนดจะได้รับค่าจ้าง $\frac{3}{2}$ เท่า ของอัตราค่าจ้างปกติในส่วนที่เกิน ถ้าในสัปดาห์นี้ปู่เป่ทำงาน 47 ชั่วโมงได้รับค่าจ้าง 3,030 บาท จงหาว่าบริษัทแห่งนี้จ่ายค่าจ้างปกติ ชั่วโมงละเท่าไร

วิธีทำ	ให้ค่าจ้างปกติของบริษัท	x	บาทต่อชั่วโมง
	ค่าจ้างทำงานในเวลาปกติ	40	ชั่วโมง เท่ากับ 40x
	ปู่เป่ทำงานในสัปดาห์	47	ชั่วโมง
	ค่าจ้างทำงานมากกว่าเวลาที่กำหนด 7	ชั่วโมง เท่ากับ $\frac{3x}{2}(7)$	
	ได้รับค่าจ้าง	3,030	บาท

คำนวณค่าจ้างที่ปู่ได้รับดังนี้

ค่าจ้างทำงาน ในเวลาปกติ (40 ชั่วโมง)	+	ค่าจ้างทำงาน ที่นอกเหนือ (7 ชั่วโมง)	=	ค่าจ้างทั้งหมด ที่ได้รับ (47 ชั่วโมง)
↓		↓		↓
$40x$	+	$\frac{3x}{2}(7)$	=	3,030
$40x$	+	$\frac{21x}{2}$	=	3,030
$2(40x)$	+	$2\left(\frac{21x}{2}\right)$	=	$2(3,030)$
$80x$	+	$21x$	=	6,060
		$101x$	=	6,060
		x	=	$\frac{6,060}{101}$
		x	=	60

ดังนั้น อัตราค่าจ้างปกติของบริษัทแห่งนี้ 60 บาทต่อชั่วโมง

สรุป

สมการ เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงการเท่ากันของจำนวนโดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ “=” แทน “การเท่ากัน” สมการอาจจะมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้

ตัวแปร หมายถึง จำนวนที่ยังไม่ทราบค่า หรือเป็นจำนวนที่ต้องการหาค่า นิยมเขียนตัวแปรโดยใช้สัญลักษณ์ x , y หรือ z

คำตอบของสมการ เป็นจำนวนที่แทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการเป็นจริง

การแก้สมการ เป็นการหาค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งอาจใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

สมบัติการเท่ากัน

- ① สมบัติการสมมาตร
ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
- ② สมบัติการบวก
ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
หรือ $a - c = b - c$
- ③ สมบัติการคูณ
ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$
หรือ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

- ④ สมบัติการแจกแจง
 $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
หรือ $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$
- ⑤ สมบัติการถ่ายทอด
ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือสมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง เขียนอยู่ในรูป

$$ax + b = 0 \text{ เมื่อ } a \text{ และ } b \text{ เป็นค่าคงตัว } a \neq 0 \text{ และ } x \text{ เป็นตัวแปร}$$

๖. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

แบบฝึกหัด

๗. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

หนังสือรายวิชาการฟังและการพูดภาษาอังกฤษ Listening and Speaking English

๘. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

เฉลยแบบฝึกหัด



	ใบงาน ที่ ๑	หน่วยที่ ... ๑
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑-๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จงแก้สมการต่อไปนี้และตรวจสอบคำตอบ

1.1) $3(x + 1) = -12$

วิธีทำ

$$3(x + 1) = -12$$

$$3x + 3 = -12$$

$$3x = -12 - 3$$

$$3x = -15$$

$$x = -5$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$3(-5 + 1) = -12$$

$$3(-4) = -12$$

$$-12 = -12$$

1.2) $5(x - 2) = 2(x + 1)$

วิธีทำ

$$5x - 10 = 2x + 2$$

$$5x - 2x = 2 + 10$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$5(4 - 2) = 2(4 + 1)$$

$$5(2) = 2(5)$$

$$10 = 10$$

1.3) $2(x - 3) + 3(x - 4) = 7x - 10$ ตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$2x - 6 + 3x - 12$$

$$2x + 3x - 7x =$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

$$2(-4 - 3) + 3(-4 - 4) = 7(-4) - 10$$

$$2(-7) + 3(-8) = -28 - 10$$

$$-14 - 24 = -38$$

$$-10 + 38 = -38$$

$$1.4) \quad \frac{x+3}{3} = \frac{2x-1}{7}$$

วิธีทำ

$$\frac{21(x+3)}{3} = \frac{21(2x-1)}{7}$$

$$7(x+3) = 3(2x-1)$$

$$7x + 21 = 6x - 3$$

$$x = -24$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$\frac{-24+3}{3} = \frac{2(-24)-1}{7}$$

$$\frac{-21}{3} = \frac{-49}{7}$$

$$-7 = -7$$

$$1.5) \quad \frac{x+2}{2} - \frac{x}{6} = 5$$

วิธีทำ

$$6 \frac{(x+2)}{2} - \frac{6x}{6} = (6)(5)$$

$$3(x+2) - x = 30$$

$$3x + 6 - x = 30$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$\frac{12+2}{2} - \frac{12}{6} = 5$$

$$\frac{14}{2} - 2 = 5$$

$$7 - 2 = 5$$

$$5 = 5$$

$$1.6) \quad \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{4-x}{4}$$

วิธีทำ

$$12 \frac{(x-1)}{2} + 12 \frac{(x-2)}{3} = 12 \frac{(4-x)}{4}$$

$$6(x-1) + 4(x-2) = 3(4-x)$$

$$6x - 6 + 4x - 8 = 12 - 3x$$

$$13x = 26$$

$$x = 2$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$\frac{2-1}{2} + \frac{2-2}{3} = \frac{4-2}{4}$$

$$\frac{1}{2} + 0 = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1.7) \quad \frac{3x-1}{5} = \frac{x-1}{3} + \frac{7x-4}{15}$$

วิธีทำ

$$\frac{15(3x-1)}{5} = \frac{15(x-1)}{3} + \frac{15(7x-4)}{15}$$

$$3(3x-1) = 5(x-1) + (7x-4)$$

$$9x - 3 = 5x - 5 + 7x - 4$$

$$9x - 3 = 12x - 9$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$\frac{3(2)-1}{5} = \frac{2-1}{3} + \frac{7(2)-4}{15}$$

$$\frac{5}{5} = \frac{1}{3} + \frac{10}{15}$$

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$1 = 1$$

แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้
 อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง
 โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงจั่งต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร ส้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช่เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยึดปฏิบัติอย่างเต็มที่					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและ กาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและ สภาพแวดล้อม มีความพอใจเป็นที่เป็นที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น รับบทบาทของตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวม พลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและจัดความ ขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมที่จะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มี ความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วม สร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ			
28-30 คะแนน =	ดีมาก	15-19 คะแนน =	ควรปรับปรุง
25-27 คะแนน =	ดี	0-14 คะแนน =	ใช้ไม่ได้
20-24 คะแนน =	พอใช้		

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

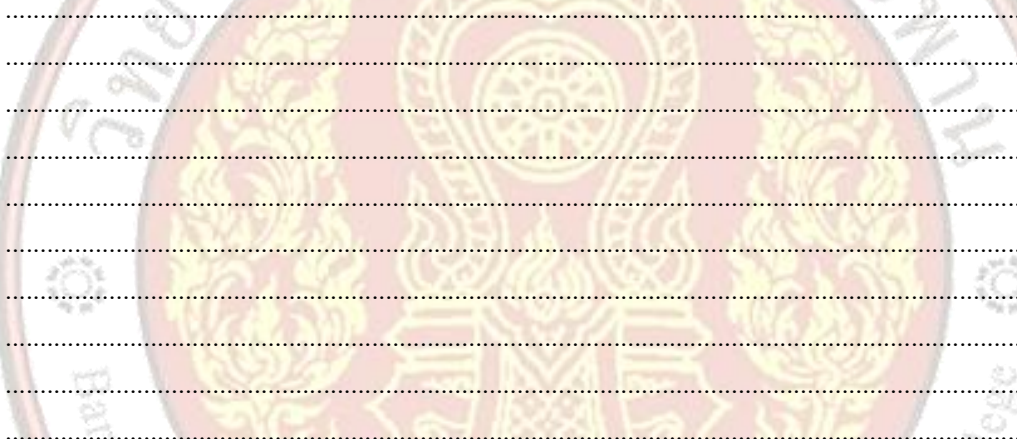
ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ



แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๒
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๓-๔
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน....-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูทวดเวท

๕. สารการเรียนรู้

๑. ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๒. ความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ (สัปดาห์ที่ ๓-๕)

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑. ครูและผู้เรียนสนทนาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัวเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มีการคูณกันระหว่างตัวแปร

๒. ครูและผู้เรียนสนทนาว่าจากที่นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว

$$\begin{array}{rcl} \text{เช่น} & 2x + 1 & = 5 \quad \text{..... ①} \\ & 2x & = 4 \\ & x & = 2 \end{array}$$

จะเห็นว่าคำตอบของสมการมีเพียงค่าเดียว คือ $x = 2$ และจากสมการข้างต้น ถ้าเปลี่ยน ๑ เป็น y จะได้สมการ $2x + y = 5$ ②

ขั้นสอน

๓. ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้โสตทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่นำอุปกรณ์โสตทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน โสตทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ Power Point เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และใช้เทคนิค Demonstration Method การจัดการเรียนรู้แบบสาธิตเพื่อคำนวณหาค่าต่างๆ ของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๔. ครูและผู้เรียนช่วยกันคำนวณหา

๑) จงเขียนกราฟของสมการ โดยกำหนด $0 \leq x \leq 2$

๒) จากกราฟจงหาค่า y เมื่อ $x = 0.5$

กำหนดสมการ $3x + y = 6$

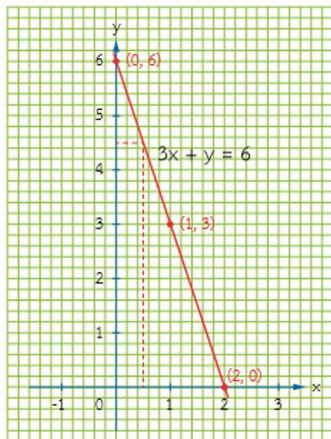
1) กำหนดค่า x เป็น 0, 1, 2 และแทนค่าในสมการเพื่อหาค่า y

เมื่อ $x = 0$	เมื่อ $x = 1$	เมื่อ $x = 2$
$3(0) + y = 6$	$3(1) + y = 6$	$3(2) + y = 6$
$y = 6$	$y = 6 - 3$	$y = 6 - 6$
	$y = 3$	$y = 0$

นำมาเขียนในรูปตาราง

x	0	1	2
y	6	3	0

จะได้กราฟของสมการ $3x + y = 6$ ดังนี้



*** อ่านค่าจากกราฟ**

จาก $x = 0.5$ ลากเส้นประ
ไปยังกราฟแล้วอ่านค่า
ที่แกน y จะได้ $y = 4.5$

2) จากกราฟ เมื่อ $x = 0.5$ ค่า y จะเท่ากับ 4.5

จากกราฟ เมื่อ $x = 2, y = 0$ กราฟตัดแกน x
เมื่อ $x = 0, y = 6$ กราฟตัดแกน y

๕. ผู้เรียนฝึกทักษะทำกิจกรรม โดยหาค่าเพื่อพิจารณาคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในลักษณะต่างๆ

๖. ครูใช้เทคนิค การจัดการเรียนรู้แบบสาธิต (Demonstration Method) คือ กระบวนการที่ผู้สอน หรือ บุคคลใดบุคคลหนึ่งใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ โดยการแสดงหรือกระทำให้ดูเป็น ตัวอย่างพร้อม ๆ กับการบอก อธิบาย ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้จากการสังเกต กระบวนการ ขั้นตอนการสาธิตนั้น ๆ แล้วให้ผู้เรียนซักถาม อภิปราย และสรุปการเรียนรู้ที่ได้จากการสาธิตในเรื่องความหมาย ของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ระบบของสมการที่ประกอบด้วย สมการเชิงเส้นที่มี ตัวแปรสองตัว และมีจำนวนสมการสองสมการ เขียนในรูป

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{..... ①}$$

$$\text{และ } a_2x + b_2y = c_2 \quad \text{..... ②}$$

เมื่อ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ เป็นจำนวนจริง โดยที่ a_1, b_1 และ a_2, b_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง

หรือคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับทั้งสองสมการ

๖. ครูเน้นผู้เรียนให้มีความละเอียดรอบคอบ มีความอดทน มีความเข้มแข็ง มีความเพียรพยายามให้มีความสามารถฝึกปฏิบัติได้จริง นอกจากนั้นยังให้ระมัดระวังความปลอดภัยในการฝึกปฏิบัติงานที่อาจเกิดขึ้นได้โดยไม่ได้ตั้งใจ เพราะในการประกอบอาชีพจริง ๆ ผู้เรียนต้องรับผิดชอบในงานที่ลูกค้านำมาให้ทำ ดังนั้นผู้เรียนต้องฝึกทักษะความชำนาญเหล่านี้ให้มีประสิทธิภาพ เพื่อสร้างรายได้ที่ดีในอนาคตต่อไป และพร้อมรับผลกระทบและความเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นในอนาคต คือ ทำให้เข้มแข็ง ก็จะทำให้ครอบครัวมีเงินออมอันเกิดจากการทำงานของเราได้ ถือเป็นเงื่อนไขสำคัญคือเรื่องคุณธรรม ลักษณะดังกล่าวนี้ก็จะเป็นการสร้างภูมิคุ้มกันที่ดีในตัวเอง รวมทั้งมีความอดทน มีความเพียรพยายามในการทำงานในชีวิตประจำวันได้ในอนาคตต่อไปเป็นอย่างดี

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๗. ผู้เรียนสรุปความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการคำนวณหา และถามตอบ

๘. ผู้เรียนทำกิจกรรม และแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ

ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Power
๓. กิจกรรมการเรียนการสอน
๔. รูปภาพประกอบ
๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

- ๘.๑ หลักฐานความรู้
 ๑. บันทึกการสอน
 ๒. ใบเช็กรายชื่อ
- ๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน
 ๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

- ๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน
 ๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 ๒. ตรวจสอบกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้
 ๓. ตรวจสอบแบบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๒ วิธีการประเมิน
 ๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๓ เครื่องมือประเมิน
 ๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
 ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

- ๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

- ๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

- ๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา

	ใบความรู้ ที่ ๒	หน่วยที่ ... ๒
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๓-๔
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. เนื้อหาสาระ

ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จากที่นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว

$$\text{เช่น } 2x + 1 = 5 \dots\dots\dots ①$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

จะเห็นได้ว่าคำตอบของสมการมีเพียงค่าเดียว คือ $x = 2$ และจากสมการข้างต้น ถ้าเปลี่ยน 1 เป็น y จะได้สมการดังนี้

$$2x + y = 5 \dots\dots\dots ②$$

เรียกสมการ ② นี้ว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร (Linear equation with two variables)

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มีการคูณกันระหว่างตัวแปร

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ $ax + by + c = 0$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว โดย a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

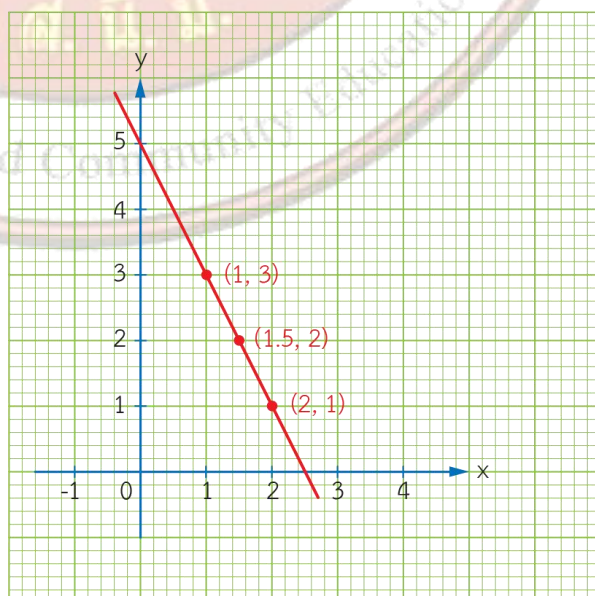
พิจารณาค่า x และ y ที่สอดคล้องกับสมการ $2x + y = 5$

เช่น ถ้า $y = 1$ ค่า x ที่สอดคล้องกับ $2x + 1 = 5$ คือ $x = 2$

ถ้า $y = 2$ ค่า x ที่สอดคล้องกับ $2x + 2 = 5$ คือ $x = 1.5$

ถ้า $y = 3$ ค่า x ที่สอดคล้องกับ $2x + 3 = 5$ คือ $x = 1$

ค่า x และ y ที่สอดคล้องกับสมการ $2x + y = 5$ มีมากมาย เขียนเป็นคู่อันดับ (x, y) ได้แก่ $(2, 1)$, $(1.5, 2)$, $(1, 3)$, ... นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ ① กำหนดสมการ $3x + y = 6$

1) จงเขียนกราฟของสมการ โดยกำหนด $0 \leq x \leq 2$

2) จากกราฟจงหาค่า y เมื่อ $x = 0.5$

วิธีทำ

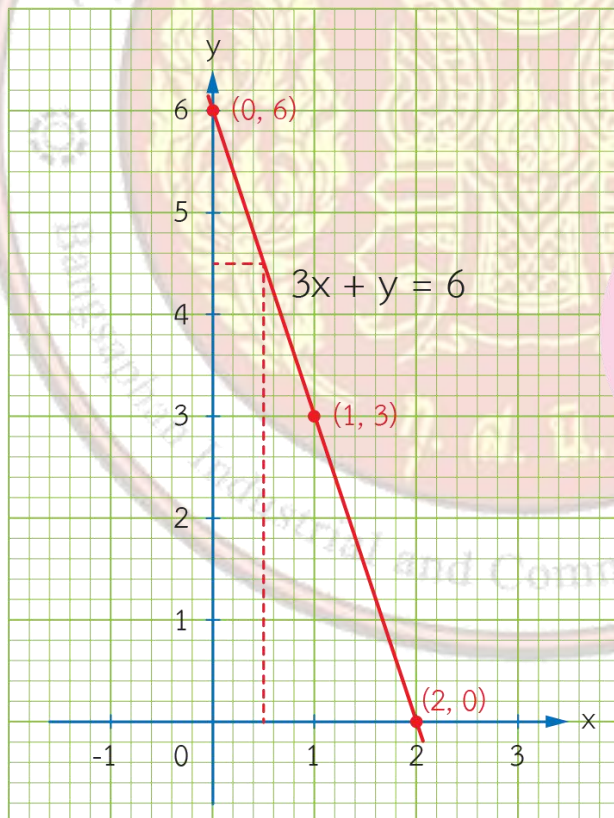
1) กำหนดค่า x เป็น 0, 1, 2 และแทนค่าในสมการเพื่อหาค่า y

เมื่อ $x = 0$	เมื่อ $x = 1$	เมื่อ $x = 2$
$3(0) + y = 6$	$3(1) + y = 6$	$3(2) + y = 6$
$y = 6$	$y = 6 - 3$	$y = 6 - 6$
	$y = 3$	$y = 0$

นำมาเขียนในรูปตาราง

x	0	1	2
y	6	3	0

จะได้กราฟของสมการ $3x + y = 6$ ดังนี้



☀ อ่านค่าจากกราฟ

จาก $x = 0.5$ ลากเส้นประ
ไปยังกราฟแล้วอ่านค่า
ที่แกน y จะได้ $y = 4.5$

การเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากจะทำการกำหนดค่า x และหาค่า y ที่สอดคล้องกับสมการแล้ว อีกวิธีที่สะดวกและรวดเร็ว คือ การหาจุดที่เส้นตรงตัดแกน x และจุดที่เส้นตรงตัดแกน y

จากรูปทั่วไปของสมการ

$$ax + by = c$$

❶ หาจุดตัดบนแกน x นั่นคือ $y = 0$

$$ax + b(0) = c$$

$$x = \frac{c}{a}$$

จุดตัดบนแกน x คือ $(\frac{c}{a}, 0)$

❷ หาจุดตัดบนแกน y นั่นคือ $x = 0$

$$a(0) + by = c$$

$$y = \frac{c}{b}$$

จุดตัดบนแกน y คือ $(0, \frac{c}{b})$

ตัวอย่างที่ ๒ จงเขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 6$

วิธีทำ

$$x + 2y = 6$$

ให้ $y = 0$ แทนในสมการ

$$x + 2(0) = 6$$

$$x = 6$$

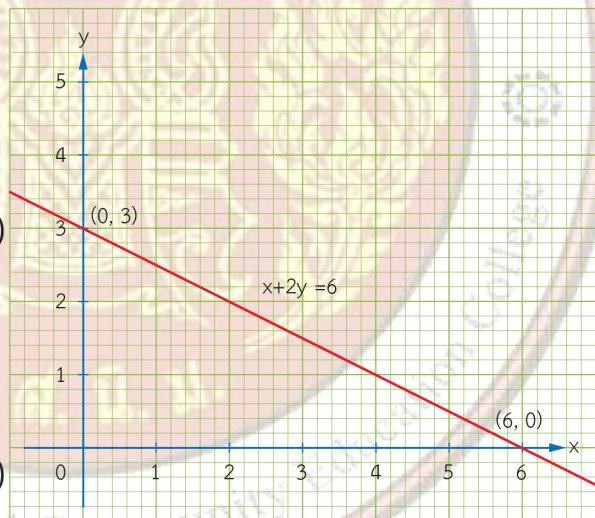
จุดตัดบนแกน x คือ $(6, 0)$

ให้ $x = 0$ แทนในสมการ

$$0 + 2y = 6$$

$$y = 3$$

จุดตัดบนแกน y คือ $(0, 3)$



ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ระบบของสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัว และมีจำนวนสมการสองสมการ เขียนในรูป

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{..... ①}$$

$$\text{และ} \quad a_2x + b_2y = c_2 \quad \text{..... ②}$$

เมื่อ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ เป็นจำนวนจริง โดยที่ a_1, b_1 และ a_2, b_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง หรือคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับทั้งสองสมการ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ

พิจารณาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

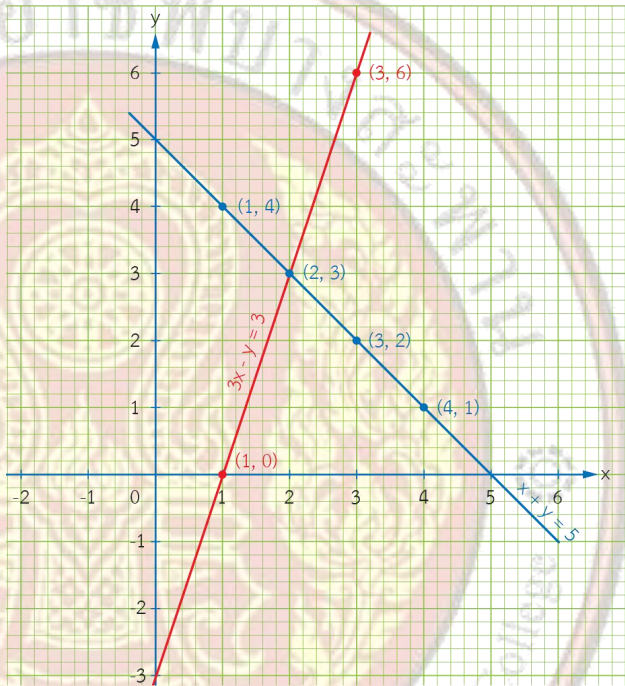
$$x + y = 5 \quad \text{..... ①}$$

$$3x - y = 3 \quad \text{..... ②}$$

เมื่อนำมาเขียนกราฟบนระนาบ

เดียวกัน จะมีลักษณะดังนี้

แต่ละจุดบนกราฟเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งพบว่าแต่ละสมการมีคำตอบมากมาย เช่น คำตอบของสมการ $x + y = 5$ ได้แก่ $(1, 4), (2, 3), (3, 2), \dots$ และคำตอบของสมการ $3x - y = 3$ ได้แก่ $(3, 6), (2, 3), (1, 0), \dots$ ในบรรดาคำตอบของสมการที่กล่าวนี้ พบว่า $(2, 3)$ เป็นคำตอบของสมการทั้งสอง ซึ่งในกราฟเป็นจุดที่เส้นตรงทั้งสองตัดกัน เรียก $(2, 3)$ ว่าเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



ตัวอย่างที่ ③ จงเขียนกราฟของระบบสมการต่อไปนี้

$$x + 2y = 1 \quad \text{..... ①}$$

$$\text{และ} \quad 2x + 4y = 9 \quad \text{..... ②}$$

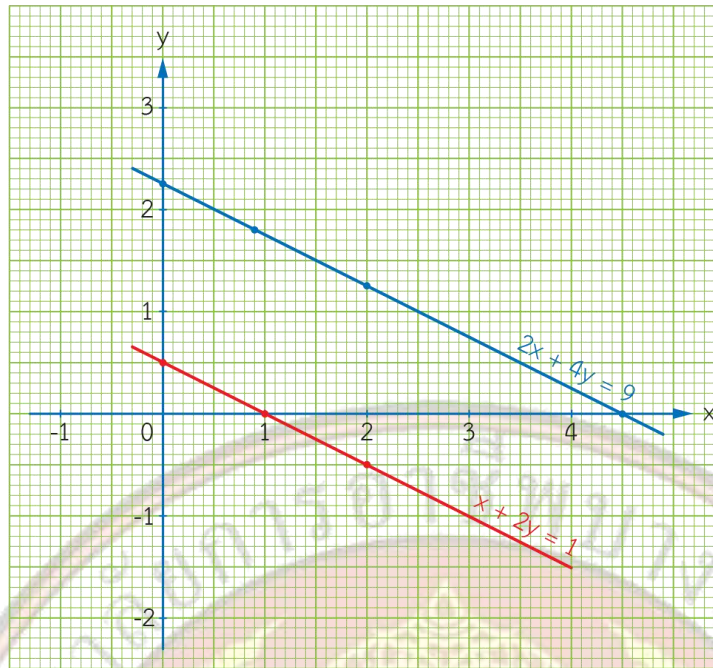
วิธีทำ

$$x + 2y = 1$$

x	0	1	2
y	0.5	0	-0.5

$$2x + 4y = 9$$

x	0	1	2
y	2.25	1.75	1.25



จะเห็นว่ากราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน หรือเส้นตรงทั้งสองไม่มีโอกาสตัดกัน
นั่นแสดงว่าไม่มีคำตอบของระบบสมการ

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนกราฟของระบบสมการ $x + 2y = 3$ ①
 $2x + 4y = 6$ ②

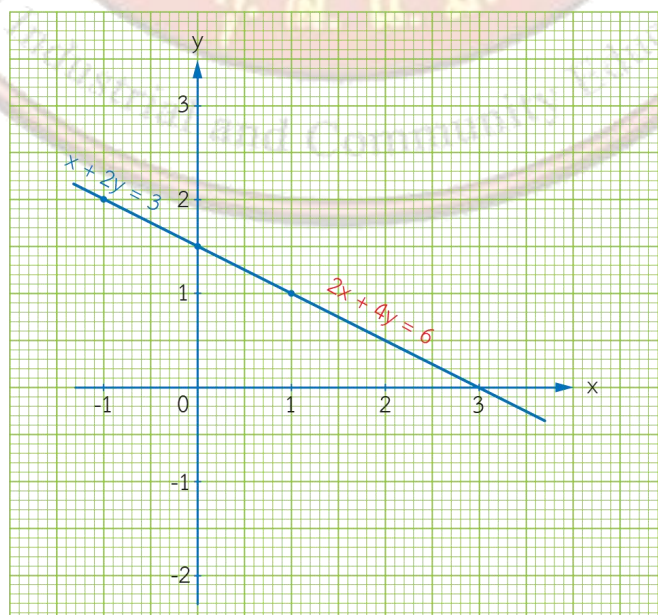
วิธีทำ

$$x + 2y = 3$$

x	-1	0	1
y	2	1.5	1

$$2x + 4y = 6$$

x	-1	0	1
y	2	1.5	1



จะเห็นว่ากราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงเดียวกัน หรือเส้นตรงที่ทับกัน นั้นแสดงว่าระบบสมการมีหลายคำตอบ

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการพิจารณาจากกราฟ ค่าที่ได้บางครั้งเป็นการอ่านค่าโดยประมาณ ดังนั้นเพื่อหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรให้ชัดเจนขึ้นสามารถใช้การคำนวณช่วยในการหาคำตอบซึ่งจะได้ศึกษาในหัวข้อต่อไป

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

ตัวอย่างที่ ๕ จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$x + 5y = 19$$

$$2x - y = 5$$

วิธีทำ

$$x + 5y = 19 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$2x - y = 5 \quad \dots \textcircled{2}$$

จากสมการ ① เขียน x ในรูปของ y

$$\text{จะได้ } x = 19 - 5y \quad \dots \textcircled{3}$$

แทนค่า x ในสมการ ②

$$2(19 - 5y) - y = 5$$

$$38 - 10y - y = 5$$

$$-11y = 5 - 38 = -33$$

$$y = \frac{-33}{-11} = 3$$

แทนค่า $y = 3$ ในสมการ ① ; $x + 5(3) = 19$

$$x = 19 - 15$$

$$x = 4$$



ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 4$ และ $y = 3$

ในสมการ ①

$$4 + 5(3) = 19$$

$$4 + 15 = 19$$

$$19 = 19$$

หรือแทนค่า $x = 4$ และ $y = 3$

ในสมการ ②

$$2(4) - 3 = 5$$

$$8 - 3 = 5$$

$$5 = 5$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $x = 4, y = 3$ หรือ $(4, 3)$

ตัวอย่างที่ ๖ จงหาค่า x และ y จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$3x + 2y - 1 = 0$$

$$6x + 5y = 7$$

วิธีทำ

$$3x + 2y - 1 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$6x + 5y = 7 \quad \dots \textcircled{2}$$

จากสมการ ① เขียน x ในรูปของ y

จะได้

$$3x = 1 - 2y$$

$$x = \frac{1 - 2y}{3} \quad \dots \textcircled{3}$$

แทนค่า x ในสมการ ②

$$6\left(\frac{1-2y}{3}\right) + 5y = 7$$

$$2(1-2y) + 5y = 7$$

$$2 - 4y + 5y = 7$$

$$y = 7 - 2$$

$$y = 5$$

แทนค่า $y = 5$ ในสมการ ③

$$x = \frac{1-2(5)}{3}$$

$$x = -3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $x = -3, y = 5$ หรือ $(-3, 5)$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีจัดตัวแปร

หลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการจัดตัวแปร

❶ ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวใดตัวแปรตัวหนึ่งให้เท่ากัน โดยนำจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์คูณตลอดทั้งสองข้างของสมการ

❷ นำสมการทั้งสองที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเท่ากันแล้วนั้นมาบวกหรือลบกันเพื่อจัดให้เหลือตัวแปรเดียวซึ่งจะได้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

❸ แก้สมการในข้อ 2

❹ นำค่าตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการในข้อ 2 ไปแทนค่าในสมการเพื่อหาค่าตัวแปรที่เหลือ

❺ ตรวจสอบคำตอบ

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$3x + 2y = 1$$

$$5x - 2y = 23$$

วิธีทำ

$$3x + 2y = 1 \quad \dots \text{①}$$

$$5x - 2y = 23 \quad \dots \text{②}$$

จากสมการที่ ① และ ② สัมประสิทธิ์ของ y เป็นตัวเลขที่เหมือนกันจึงควรจัดตัวแปร y โดยนำสมการ ① + สมการ ②

$$(3x + 2y) + (5x - 2y) = 1 + 23$$

$$8x = 24$$

$$x = \frac{24}{8}$$

$$x = 3$$

แทนค่า $x = 3$ ในสมการ ①

$$\begin{aligned}3(3) + 2y &= 1 \\9 + 2y &= 1 \\2y &= 1 - 9 \\2y &= -8 \\y &= \frac{-8}{2} \\y &= -4\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $x = 3, y = -4$ หรือ $(3, -4)$

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}x + 5y &= 19 \\2x - y &= 5\end{aligned}$$

วิธีทำ

$$x + 5y = 19 \quad \dots \text{①}$$

$$2x - y = 5 \quad \dots \text{②}$$

ทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากัน

นำ 2 คูณสมการ ①

$$2x + 10y = 38 \quad \dots \text{③}$$

สมการ ③ - สมการ ②

$$(2x + 10y) - (2x - y) = 38 - 5$$

$$2x + 10y - 2x + y = 33$$

$$11y = 33$$

$$y = \frac{33}{11}$$

$$y = 3$$

แทนค่า $y = 3$ ในสมการ ①

$$x + 5(3) = 19$$

$$x + 15 = 19$$

$$x = 19 - 15$$

$$x = 4$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $x = 4, y = 3$ หรือ $(4, 3)$

ตัวอย่างที่ ๙ จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$3x - 2y = 8$$

$$2x + 5y = -1$$

วิธีทำ

$$3x - 2y = 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$2x + 5y = -1 \quad \dots \textcircled{2}$$

ทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากัน ซึ่ง ค.ร.น. ของ 3, 2 คือ 6

นำ 2 คูณสมการ $\textcircled{1}$

$$6x - 4y = 16 \quad \dots \textcircled{3}$$

นำ 3 คูณสมการ $\textcircled{2}$

$$6x + 15y = -3 \quad \dots \textcircled{4}$$

สมการ $\textcircled{3}$ - สมการ $\textcircled{4}$

$$(6x - 4y) - (6x + 15y) = 16 - (-3)$$

$$6x - 4y - 6x - 15y = 16 + 3$$

$$-19y = 19$$

$$y = \frac{19}{-19}$$

$$y = -1$$

แทนค่า $y = -1$ ในสมการ $\textcircled{1}$

$$3x - 2(-1) = 8$$

$$3x + 2 = 8$$

$$3x = 8 - 2$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $x = 2, y = -1$ หรือ $(2, -1)$

โจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- 1 อ่านโจทย์อย่างรอบคอบ พิจารณาหาสองปริมาณในโจทย์และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร
- 2 กำหนดตัวแปรแทนสองปริมาณ (ให้เป็น x และ y)
- 3 เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สองสมการ ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
- 4 ดำเนินการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 5 ตรวจสอบคำตอบ

ตัวอย่างที่ 10 เลขสองจำนวนรวมกันเท่ากับ 73 ผลต่างระหว่างสองเท่าของจำนวนมาก กับสามเท่าของจำนวนน้อยเป็น 21 จงหาเลขสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ให้ เลขจำนวนมากเป็น x

เลขจำนวนน้อยเป็น y

เลขสองจำนวนรวมกันเท่ากับ 73

$$x + y = 73 \quad \text{..... ①}$$

ผลต่างระหว่างสองเท่าของจำนวนมากกับสามเท่าของจำนวนน้อยเป็น 21

$$2x - 3y = 21 \quad \text{..... ②}$$

นำ 3 คูณสมการ ①

$$3x + 3y = 219 \quad \text{..... ③}$$

สมการ ② + สมการ ③

$$5x = 240$$

$$x = 48$$

แทนค่า $x = 48$ ในสมการ ①

$$48 + y = 73$$

$$y = 25$$

ดังนั้น เลขสองจำนวน คือ 48 และ 25

ตัวอย่างที่ 11 ซื้อส้มเขียวหวานมาสองชนิด เป็นเงิน 700 บาท ชนิดผลเล็กราคา กิโลกรัมละ 25 บาท ชนิดผลใหญ่ราคา กิโลกรัมละ 30 บาท รวมสองชนิดน้ำหนักรวมกัน 25 กิโลกรัม ซื้อส้มแต่ละชนิดกี่กิโลกรัม

วิธีทำ ให้ ซื้อส้มผลเล็ก x กิโลกรัม
ซื้อส้มผลใหญ่ y กิโลกรัม

ส้มผลเล็ก x กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 25 บาท เป็นเงิน $25x$ บาท

ส้มผลใหญ่ y กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 30 บาท เป็นเงิน $30y$ บาท

ซื้อส้มทั้งสองชนิดเป็นเงิน 700 บาท เขียนสมการได้ดังนี้

$$25x + 30y = 700 \quad \text{..... ①}$$

ซื้อส้มทั้งสองชนิด น้ำหนักรวมกัน 25 กิโลกรัม เขียนสมการได้ดังนี้

$$x + y = 25 \quad \text{..... ②}$$

นำ 25 คูณสมการ ②

$$25x + 25y = 625 \quad \text{..... ③}$$

สมการ ① – สมการ ③

$$(25x + 30y) - (25x + 25y) = 700 - 625$$

$$25x + 30y - 25x - 25y = 700 - 625$$

$$5y = 75$$

$$y = \frac{75}{5}$$

$$y = 15$$

แทนค่า $y = 15$ ในสมการ ②

$$x + 15 = 25$$

$$x = 25 - 15$$

$$x = 10$$

ดังนั้น ซื้อส้มเขียวหวานชนิดผลเล็ก 10 กิโลกรัม

และส้มเขียวหวานชนิดผลใหญ่ 15 กิโลกรัม

ตัวอย่างที่ 12 โลหะผสมสองชนิด ชนิดแรกมีทองแดง 25% ชนิดที่สองมีทองแดง 40% นำโลหะผสมทั้งสองชนิดนี้มาหลอมเป็นโลหะผสมชนิดใหม่หนัก 100 กรัม และมีทองแดงผสมอยู่ 34% ต้องใช้โลหะผสมทั้งสองชนิดอย่างละกี่กรัม

วิธีทำ ให้ โลหะผสมชนิดแรกหนัก x กรัม

โลหะผสมชนิดที่สองหนัก y กรัม

นำโลหะทั้งสองชนิดมาหลอมรวมกันเป็นโลหะผสมชนิดใหม่หนัก 100 กรัม

จะได้สมการ $x + y = 100 \quad \text{..... ①}$

$$\begin{aligned} \text{โลหะผสมชนิดแรกมีทองแดง 25\% คิดเป็นทองแดง} &= \frac{25}{100} x \text{ กรัม} \\ &= \frac{x}{4} \text{ กรัม} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{โลหะผสมชนิดที่สองมีทองแดง 40\% คิดเป็นทองแดง} &= \frac{40}{100} y \text{ กรัม} \\ &= \frac{2}{5} y \text{ กรัม} \end{aligned}$$

โลหะผสมชนิดใหม่ซึ่งหนัก 100 กรัม มีทองแดง 34%

$$\text{คิดเป็นทองแดง } \frac{34}{100} \times 100 = 34 \text{ กรัม}$$

$$\text{จะได้สมการ } \frac{x}{4} + \frac{2y}{5} = 34 \quad \text{..... ②}$$

$$\text{นำ 20 คูณสมการ ② ; } 5x + 8y = 680 \quad \text{..... ③}$$

$$\text{นำ 5 คูณสมการ ① ; } 5x + 5y = 500 \quad \text{..... ④}$$

$$\text{สมการ ③ - สมการ ④ } 3y = 180$$

$$y = 60$$

แทนค่า $y = 60$ ในสมการ ①

$$x + 60 = 100$$

$$x = 40$$

ดังนั้น ใช้โลหะผสมชนิดแรกหนัก 40 กรัม

ใช้โลหะผสมชนิดที่สองหนัก 60 กรัม

สรุป

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มีการคูณกันระหว่างตัวแปร

รูปทั่วไปของสมการ คือ $ax + by + c = 0$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว

และ $a \neq 0$, $b \neq 0$ พร้อมกัน

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการสองสมการ ซึ่งเขียนอยู่ในรูป

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

โดยที่ a_1 , b_1 และ a_2 , b_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง นิยมเขียนคำตอบของสมการอยู่ในรูปคู่อันดับ (x, y) ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะเป็นจุดตัดของกราฟเส้นตรงสองเส้น

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- ① วาดกราฟ
- ② วิธีการแทนค่า
- ③ วิธีการขจัดตัวแปร

	ใบงาน ที่ ๒	หน่วยที่ ... ๒
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๓-๔
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร		

เฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2

ตอนที่ ๑ คำชี้แจง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

๑. ข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ง. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = ๑$

๒. คู่อันดับ (๑, ๔) สอดคล้องกับสมการในข้อใด

ค. $y = ๔x$

๓. กราฟของ $x - ๒y = ๖$ ตัดบนแกน y ที่จุดใด

ข. (๐, -๓)

๔. กราฟของ $๒x + ๓y = ๙$ ตัดบนแกน x ที่จุดใด

ง. (๔.๕, ๐)

๕. จากระบบสมการ $x - ๓y = -๓$ ①

$๒x + ๓y = ๑๒$ ②

ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ข. ๓

๖. จากข้อ ๕ ค่าของ $y + ๒$ ตรงกับข้อใด

ก. ๔

๗. จากระบบสมการ $๕x + y = ๔$ ①

$x = ๒y + ๓$ ②

ค่าของ y ตรงกับข้อใด

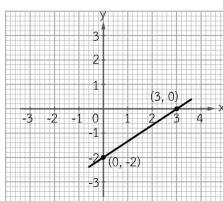
ข. -๑

๘. คู่อันดับในข้อใด เป็นคำตอบของระบบสมการ $๓x + ๒y = ๗$ และ $๙x - ๔y = ๑$

ข. (๑, ๒)

๙. จงเขียนกราฟของสมการ $๒x - ๓y = ๖$

ข.



๑๐. จากระบบสมการ $๓x + ๒y = ๙$

$๔x - ๓y = -๕$

ค่าของ $x - y$ ตรงกับข้อใด

ค. -๒

แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้
 อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง
 โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงจั่งต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร ส้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช่เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยึดปฏิบัติอย่างเต็มที่					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและ กาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและ สภาพแวดล้อม มีความพอใจเป็นที่เป็นที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น รับบทบาทของตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวม พลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและจัดความ ขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมที่จะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มี ความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วม สร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ

28-30 คะแนน = ดีมาก 15-19 คะแนน = ควรปรับปรุง
 25-27 คะแนน = ดี 0-14 คะแนน = ใช้ไม่ได้
 20-24 คะแนน = พอใช้

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

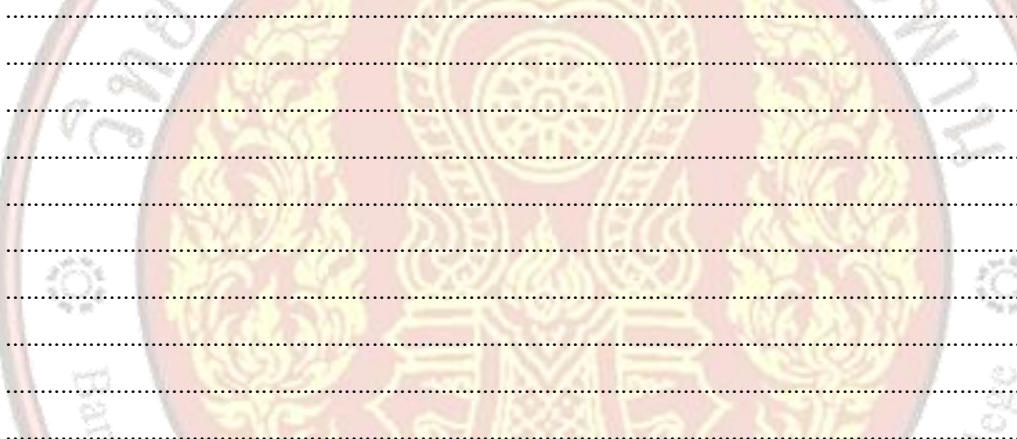
ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ



แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๓
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๕-๖
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ความรู้เบื้องต้นทางสถิติ	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน ความรู้เบื้องต้นทางสถิติ		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน....-

๒) วิธีประเมิน.....-

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูทวดเวท

๕. สารการเรียนรู้

๑. ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๒. ความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ (สัปดาห์ที่ ๓-๕)

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑. ครูและผู้เรียนสนทนาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัวเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มีการคูณกันระหว่างตัวแปร

๒. ครูและผู้เรียนสนทนาว่าจากที่นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว

$$\begin{array}{lcl} \text{เช่น} & 2x + 1 = 5 & \text{..... ①} \\ & 2x & = 4 \\ & x & = 2 \end{array}$$

จะเห็นว่าคำตอบของสมการมีเพียงค่าเดียว คือ $x = 2$ และจากสมการข้างต้น ถ้าเปลี่ยน ๑ เป็น y จะได้สมการ $2x + y = 5$ ②

ขั้นสอน

๓. ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้โสตทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่นำอุปกรณ์โสตทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน โสตทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ Power Point เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และใช้เทคนิค Demonstration Method การจัดการเรียนรู้แบบสาธิตเพื่อคำนวณหาค่าต่างๆ ของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๔. ครูและผู้เรียนช่วยกันคำนวณหา

๑) จงเขียนกราฟของสมการ โดยกำหนด $0 \leq x \leq 2$

๒) จากกราฟจงหาค่า y เมื่อ $x = 0.5$

กำหนดสมการ $3x + y = 6$

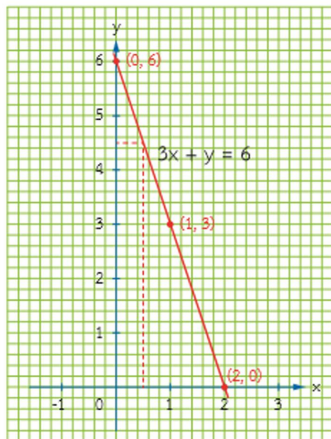
1) กำหนดค่า x เป็น 0, 1, 2 และแทนค่าในสมการเพื่อหาค่า y

เมื่อ $x = 0$	เมื่อ $x = 1$	เมื่อ $x = 2$
$3(0) + y = 6$	$3(1) + y = 6$	$3(2) + y = 6$
$y = 6$	$y = 6 - 3$	$y = 6 - 6$
	$y = 3$	$y = 0$

นำมาเขียนในรูปตาราง

x	0	1	2
y	6	3	0

จะได้กราฟของสมการ $3x + y = 6$ ดังนี้



*** อ่านค่าจากกราฟ**

จาก $x = 0.5$ ลากเส้นประ
ไปยังกราฟแล้วอ่านค่า
ที่แกน y จะได้ $y = 4.5$

2) จากกราฟ เมื่อ $x = 0.5$ ค่า y จะเท่ากับ 4.5

จากกราฟ เมื่อ $x = 2, y = 0$ กราฟตัดแกน x
เมื่อ $x = 0, y = 6$ กราฟตัดแกน y

๕. ผู้เรียนฝึกทักษะทำกิจกรรม โดยหาค่าเพื่อพิจารณาคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในลักษณะต่างๆ

๖. ครูใช้เทคนิค การจัดการเรียนรู้แบบสาธิต (Demonstration Method) คือ กระบวนการที่ผู้สอน หรือ บุคคลใดบุคคลหนึ่งใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ โดยการแสดงหรือกระทำให้ดูเป็น ตัวอย่างพร้อม ๆ กับการบอก อธิบาย ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้จากการสังเกต กระบวนการ ขั้นตอนการสาธิตนั้น ๆ แล้วให้ผู้เรียนซักถาม อภิปราย และสรุปการเรียนรู้ที่ได้จากการสาธิตในเรื่องความหมาย ของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ระบบของสมการที่ประกอบด้วย สมการเชิงเส้นที่มี ตัวแปรสองตัว และมีจำนวนสมการสองสมการ เขียนในรูป

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{..... ①}$$

$$\text{และ } a_2x + b_2y = c_2 \quad \text{..... ②}$$

เมื่อ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ เป็นจำนวนจริง โดยที่ a_1, b_1 และ a_2, b_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง

หรือคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับทั้งสองสมการ

๖. ครูเน้นผู้เรียนให้มีความละเอียดรอบคอบ มีความอดทน มีความเข้มแข็ง มีความเพียรพยายามให้มีความสามารถฝึกปฏิบัติได้จริง นอกจากนั้นยังให้ระมัดระวังความปลอดภัยในการฝึกปฏิบัติงานที่อาจเกิดขึ้นได้โดยไม่ได้ตั้งใจ เพราะในการประกอบอาชีพจริง ๆ ผู้เรียนต้องรับผิดชอบในงานที่ลูกค้านำมาให้ทำ ดังนั้นผู้เรียนต้องฝึกทักษะความชำนาญเหล่านี้ให้มีประสิทธิภาพ เพื่อสร้างรายได้ที่ดีในอนาคตต่อไป และพร้อมรับผลกระทบและความเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นในอนาคต คือ ทำให้เข้มแข็ง ก็จะทำให้ครอบครัวมีเงินออมอันเกิดจากการทำงานของเราได้ ถือเป็นเงื่อนไขสำคัญคือเรื่องคุณธรรม ลักษณะดังกล่าวนี้ก็จะเป็นการสร้างภูมิคุ้มกันที่ดีในตัวเอง รวมทั้งมีความอดทน มีความเพียรพยายามในการทำงานในชีวิตประจำวันได้ในอนาคตต่อไปเป็นอย่างดี

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๗. ผู้เรียนสรุปความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการคำนวณหา และถามตอบ

๘. ผู้เรียนทำกิจกรรม และแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ

ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Power
๓. กิจกรรมการเรียนการสอน
๔. รูปภาพประกอบ
๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

๘.๑ หลักฐานความรู้

๑. บันทึกการสอน
๒. ใบเช็กรายชื่อ

๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน

๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน

๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้
๓. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๒ วิธีการประเมิน

๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๓ เครื่องมือประเมิน

๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา

	ใบความรู้ ที่ ๓	หน่วยที่ ... ๓
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๕-๖
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ความรู้เบื้องต้นทางสถิติ	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่องความรู้เบื้องต้นทางสถิติ		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษานักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. เนื้อหาสาระ

ความหมายของสถิติ

แบ่งออกเป็น 2 ประการ คือ

- ๑ **สถิติ** หมายถึง ตัวเลขที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลเพื่อแสดงให้เห็นข้อเท็จจริงของข้อมูล เช่น
- ☀ สถิติจำนวนประชากรในประเทศไทย 66,188,503 คน (ณ วันที่ 31 ธันวาคม พ.ศ. 2560)
 - ☀ สถิติจำนวนผู้สำเร็จการศึกษาระดับ ปวช. ปวส. และอนุปริญญา ในปีการศึกษา 2558 รวม 266,849 คน เป็นต้น

๒ **สถิติ** หมายถึง ศาสตร์ที่เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลป์ที่ว่าด้วยการศึกษาข้อมูลที่เรียกว่าระเบียบวิธีทางสถิติ ซึ่งประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของข้อมูล

สถิติ ตามความหมายที่เป็นระเบียบวิธีทางสถิติสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive Statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistics)

๑ **สถิติเชิงพรรณนา** เป็นสถิติที่ใช้ในการอธิบายหรือบรรยายลักษณะต่างๆ เฉพาะกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษาเท่านั้น โดยจะอ้างอิงไปยังกลุ่มอื่นไม่ได้ นอกจากนี้ รูปแบบของการรายงานจะใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เช่น การแจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย เป็นต้น โดยไม่ต้องอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็น

๒ **สถิติเชิงอนุมาน** เป็นสถิติที่ศึกษาตัวอย่าง เพื่อนำผลไปใช้อ้างอิงหรืออนุมานเพื่ออธิบายลักษณะต่างๆ ของประชากร โดยอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นมาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูล เช่น วิธีการประมาณค่า การทดสอบสมมติฐาน เป็นต้น

การนำสถิติไปใช้อย่างถูกต้องเป็นสิ่งจำเป็นและมีประโยชน์อย่างยิ่ง ซึ่งประโยชน์ของสถิติมีดังนี้

๑ ประโยชน์ในการดำเนินชีวิตประจำวัน เป็นสิ่งที่ชี้ให้เห็นถึงเหตุการณ์ ข้อเท็จจริงในแต่ละบุคคล ซึ่งเกี่ยวข้องกับสถิติโดยไม่รู้ตัว เช่น การเก็บข้อมูล เวลาที่ใช้ในการเดินทางไปมหาวิทยาลัย เวลาที่ใช้ในการอ่านหนังสือ เวลาที่ใช้ในการสังสรรค์กับเพื่อน สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้เห็นข้อเท็จจริงที่เกิดขึ้น อันจะเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางแก้ไขปรับปรุงในโอกาสต่อไป

๒ ประโยชน์ในการวางแผน การใช้สถิติช่วยในการวางแผน ตั้งแต่การพิจารณารายรับและรายจ่ายของแต่ละครอบครัวจนถึงการวางแผนในอนาคต

๓ ประโยชน์ในการทดลองและงานวิจัยโดยใช้ระเบียบวิธีทางสถิติมาใช้ในการทดลองและวิจัย

๔ ประโยชน์ในการตัดสินใจและกำหนดนโยบาย เป็นการนำสถิติมาใช้ในการตัดสินใจ และกำหนดนโยบายของงานรัฐบาล ธุรกิจ และเอกชน

ข้อมูลและข้อมูลสถิติ

ข้อมูล (Data) หมายถึง ข้อเท็จจริงหรือข่าวสารต่างๆ ที่เก็บรวบรวมเพื่อศึกษาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งข้อมูลอาจจะเป็นตัวเลขหรือไม่เป็นตัวเลขก็ได้

- ☀ สุภาพรสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานได้ 20 คะแนน
 - ☀ กีฬาโอลิมปิก 2016 ครั้งที่ 31 ที่นครรีโอเดจาเนโร สหพันธ์สาธารณรัฐบราซิล เป็นต้น
- บางครั้งเรียกข้อมูลที่เป็นตัวเลขแต่ละค่าว่า ค่าสังเกต (Observation)

ข้อมูลสถิติ (Statistical data) หมายถึง ข้อมูลที่ต้องมีจำนวนมากพอที่จะแสดงถึงลักษณะของกลุ่มหรือส่วนรวม สามารถนำไปใช้ในการเปรียบเทียบหรือตีความหมายได้ ข้อมูลเพียงหน่วยเดียวไม่ถือว่าเป็นข้อมูลสถิติ เช่น

- ☀ นพณอายุ 20 ปี **ไม่เป็นข้อมูลสถิติ**
- ☀ อายุเฉลี่ยของนักเรียน ปวช. เท่ากับ 18 ปี **เป็นข้อมูลสถิติ**
- ☀ คะแนนสอบเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเป็น 20 คะแนน **เป็นข้อมูลสถิติ** เป็นต้น

ประเภทและแหล่งของข้อมูล

โดยทั่วไปข้อมูลในทางสถิติแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) และข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data)

- ➊ ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) เป็นข้อมูลที่เก็บได้เป็นตัวเลขที่สามารถบอกถึงขนาดหรือปริมาณหรือจำนวนได้ เช่น อายุ ส่วนสูง น้ำหนัก ความยาว ระยะทาง ราคาสินค้า เป็นต้น
- ➋ ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) เป็นข้อมูลที่แสดงถึงคุณลักษณะของสิ่งที่กำลังสนใจ ที่ไม่สามารถวัดออกมาเป็นตัวเลขได้โดยตรง เช่น เพศ สถานภาพ สัญชาติ ศาสนา อาชีพ ภูมิสำเนา ระดับการศึกษา เป็นต้น

ข้อมูลในทางสถิติแบ่งตามแหล่งที่มาของข้อมูลเป็น 2 ชนิด คือ ข้อมูลปฐมภูมิและข้อมูลทุติยภูมิ

- ➊ ข้อมูลปฐมภูมิ (Primary data) เป็นข้อมูลที่ได้มาจากแหล่งที่เป็นต้นกำเนิดของข้อมูลที่เราต้องการศึกษาโดยตรงและเก็บรวบรวมด้วยตนเอง อาจใช้การสัมภาษณ์ การสังเกต การทดลอง เป็นต้น
- ➋ ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary data) คือ ข้อมูลที่ได้จากแหล่งข้อมูลอื่นที่ไม่ได้มาจากแหล่งข้อมูลโดยตรง โดยแหล่งข้อมูลดังกล่าวได้เก็บข้อมูลไว้แล้ว เพียงไปนำมาใช้งาน เช่น ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ กระทรวงมหาดไทย กระทรวงศึกษาธิการ เป็นต้น

ระเบียบทางสถิติ

สถิติมีความหมายที่เป็นทั้งวิทยาศาสตร์หรือศิลป์ที่ว่าด้วยการดำเนินการทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับระเบียบวิธีทางสถิติ โดยมีขั้นตอนในการปฏิบัติ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ ① การเก็บรวบรวมข้อมูล (Collection of data) คือ การรวบรวมข้อเท็จจริงจากตัวอย่างที่เราสนใจในเรื่องนั้นมาเป็นข้อมูลของเรา

ขั้นที่ ② การนำเสนอข้อมูล (Presentation of data) คือ การนำเอาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาแสดงให้เห็นได้ง่ายขึ้น ซึ่งอาจจะแสดงในรูปของกราฟ แผนภูมิ ตารางแจกแจงความถี่ เพื่อที่จะนำผลไปแสดงการวิเคราะห์และสรุปผลในขั้นต่อไป

ขั้นที่ ③ การวิเคราะห์ข้อมูล (Analysis of data) คือ การนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้มาคำนวณเพื่อให้ได้ค่าสถิติที่เราต้องการที่จะใช้ประโยชน์ต่อไป เช่น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นต้น

ขั้นที่ ④ การแปลความหมายข้อมูล (Interpretation of data) คือ การนำค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลมาให้ความหมายเพื่อสรุปและอธิบายลักษณะของข้อมูลที่ได้อธิบายหรือคำนวณค่าเป็นค่าสถิติต่างๆ แล้ว จึงนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลนั้น ก่อนที่จะลงมือเก็บรวบรวมข้อมูล เราต้องพิจารณาประเภทและลักษณะของข้อมูลที่จะใช้เสียก่อนว่า ข้อมูลที่จะใช้นั้นจะต้องเก็บจากหน่วยที่เราต้องการศึกษา ซึ่งเรียกว่า ข้อมูลปฐมภูมิ หรือข้อมูลประเภทที่เราไม่จำเป็นต้องไปเก็บรวบรวมด้วยตนเองเพราะมีข้อมูลรวบรวมอยู่แล้วเป็นข้อมูลทุติยภูมิ เช่น ถ้าเราต้องการทราบรายได้เฉลี่ยของคนงานในโรงงานแปรรูปอาหารทะเลของบริษัท มหาชัย จำกัด อาจจะได้ข้อมูลโดยการสอบถามจากคนงานโรงงานนั้นโดยตรงเลย ข้อมูลที่ได้นั้นคือ ข้อมูลปฐมภูมิ แต่บางครั้งอาจจะขอข้อมูลรายได้จากแผนกการเงินของโรงงาน เราก็อาจจะทราบได้เช่นกัน ข้อมูลที่ได้นี้เรียกว่า ข้อมูลทุติยภูมิ ทำให้เราประหยัดเวลา ค่าใช้จ่าย และใช้ข้อมูลได้ทันเวลา วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยทั่วไปแบ่งตามลักษณะของวิธีการที่ต้องปฏิบัติ ดังนี้

① ทะเบียนประวัติ (Registration) เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยมีหน่วยงานทางราชการ รัฐวิสาหกิจ เอกชน หรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลนั้นๆ ได้จัดรวบรวมไว้แล้ว ซึ่งข้อมูลจะมีความเชื่อถือได้มากควรมีการปรับให้เป็นปัจจุบันอยู่เสมอ เช่น จำนวนพี่น้อง และอาชีพของผู้ปกครองนักเรียน ก็เก็บข้อมูลได้จากฝ่ายทะเบียนนักเรียน หรือปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยในช่วงเดือนพฤษภาคม - กรกฎาคม สามารถเก็บข้อมูลจากกรมอุตุนิยมวิทยา เป็นต้น

การสำรวจ สามารถแบ่งออกได้เป็น ดังนี้

❶ การสำรวจโดยการสัมภาษณ์ ได้แก่ การสำรวจโดยส่งเจ้าหน้าที่สัมภาษณ์ผู้ที่เกี่ยวข้อง หรือเป็นแหล่งที่ให้ข้อมูลกับเรื่องที่ต้องการ ผู้ที่สำรวจจะต้องเป็นผู้ถามและจดบันทึกข้อมูลต่างๆ ที่เราสนใจด้วยตนเองและทำไปจนกระทั่งได้จำนวนครบตามที่ต้องการ เช่น การสำรวจผลกระทบของโรงงานอุตสาหกรรมกับความเป็นอยู่ของคนในเมืองนั้น ผู้สำรวจอาจไปสัมภาษณ์คนในเมืองนั้น ว่าคิดอย่างไร

❷ การตั้งกระทู้ถามหรือการออกแบบสอบถาม ได้แก่ การเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีส่งแบบสอบถามไปยังหน่วยที่ต้องการข้อมูล เพื่อให้ตอบข้อความที่ต้องการแล้วส่งกลับคืนมายังผู้สำรวจ หรือให้เจ้าหน้าที่ไปสอบถามตามหน่วยที่ให้ข้อมูล แล้วสอบถามตามหัวข้อในแบบสอบถามนั้น วิธีนี้จะหมดเปลืองค่าใช้จ่ายน้อย แต่มีข้อเสียที่ผู้ตอบมักจะไม่สนใจตอบหรือส่งแบบสอบถามคืนมา

การสำมะโน (Census) เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลแบบแจงนับจากทุกๆ หน่วยในประชากร เช่น

- ☀ การสำรวจสำมะโนครัวทุกๆ ครัวเรือนของประชาชนไทย
- ☀ การสำมะโนอุตสาหกรรม เป็นต้น

❸ การทดลอง (Experiment) เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการทดลอง กระบวนการค้นหาความจริงโดยวิธีทางวิทยาศาสตร์ เป็นการศึกษาค้นคว้าข้อมูล โดยการวัด นับ หรือสังเกตจากแหล่งข้อมูลโดยตรง ส่วนใหญ่ข้อมูลประเภทนี้เป็นข้อมูลทางด้านวิทยาศาสตร์ การเกษตร อุตสาหกรรม เช่น

- ☀ การศึกษาอายุการใช้งานของเครื่องปรับอากาศยี่ห้อต่างๆ
- ☀ การศึกษาผลของการออกกำลังกายแต่ละบุคคล เป็นต้น

❹ การสังเกต (Observation) เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต และจดบันทึกข้อมูลที่สนใจไว้ จะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับความชำนาญของผู้เก็บรวบรวมข้อมูล เรื่องนั้นโดยตรง เช่น

- ☀ จำนวนผู้ใช้อินเทอร์เน็ตในห้องสมุด
- ☀ จำนวนผู้ใช้รถไฟฟ้า BTS ในวันหยุด เป็นต้น

การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนอข้อมูล เป็นการนำข้อมูลที่ได้รับการเก็บรวบรวมข้อมูลมาเผยแพร่แสดงให้ผู้สนใจทราบ เพื่อให้ผู้เกี่ยวข้องสามารถทำความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูล หรือนำไปใช้ประโยชน์ได้สะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น การนำเสนอข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ การนำเสนอข้อมูลอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Presentation) และการนำเสนอข้อมูลอย่างเป็นแบบแผน (Formal Presentation)

1 การนำเสนอข้อมูลอย่างไม่เป็นแบบแผน

การนำเสนอข้อมูลที่ไม่จำเป็นต้องมีกฎเกณฑ์มากนักที่ใช้กันมี 2 วิธี ดังนี้

1.1 การนำเสนอข้อมูลในรูปข้อความ เป็นการนำเสนอข้อมูลที่เป็นตัวเลขมาเสนอเป็นส่วนหนึ่งของข้อความ การนำเสนอแบบนี้เพื่อให้ทราบรายละเอียดที่แน่นอนเหมาะสำหรับการนำเสนอข้อมูลที่ไม่ค่อยยาวมากนักและไม่ซับซ้อน มักจะพบได้ทั่วไปในหนังสือพิมพ์ รายการวิทยุโทรทัศน์ ตัวอย่างเช่น “อาเซียนมีพื้นที่ราว 4,435,570 ตารางกิโลเมตร มีประชากรราว 590 ล้านคน”

1.2 การนำเสนอข้อมูลในรูปข้อความกึ่งตาราง เป็นการนำเสนอข้อมูลโดยแยกตัวเลขออกจากข้อความ เพื่อให้ความสะดวกในการเปรียบเทียบและเข้าใจการนำเสนอของข้อมูลได้ง่ายขึ้น

2 การนำเสนอข้อมูลอย่างเป็นแบบแผน

การนำเสนอข้อมูลที่มีกฎเกณฑ์จะต้องปฏิบัติตามมาตรฐานที่กำหนดไว้เป็นแบบแผน การนำเสนอข้อมูลโดยวิธีนี้ที่สำคัญ ได้แก่ การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง การนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิและแผนภาพ และการนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง

เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ยอมรับใช้กันมาก วิธีการนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีรายละเอียดเป็นจำนวนมากและมีความสัมพันธ์กันระหว่างข้อมูลเหล่านั้น เพื่อให้ผู้ใช้งานสามารถหาข้อมูลตามที่ต้องการได้รวดเร็ว ช่วยให้สะดวกในการเปรียบเทียบได้ง่ายขึ้น

การนำเสนอข้อมูลในรูปตารางมีรูปแบบการนำเสนอ ประกอบด้วย

1. หมายเลขตาราง (Table number)
2. ชื่อเรื่อง (Title)
3. ตัวชี้ (Stub entries)
4. หัวชี้ (Stub head)
5. หัวเรื่อง (Caption)
6. สดมภ์ (Column)

7. ตัวเรื่อง (Body)

8. หมายเหตุ (Footnote)

9. แหล่งที่มา (Source note)

หมายเลขตาราง ชื่อเรื่อง

หัวข้อ	หัวข้อ	หัวเรื่อง		
		สดมภ์	สดมภ์	สดมภ์
ตัวชี้วัด	ตัวชี้วัด	ตัวเรื่อง	ตัวเรื่อง	ตัวเรื่อง

หมายเหตุ (ถ้ามี)

แหล่งที่มา

การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง โดยทั่วไปจำแนกลักษณะของตารางสถิติออกเป็น 4 ชนิด
คือ ตารางแสดงความถี่ ตารางทางเดียว ตารางสองทาง และตารางหลายทาง

❶ **ตารางแสดงความถี่ (Frequency table)** หรือตารางแจกแจงความถี่ คือ ตารางที่มีตัวเรื่อง แสดงความถี่ของข้อมูล เช่น

ตารางที่ ❶ จำนวนคณาจารย์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ จำแนกตามคณะ/หน่วยงานที่สังกัดปีการศึกษา 2561

คณะ/หน่วยงานที่สังกัด	จำนวนคน
1. วิทยาลัยเพาะช่าง	88
2. คณะศิลปศาสตร์	105
3. คณะบริหารธุรกิจ	108
4. คณะอุตสาหกรรมและเทคโนโลยี	31
5. คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์	74
6. คณะอุตสาหกรรมการโรงแรมและการท่องเที่ยว	20
รวม	426

❷ **ตารางทางเดียว (One-way table)** คือ ตารางที่มีการจำแนกรายการบนหัวเรื่องหรือตัวชี้วัดเพียงด้านเดียวหรือจำแนกเพียงลักษณะเดียวเท่านั้น เช่น

ตารางที่ ❷ จำนวนนักศึกษาคณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ จำแนกตามสาขาวิชา ปีการศึกษา 2561

สาขาวิชา	จำนวน (คน)
ภาษาจีน	79
ภาษาญี่ปุ่น	76
ภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสารสากล	99
รวม	254



ข้อสังเกต

ตารางแสดงความถี่และตารางทางเดียวมีลักษณะเหมือนกัน จะต่างกันตรงหัวเรื่อง ตารางทางเดียวหัวเรื่องแสดงค่าของข้อมูล แต่ตารางแสดงความถี่หัวเรื่องแสดงจำนวนความถี่ของข้อมูล

③ ตารางสองทาง (Two-way table) คือ ตารางที่มีการจำแนกรายการบนหัวเรื่อง และตัวชี้วัดทั้งสองข้าง หรือจำแนกลักษณะสองลักษณะ เช่น

ตารางที่ ③ การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ของโรงเรียน จากผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559 - 2560

กลุ่มสาระการเรียนรู้	คะแนนเฉลี่ยร้อยละ	
	2559	2560
ภาษาไทย	69.13	65.43
สังคมศึกษา	45.10	42.90
ภาษาอังกฤษ	58.59	59.19
คณิตศาสตร์	44.38	48.18
วิทยาศาสตร์	36.58	37.41

④ ตารางหลายทาง (Multi-way table) คือ ตารางที่มีการจำแนกรายการบนหัวเรื่องหรือตัวชี้วัดให้ย่อยลงไปอีกจากตารางสองทาง เช่น

ตารางที่ ④ จำนวนนักศึกษาของคณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ จำแนกตามชั้นปีและสาขาวิชา ปีการศึกษา 2561

ชั้นปี	สาขาวิชาภาษาจีน		สาขาวิชาภาษาญี่ปุ่น		สาขาวิชาภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสารสากล	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
ปีที่ 1	6	30	11	13	3	17
ปีที่ 2	1	29	16	32	3	27
ปีที่ 3	8	34	15	29	2	38
ปีที่ 4	4	28	13	25	5	40

2.2 การนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิและแผนภาพ

การนำเสนอแบบนี้เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถเปรียบเทียบข้อมูลได้ง่ายกว่าการนำเสนอข้อมูลเป็นเชิงตัวเลขหรือการนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง มีหลักการนำเสนอดังนี้

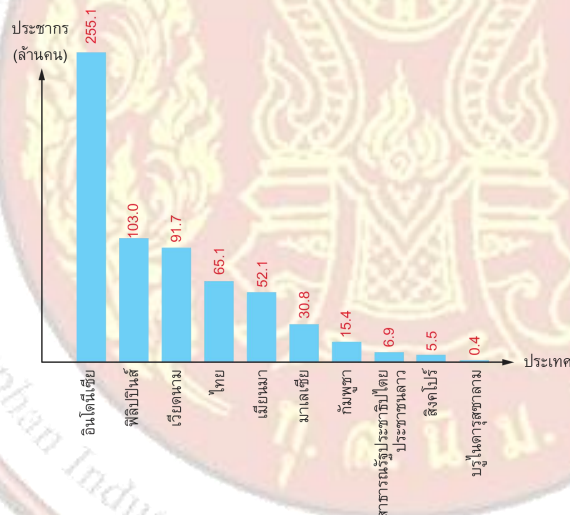
- 1) หมายเลขแผนภูมิหรือแผนภาพ (ถ้ามีหลายแผนภูมิหรือแผนภาพ)
- 2) ชื่อแผนภูมิหรือแผนภาพ
- 3) แหล่งที่มาของแผนภูมิหรือแผนภาพ

การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิและแผนภาพ สามารถแบ่งออกได้ดังนี้ คือ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิวง แผนภูมิรูปภาพ และแผนที่สถิติ

❶ **แผนภูมิแท่ง (Bar chart)** ประกอบด้วยแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้า อาจจะอยู่ในแนวตั้งหรือแนวนอนก็ได้ และเราเรียกแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้าว่า แท่ง (Bar) ความสูงของแต่ละแท่งจะต้องได้สัดส่วนกับจำนวนหรือขนาดของข้อมูล แผนภูมิแท่งจำแนกเป็นประเภทต่างๆ ได้ดังนี้

☀ **แผนภูมิแท่งเชิงเดี่ยว (Simple bar chart)** ใช้แสดงการเปรียบเทียบลักษณะข้อมูลที่น่าสนใจเพียงลักษณะเดียว เช่น จำนวนนักเรียน จำนวนเงิน มูลค่าการนำเข้าของรถยนต์ เป็นต้น

แผนภูมิ ❶ การเปรียบเทียบจำนวนประชากรในอาเซียน ปี พ.ศ. 2558



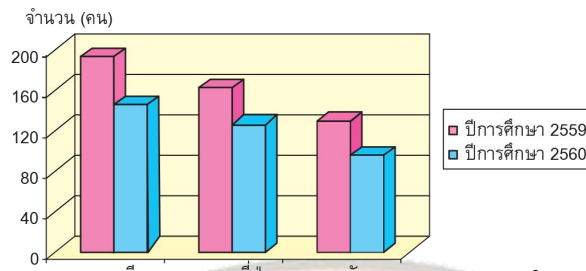
☀ **แผนภูมิแท่งเชิงซ้อน (Multiple bar chart)** ใช้แสดงการเปรียบเทียบลักษณะข้อมูลที่น่าสนใจศึกษาตั้งแต่สองลักษณะหรือสองช่วงเวลาขึ้นไป

ตัวอย่าง

จำนวนนักศึกษาคณะศิลปศาสตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์
จำแนกตามสาขาวิชา ปีการศึกษา 2559-2560

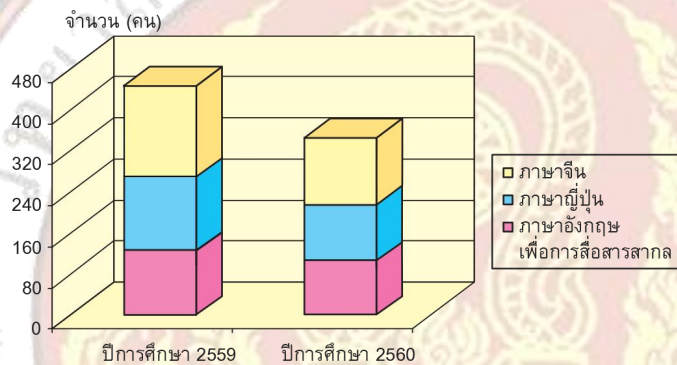
ปีการศึกษา	สาขาวิชา		
	ภาษาจีน	ภาษาญี่ปุ่น	ภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสารสากล
2559	180	150	135
2560	130	110	100

แผนภูมิ ② การเปรียบเทียบจำนวนนักศึกษาคณะศิลปศาสตร์ จำแนกตามสาขาวิชา
ปีการศึกษา 2559-2560



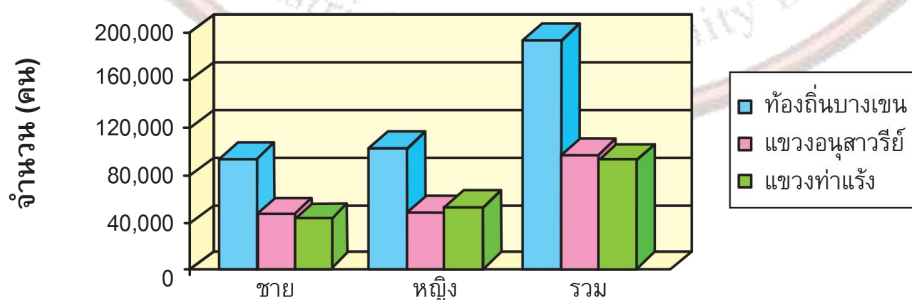
☀ แผนภูมิแท่งส่วนประกอบ (Component bar chart) ใช้แสดงรายละเอียดส่วนย่อยของข้อมูลชุดเดียวกันที่จะนำเสนอ

แผนภูมิ ③ จำนวนนักศึกษาคณะศิลปศาสตร์ จำแนกตามสาขาวิชา ปีการศึกษา 2559-2560



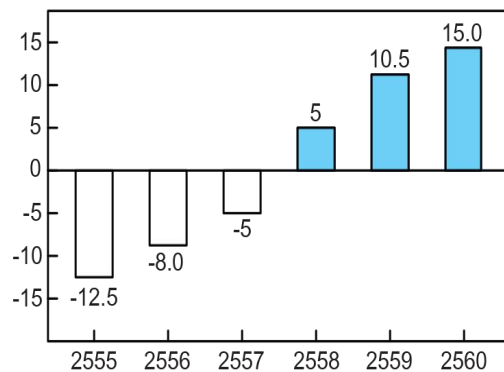
☀ แผนภูมิแท่งซ้อนกัน (Overlapping bar chart) ใช้แสดงการเปรียบเทียบระหว่างแท่งที่เหลื่อมกันซึ่งอยู่ในลักษณะซ้อนกันหลายๆ แท่ง เพื่อให้ดูชัดเจนขึ้น

แผนภูมิ ④ จำนวนประชากร ณ ไตรมาสที่ 4 (ปีงบประมาณ 2559) ของสำนักงานเขตบางเขน



☀ แผนภูมิแท่งบวก - ลบ (Plus minus bar chart) ใช้แสดงการเปรียบเทียบที่มีค่าเป็นไปได้อัตราบวกและลบ เช่น แสดงกำไร - ขาดทุน

แผนภูมิ ⑤ ผลการดำเนินงานกำไร - ขาดทุนของบริษัท เจริญดี จำกัด
ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2555 - 2560



② แผนภูมิวง (Pie - chart) ใช้แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดของข้อมูลชุดเดียวกัน แสดงด้วยรูปวงกลม โดยแบ่งรูปวงกลมออกเป็นส่วนๆ ที่จุดศูนย์กลางตามขนาดของข้อมูล นั่นคือ

$$\text{ขนาดของมุมข้อมูล} = \frac{\text{ข้อมูลชนิดนั้น}}{\text{ข้อมูลทั้งหมด}} \times 360^\circ$$

$$\text{ร้อยละของข้อมูล} = \frac{\text{ข้อมูลชนิดนั้น}}{\text{ข้อมูลทั้งหมด}} \times 100\%$$

โดยทั่วไปจะเขียนแสดงว่าแต่ละส่วนคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลทั้งหมด

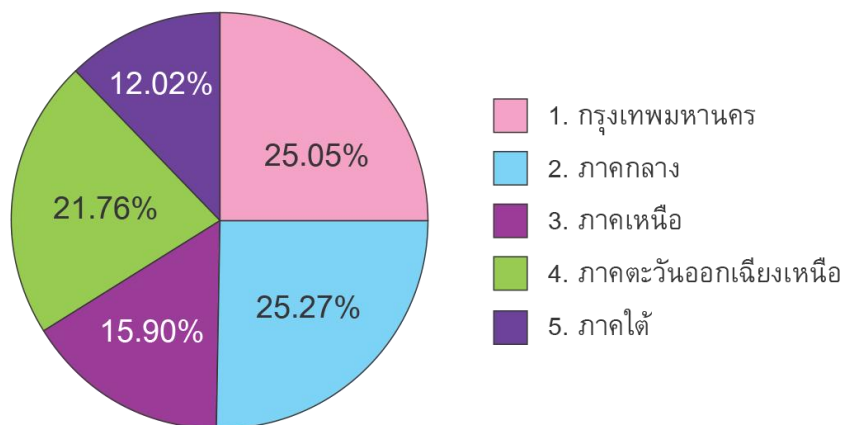
ตัวอย่าง

ตารางแสดงจำนวนทันตแพทย์ ปีพ.ศ. 2560 จำแนกตามภูมิภาค

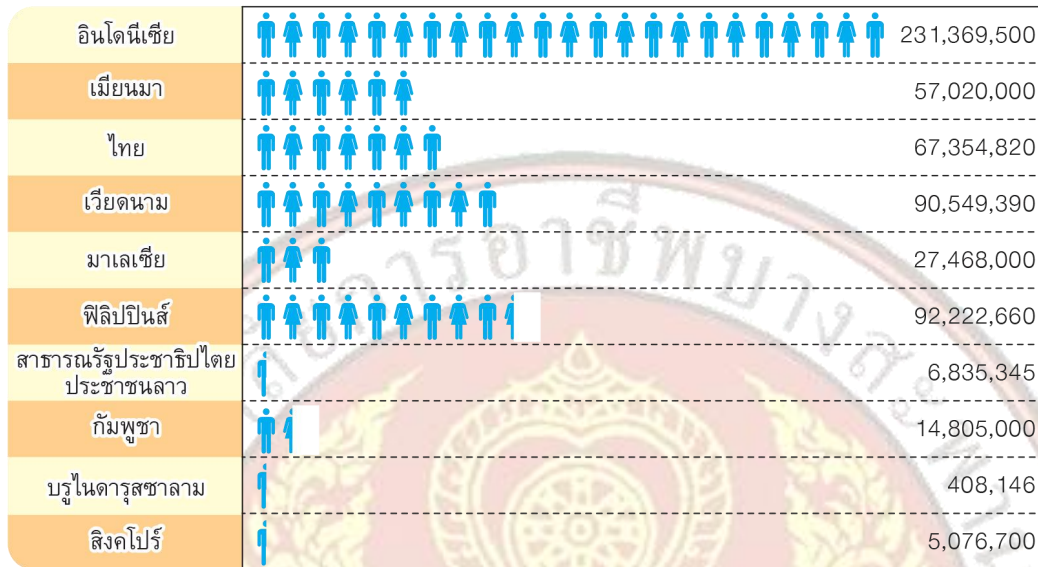
ภูมิภาค	จำนวน	ร้อยละ	องศา
กรุงเทพมหานคร	8,856	$\frac{8,865}{35,388} \times 100 = 25.05$	$\frac{8,865}{35,388} \times 360 = 90.2$
ภาคกลาง	8,941	$\frac{8,941}{35,388} \times 100 = 25.27$	$\frac{8,941}{35,388} \times 360 = 90.9$
ภาคเหนือ	5,627	$\frac{5,627}{35,388} \times 100 = 15.90$	$\frac{5,627}{35,388} \times 360 = 57.2$
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	7,703	$\frac{7,703}{35,388} \times 100 = 21.76$	$\frac{7,703}{35,388} \times 360 = 78.4$
ภาคใต้	4,252	$\frac{4,252}{35,388} \times 100 = 17.37$	$\frac{4,252}{35,388} \times 360 = 43.3$
รวม	35,388	100	360

จากข้อมูลข้างต้น นำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิวง ดังนี้

แผนภูมิ ⑥ จำนวนทันตแพทย์ ปีพ.ศ. 2560 จำแนกตามภูมิภาค



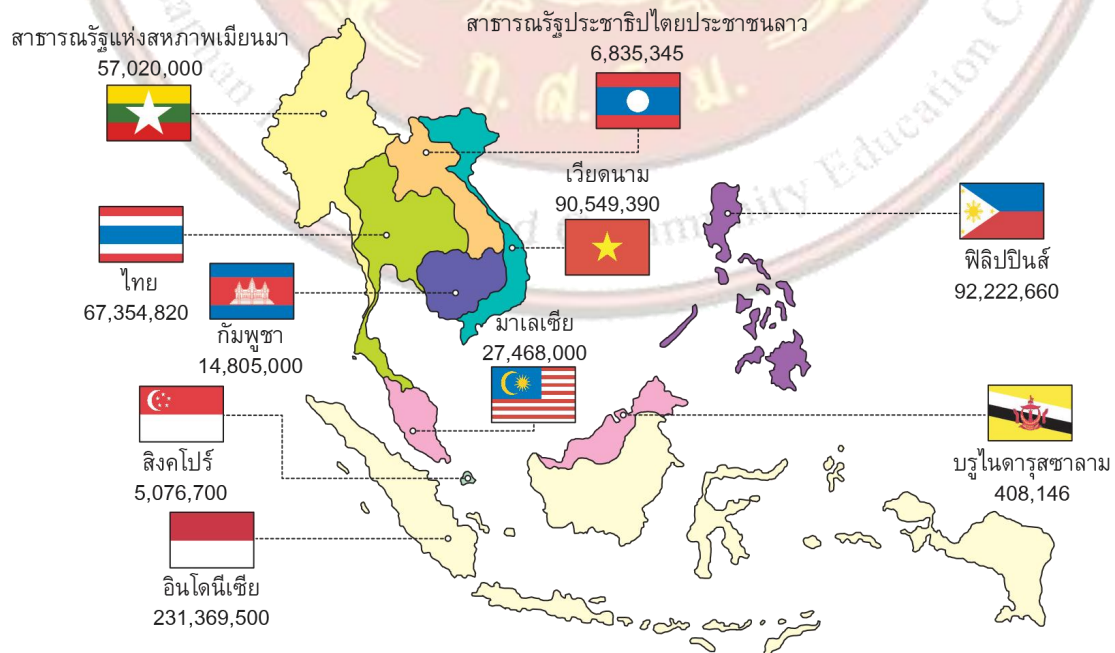
③ **แผนภูมิรูปภาพ (Pictogram)** เป็นแผนภูมิที่ใช้รูปภาพแทนค่าของจำนวนหนึ่งของข้อมูลที่น่าสนใจ



 เท่ากับความหนาแน่นของประชากร 10,000,000 คน

④ **แผนที่สถิติ (Statistical map)** เป็นแผนภูมิที่นำเสนอข้อมูลโดยอาศัยหลักทางภูมิศาสตร์ เพื่อทำให้การเปรียบเทียบข้อมูลที่อยู่ในพื้นที่ทางภูมิศาสตร์เป็นไปได้ง่ายและรวดเร็ว

แผนที่สถิติแสดงการเปรียบเทียบจำนวนประชากรในอาเซียน



2.3 การนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้น

การนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้น นิยมใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาเป็นข้อมูลที่แสดงการเปลี่ยนแปลงตามลำดับก่อนหลัง และเกิดขึ้นเป็นช่วงๆ ของเวลาหลายๆ ช่วง การนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีนี้สามารถเห็นลักษณะข้อมูลได้ชัดเจนและรวดเร็ว ทั้งช่วยพยากรณ์ข้อมูลที่ต้องการในอนาคตได้ การนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้นมีดังนี้ คือ กราฟเส้นเชิงเดี่ยว กราฟเส้นเชิงซ้อน และกราฟเส้นเชิงประกอบ

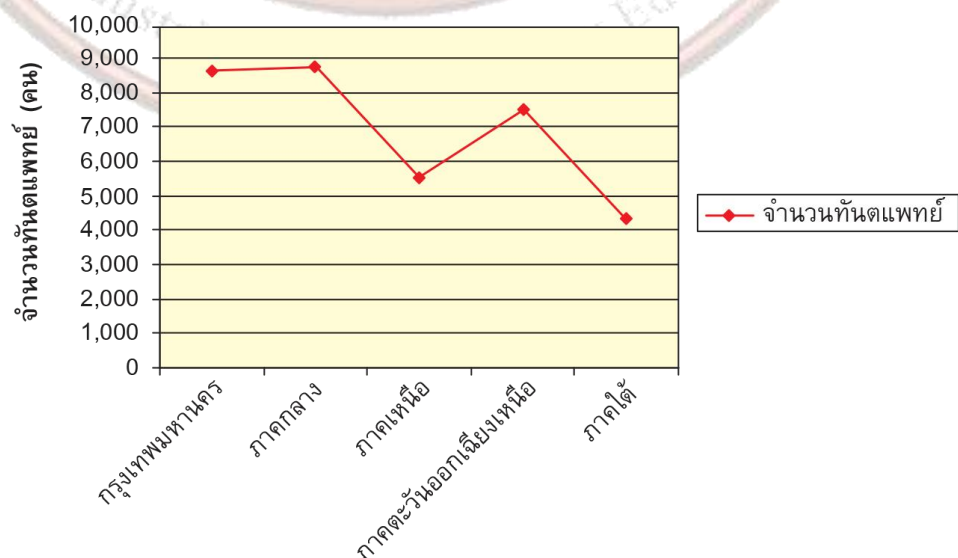
❶ **กราฟเส้นเชิงเดี่ยว (Simple line graph)** ใช้แสดงการเปรียบเทียบลักษณะของข้อมูลที่สนใจศึกษาเพียงลักษณะเดียว

ตัวอย่าง

จำนวนทันตแพทย์ ปีพ.ศ. 2560

ภูมิภาค	จำนวนนักเรียน
กรุงเทพมหานคร	8,856
ภาคกลาง	8,941
ภาคเหนือ	5,627
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	7,703
ภาคใต้	4,252
รวม	35,388

กราฟแสดงจำนวนทันตแพทย์ ปีพ.ศ. 2560



② กราฟเส้นเชิงซ้อน (Multiple line graph) ใช้แสดงการเปรียบเทียบลักษณะของข้อมูลที่น่าสนใจจะศึกษาตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป สามารถเปรียบเทียบได้ทั้งข้อมูลในแต่ละลักษณะของช่วงเวลาที่ต่างกันและข้อมูลที่อยู่ในช่วงเวลาเดียวกันแต่ลักษณะต่างกัน ตลอดจนแนวโน้มของข้อมูลแต่ละลักษณะอีกด้วย

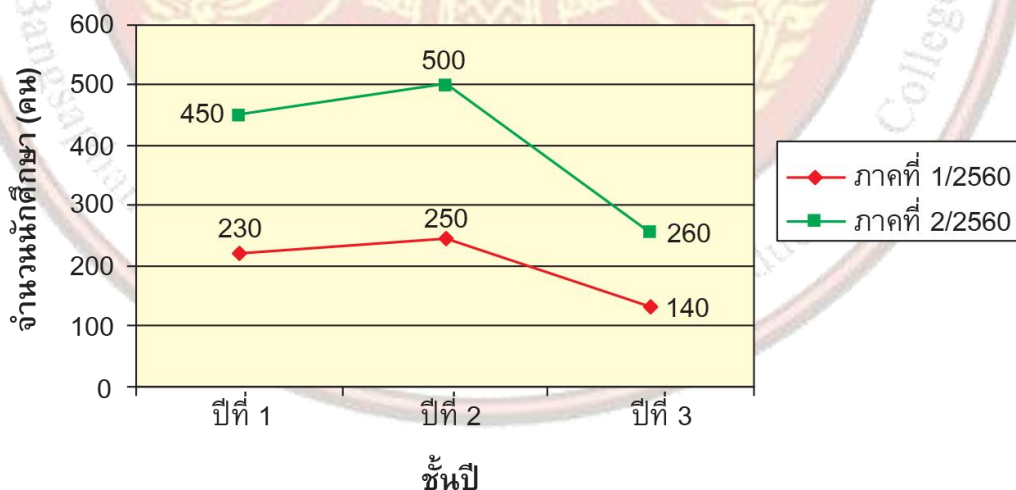
ตัวอย่าง

จำนวนนักศึกษาลงทะเบียนเรียนวิชาสถิติทั่วไป จำแนกตามภาคเรียนและชั้นปี
ปีการศึกษา 2560

ภาคเรียนที่	ชั้นปี		
	ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3
1/2560	230	250	140
2/2560	450	500	260

จากข้อมูลข้างต้น นำเสนอข้อมูลในรูปกราฟเส้นเชิงซ้อน ดังนี้

กราฟเส้นเชิงซ้อนแสดงจำนวนนักศึกษาลงทะเบียนเรียนวิชาสถิติทั่วไป จำแนกตามภาคเรียนและชั้นปี ปีการศึกษา 2560

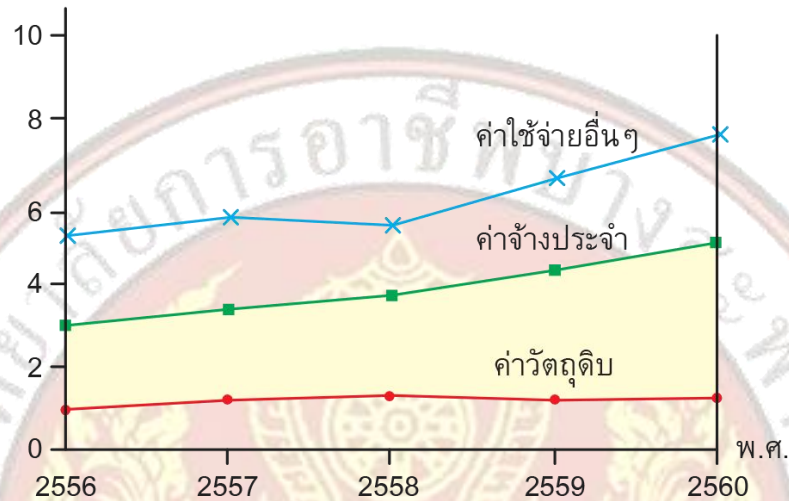


③ กราฟเส้นเชิงประกอบ (Composite line graph) ใช้แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดหรือส่วนย่อยของข้อมูลในช่วงเวลาต่างๆ กัน

ตัวอย่าง

กราฟแสดงการเปรียบเทียบรายจ่าย ตามประเภทค่าใช้จ่ายของบริษัท ไทยเจริญ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2556 - 2560

รายจ่าย (ล้านบาท)



	ใบงาน ที่ ๓	หน่วยที่ ... ๓
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๕-๖
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ความรู้เบื้องต้นทางสถิติ	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่องความรู้เบื้องต้นทางสถิติ		

เฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. จากการสำรวจนักเรียนไทยพบว่า มี ระดับ I.Q. เฉลี่ยเท่ากับ 98 เป็นข้อมูลสถิติ

2. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวไม่ถูกต้อง

ค. ข้อมูลรายได้ของประชากรในชุมชนจากที่เขตจัดเป็นข้อมูลทุติยภูมิ

3. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ข. ข้อมูลที่ได้จากการสังเกตจัดเป็นข้อมูลแหล่งทุติยภูมิ

4. ระเบียบวิธีทางสถิติตรงกับข้อใด

ง. การเก็บรวบรวม การนำเสนอ การวิเคราะห์ และการแปลความหมายข้อมูล

5. บ้ายแสดงรายการและราคาของอาหารตามร้านอาหารทั่วไปเป็นเรื่องทางสถิติใด

ค. การนำเสนอข้อมูล

6. ข้อใดไม่ใช่วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ง. การสาธิต

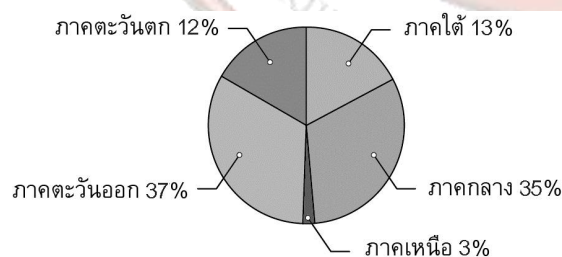
7. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวไม่ถูกต้อง

ข. บัณฑิตหญิง 180 คน บัณฑิตชาย 120 คน ที่จบการศึกษาแล้วมีงานทำภายใน 3 เดือน ควรนำเสนอ

ข้อมูลด้วยแผนภูมิวงกลม

ข้อมูลต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 8-9

แผนภูมิแสดงการสำรวจคนที่ทำงานในกรุงเทพฯว่ามีบ้านเกิดอยู่ในภาคใดจำนวน 800 คน



8. จากการนำเสนอข้างต้นเป็นแผนภูมิรูปแบบใด

ก. แผนภูมิวง

9. คนที่ทำงานในกรุงเทพฯ มีบ้านเกิดอยู่ในภาคกลางมีจำนวนกี่คน

ข. 280 คน

10. การนำเสนอข้อมูลมีวัตถุประสงค์สำคัญตรงกับข้อใด

ข. เผยแพร่ให้ผู้สนใจทราบ ได้อย่างสะดวกและชัดเจนขึ้น

แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงอย่างต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร สู้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช้เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มທີ່ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยินดีปฏิบัติตามอย่างเต็มใจ					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและกาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและสภาพแวดล้อม มีความผ่องใสเป็นที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น รับบทบาทของตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวมพลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและขจัดความขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมที่จะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มีความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วมสร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ			
28-30 คะแนน =	ดีมาก	15-19 คะแนน =	ควรปรับปรุง
25-27 คะแนน =	ดี	0-14 คะแนน =	ใช้ไม่ได้
20-24 คะแนน =	พอใช้		

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ

แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๔
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๗-๘
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน การแจกแจงความถี่ของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน....-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูทดแทน

๕. สารการเรียนรู้

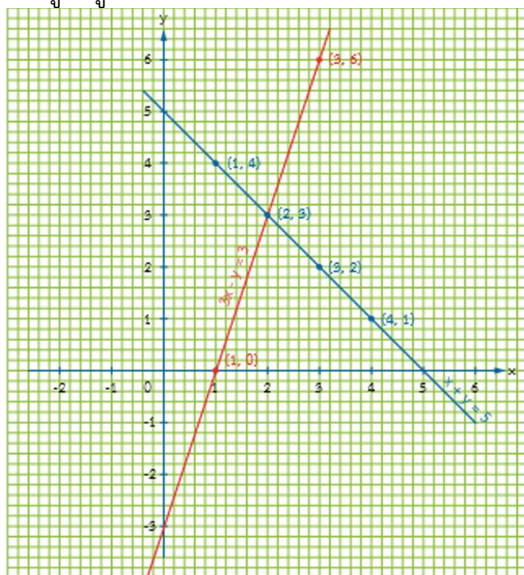
๓. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ
๔. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ (สัปดาห์ที่ ๕-๖)

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑. ครูนำรูปภาพของกราฟ เมื่อนำมาเขียนกราฟบนระนาบเดียวกัน จะมีลักษณะดังนี้



พิจารณาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้

$$x + y = 5 \dots\dots\dots ①$$

$$3x - y = 3 \dots\dots\dots ②$$

๒. ครูและผู้เรียนอภิปรายว่าแต่ละจุดบนกราฟเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งพบว่าแต่ละสมการมีคำตอบมากมาย เช่น คำตอบของสมการ $x + y = ๕$ ได้แก่ (๑, ๔), (๒, ๓), (๓, ๒), ... และคำตอบของสมการ $๓x - y = ๓$ ได้แก่ (๓, ๖), (๒, ๓), (๑, ๐), ... ในบรรดาคำตอบของสมการที่กล่าวนี้ พบว่า (๒, ๓) เป็นคำตอบ ของสมการทั้งสอง ซึ่งในกราฟเป็นจุดที่เส้นตรงทั้งสองตัดกัน เรียก (๒, ๓) ว่าเป็นคำตอบของระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นสอน

๓. ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้สื่อทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่นำอุปกรณ์สื่อทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน สื่อทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ Power Point เพื่ออธิบายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ

๔. ครูและผู้เรียนสาธิตการเขียนกราฟของระบบสมการต่อไปนี้

$$x + 2y = 1 \dots\dots\dots ①$$

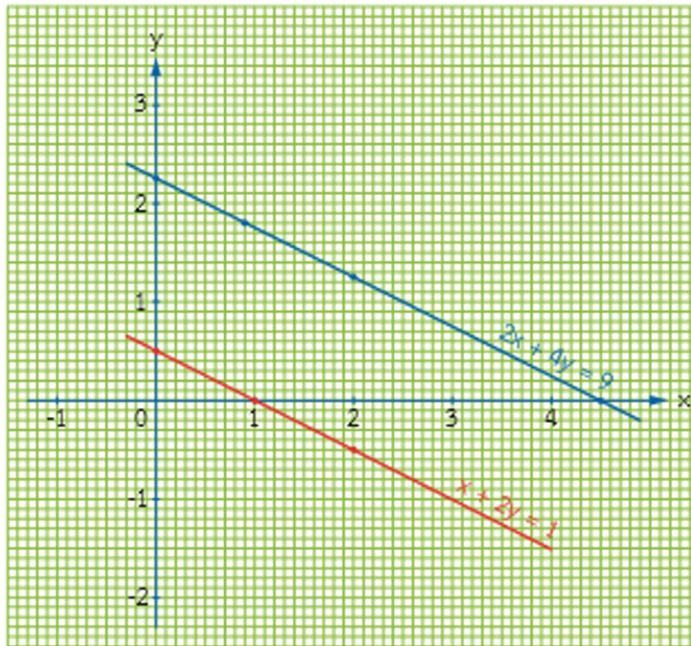
และ $2x + 4y = 9 \dots\dots\dots ②$

$$x + 2y = 1$$

$$2x + 4y = 9$$

x	0	1	2
y	0.5	0	-0.5

x	0	1	2
y	2.25	1.75	1.25



จะเห็นว่ากราฟของระบบสมการเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน หรือเส้นตรงทั้งสองไม่มีโอกาสตัดกัน แสดงว่าไม่มีคำตอบของระบบสมการ

๕. ผู้เรียนเขียนกราฟและหาคำตอบของระบบสมการจากกราฟที่กำหนดให้

๖. ครูและผู้เรียนช่วยกันสาธิตการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า โดยหลักการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

๖.๑. จัดรูปตัวแปรในสมการใดสมการหนึ่ง โดยจัดให้ตัวแปร x อยู่ในรูปของตัวแปร y หรือ จัดตัวแปร y อยู่ในรูปของตัวแปร x

๖.๒. นำตัวแปร x หรือ y ที่จัดรูปแล้วไปแทนค่าในสมการที่เหลือซึ่งจะทำให้สมการนั้นเป็น สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

๖.๓. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในข้อ ๒

๖.๔. นำค่าตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการในข้อ ๓ ไปแทนค่าในสมการเพื่อหาค่าตัวแปรที่เหลือ

๖.๕. ตรวจสอบคำตอบ

๗. ผู้เรียนฝึกทักษะแก้ระบบสมการต่อไปนี้

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x + 5y &= 19 \\ 2x - y &= 5 \end{aligned}$$

จากสมการ ① เขียน x ในรูปของ y
จะได้ $x = 19 - 5y$... ③

แทนค่า x ในสมการ ②

$$\begin{aligned} 2(19 - 5y) - y &= 5 \\ 38 - 10y - y &= 5 \\ -11y &= 5 - 38 = -33 \\ y &= \frac{-33}{-11} = 3 \end{aligned}$$

แทนค่า $y = 3$ ในสมการ ① ; $x + 5(3) = 19$

$$\begin{aligned} x &= 19 - 15 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

✓ ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 4$ และ $y = 3$

ในสมการ ①

$$4 + 5(3) = 19$$

$$4 + 15 = 19$$

$$19 = 19$$

หรือแทนค่า $x = 4$ และ $y = 3$

ในสมการ ②

$$2(4) - 3 = 5$$

$$8 - 3 = 5$$

$$5 = 5$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ

คือ $x = 4, y = 3$ หรือ $(4, 3)$

๘.ครูเน้นการทำงานแบบประหยัดพลังงาน และเน้นความรอบคอบ ความอดทน ความเพียรพยายามในการทำงาน และสร้าง**ความเข้มแข็ง**ให้กับตนเองในทุกสภาวะ และ**สร้างภูมิคุ้มกัน**ให้กับตนเอง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๙.ผู้เรียนสรุปการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า โดยการคำนวณหาและเขียนรูปกราฟประกอบ

๑๐.ผู้เรียนกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียน และแบบประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ
ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ

๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Power

๓. กิจกรรมการเรียนการสอน

๔. รูปภาพประกอบ

๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

๘.๑ หลักฐานความรู้

๑. บันทึกการสอน

๒. ใบเช็กรายชื่อ

๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน

๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน

๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล

๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้

๓. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๒ วิธีการประเมิน

๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล

๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๓ เครื่องมือประเมิน

๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง

๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา



	ใบความรู้ ที่ ๔	หน่วยที่ ... ๔
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๗-๘
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่องการแจกแจงความถี่ของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษานักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. เนื้อหาสาระ

การแจกแจงความถี่ข้อมูล

ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีต่างๆ อาจอยู่ในลักษณะที่ไม่เป็นระเบียบ จำเป็นต้องจัดข้อมูลดังกล่าวให้มีระเบียบเป็นพวกเป็นหมู่ เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณและสะดวกต่อการจัดทำข้อมูลเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต่อไป เราเรียกวิธีทางสถิติว่า **การแจกแจงความถี่ของข้อมูล**

ความถี่ของค่าจากการสังเกตหรือข้อมูล คือ จำนวนครั้งของค่าจากการสังเกตในข้อมูลชุดหนึ่ง การหาความถี่นิยมใช้วิธีทำรอยขีด (tally) เช่น I แทนความถี่ 1 และ ~~||||~~ แทนความถี่ 5 เป็นต้น แล้วจึงสร้างตารางแจกแจงความถี่ (Frequency table)

การแจกแจงความถี่สามารถจัดเป็นลักษณะ ดังต่อไปนี้

- 1 การแจกแจงความถี่ (Frequency Distribution)
- 2 การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ (Relative Frequency Distribution)
- 3 การแจกแจงความถี่สะสม (Cumulative Frequency Distribution)
- 4 การแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ (Relative Cumulative Frequency Distribution)

การแจกแจงความถี่ด้วยตารางทำได้ 2 วิธี คือ

- 1 การแจกแจงความถี่โดยวิธีจัดเรียงค่าของข้อมูลตามลำดับ
- 2 การแจกแจงความถี่โดยวิธีจัดข้อมูลเป็นช่วงหรืออัตรภาคชั้น

1 การแจกแจงความถี่โดยวิธีจัดเรียงค่าของข้อมูลตามลำดับ

เป็นการนำข้อมูลทั้งหมดมาเรียงตามลำดับจากค่ามากไปน้อยหรือค่าน้อยไปมาก เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีค่าแตกต่างกันน้อยและมีจำนวนข้อมูลไม่มากนัก

ตัวอย่างที่ 1 ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพของนักเรียน 20 คน ทำคะแนนได้ดังนี้

17 15 21 19 14 20 15 18 15 16
17 20 21 15 18 19 19 20 20 15

สร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

คะแนน	14	15	16	17	18	19	20	21
รอยขีด	I	 	I	II	II	III	IIII	II
ความถี่	1	5	1	2	2	3	4	2

การแจกแจงความถี่ข้อมูล

② การแจกแจงความถี่โดยวิธีจัดข้อมูลเป็นช่วงหรืออันตรภาคชั้น

ในการถี่ข้อมูลที่มีเป็นจำนวนมาก ถ้านำข้อมูลทำการแจกแจงความถี่โดยวิธีจัดเรียงค่าของข้อมูลตามลำดับ อาจจะทำให้ตารางมีขนาดใหญ่ คงจะไม่สะดวกและไม่มีประโยชน์มากนัก ดังนั้นจึงแบ่งข้อมูลออกเป็นช่วง ซึ่งเรียกว่า อันตรภาคชั้น (Class interval) แล้วหารอยขีด จากนั้นนับรอยขีดรวมเป็นความถี่

คำสำคัญที่เกี่ยวกับตารางแจกแจงความถี่

① อันตรภาคชั้น (class interval) เป็นช่วงคะแนนแต่ละช่วง คือ 30 - 39, 40 - 49, 50 - 59

ตารางที่ ① ความถี่ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง

คะแนน	ความถี่
30 - 39	1
40 - 49	19
50 - 59	10
รวม	30

② จำนวนอันตรภาคชั้น หมายถึง จำนวนอันตรภาคชั้นทั้งหมดในตารางแจกแจงความถี่
ดังตารางที่ 1 นี้มีจำนวนอันตรภาคชั้น 3 ชั้น

③ ขีดจำกัดของอันตรภาคชั้น (class limit) หมายถึง ตัวเลขที่แสดงถึงช่วงหรือบอกให้ทราบว่า มีตัวเลขอะไรที่อยู่ในชั้นนั้นบ้าง ซึ่งขีดจำกัดอันตรภาคชั้นประกอบด้วย

3.1 ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้น (lower class limit) คือ ค่าน้อยที่สุดของแต่ละอันตรภาคชั้นนั้น

3.2 ขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้น (upper class limit) คือ ค่ามากที่สุดของแต่ละอันตรภาคชั้นนั้น

จากตารางที่ 1 อันตรภาคชั้นที่ 1 มีขีดจำกัดล่างคือ 30 ขีดจำกัดบนคือ 39

อันตรภาคชั้นที่ 2 มีขีดจำกัดล่างคือ 40 ขีดจำกัดบนคือ 49

อันตรภาคชั้นที่ 3 มีขีดจำกัดล่างคือ 50 ขีดจำกัดบนคือ 59

④ ขอบเขตอันตรภาคชั้น (Class boundary) หมายถึง ขีดจำกัดชั้นที่แท้จริงของข้อมูล เป็นค่าที่ขยายหรือครอบคลุมขีดจำกัดชั้น เพื่อให้ขอบเขตในแต่ละชั้นต่อเนื่องกัน

4.1 ขอบล่างของอันตรภาคชั้น (Lower boundary) คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้นกับขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้นต่ำกว่าที่อยู่ติดกัน

$$\text{ขอบล่างของอันตรภาคชั้น} = \frac{(\text{ขีดจำกัดบนของชั้นก่อน} + \text{ขีดจำกัดล่างของชั้นนั้น})}{2}$$

4.2 ขอบบนของอันตรภาคชั้น (Upper boundary) คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้นกับขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้นสูงกว่าที่อยู่ติดกัน

$$\text{ขอบบนของอันตรภาคชั้น} = \frac{(\text{ขีดจำกัดบนของชั้นก่อน} + \text{ขีดจำกัดล่างของชั้นถัดไป})}{2}$$

จากตารางที่ 1 มีอันตรภาคชั้น 3 ชั้น คำนวณขอบเขตชั้นได้ดังนี้

$$\text{ขอบล่างชั้นแรก} = \frac{(29 + 30)}{2} = 29.5 \quad \text{ขอบบนชั้นแรก} = \frac{(39 + 40)}{2} = 39.5$$

$$\text{ขอบล่างชั้นที่ 2} = \frac{(39 + 40)}{2} = 39.5 \quad \text{ขอบบนชั้นที่ 2} = \frac{(49 + 50)}{2} = 49.5$$

$$\text{ขอบล่างชั้นที่ 3} = \frac{(49 + 50)}{2} = 49.5 \quad \text{ขอบบนชั้นที่ 3} = \frac{(59 + 60)}{2} = 59.5$$

หรืออาจคำนวณได้ดังนี้

① เมื่อข้อมูลดิบเป็นเลขจำนวนเต็ม (ใช้ค่า 0.5)

$$\text{ขอบล่างหรือขีดจำกัดล่างแท้จริง} = \text{ขีดจำกัดล่างชั้นนั้น} - 0.5$$

$$\text{ขอบบนหรือขีดจำกัดบนแท้จริง} = \text{ขีดจำกัดบนชั้นนั้น} + 0.5$$

② เมื่อข้อมูลดิบเป็นเลขทศนิยม 1 ตำแหน่ง (ใช้ค่า 0.05)

$$\text{ขอบล่างหรือขีดจำกัดล่างแท้จริง} = \text{ขีดจำกัดล่างชั้นนั้น} - 0.05$$

$$\text{ขอบบนหรือขีดจำกัดบนแท้จริง} = \text{ขีดจำกัดบนชั้นนั้น} + 0.05$$

จากตารางที่ 1 คำนวณขอบเขตชั้นได้ดังนี้

$$\text{ขอบล่างชั้นแรก} = 30 - 0.5 = 29.5$$

$$\text{ขอบบนชั้นแรก} = 39 + 0.5 = 39.5$$

$$\text{ขอบล่างชั้นที่ 2} = 40 - 0.5 = 39.5$$

$$\text{ขอบบนชั้นที่ 2} = 49 + 0.5 = 49.5$$

$$\text{ขอบล่างชั้นที่ 3} = 50 - 0.5 = 49.5$$

$$\text{ขอบบนชั้นที่ 3} = 59 + 0.5 = 59.5$$

ดังนั้น จากตารางที่ 1 จึงได้ค่าขอบเขตชั้นที่ 1, 2, 3 คือ 29.5 - 39.5, 39.5 - 49.5 และ 49.5 - 59.5 ตามลำดับ

⑤ ความกว้างของอันตรภาคชั้น (Class interval) คือ ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดในอันตรภาคชั้นนั้นเขียนแทนด้วย I หรือ C เช่น อันตรภาคชั้นที่ 1 มีช่วงคะแนน 30 - 39 ประกอบด้วยค่าที่เป็นไปได้ 10 ค่า คือ 30, 31, ... , 39 หรือหาได้จากผลต่างระหว่างขอบบนและของล่างของแต่ละอันตรภาคชั้น เช่น

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น } 30 - 39 \text{ คือ } 39.5 - 29.5 = 10$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น } 40 - 49 \text{ คือ } 49.5 - 39.5 = 10$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น } 50 - 59 \text{ คือ } 59.5 - 49.5 = 10$$

ซึ่งแต่ละตารางแจกแจงความถี่ความกว้างของอันตรภาคชั้นอาจจะไม่เท่ากันทุกชั้นก็ได้

⑥ จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น (Mid point) คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างขอบล่างกับขอบบนของอันตรภาคชั้น หรือค่ากึ่งกลางระหว่างขีดจำกัดล่างกับขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้นนั้น นั่นคือ

$$\begin{aligned}\text{จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น} &= \frac{(\text{ขอบล่าง} + \text{ขอบบน})}{2} \\ &= \frac{(\text{ขีดจำกัดล่าง} + \text{ขีดจำกัดบน})}{2}\end{aligned}$$

จากตารางที่ 1 ถ้าคำนวณจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นโดยใช้ขีดจำกัดชั้นได้ดังนี้

$$\text{จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 1 คือ } \frac{(30 + 39)}{2} = 34.5$$

$$\text{จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 2 คือ } \frac{(40 + 49)}{2} = 44.5$$

$$\text{จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 3 คือ } \frac{(50 + 59)}{2} = 54.5$$

การสร้างตารางแจกแจงความถี่

โดยจัดข้อมูลเป็นช่วงหรืออันตรภาคชั้น มีขั้นตอนดังนี้

① หาพิสัย (Range) ของข้อมูล คือ หาผลต่างของค่าสูงสุดกับค่าต่ำสุดของข้อมูลชุดนั้น นั่นคือ

$$\text{พิสัย(R)} = \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}$$

② กำหนดจำนวนอันตรภาคชั้นพอสมควรที่นิยมใช้กัน ประมาณ 5 - 15 ชั้น

③ กำหนดความกว้างของอันตรภาคชั้นโดยประมาณได้จากสูตร

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = \frac{\text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

ค่าความกว้างของอันตรภาคชั้น (I) ที่หาได้จะต้องปัดขึ้นเสมอตามลักษณะของข้อมูล เพื่อให้สามารถเก็บข้อมูลได้ครบจำนวนทั้งหมด และมีจำนวนอันตรภาคชั้นตามกำหนด

เช่น ** ถ้าข้อมูลดิบเป็นเลขจำนวนเต็ม จะปัดทศนิยมหลักที่หนึ่งขึ้น ดังนี้

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 8.2 \approx 9$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 7.6 \approx 8$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 9.0 \approx 10$$

** ถ้าข้อมูลดิบเป็นเลขทศนิยม 1 ตำแหน่ง จะปัดทศนิยมหลักที่สองขึ้น ดังนี้

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 8.22 \approx 8.3$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 6.68 \approx 6.7$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น (I)} = 8.00 \approx 8.1$$

④ เขียนอันตรภาคชั้นแต่ละอันตรภาคชั้น เรียงตามลำดับโดยยึดหลักว่าค่าต่ำสุดต้องอยู่ในอันตรภาคชั้นต่ำสุด และค่าสูงสุดต้องอยู่ในอันตรภาคชั้นสูงสุด

⑤ นับรอยขีดและหาความถี่

ตัวอย่างที่ 2 จากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ปวช.1 จำนวน 30 คน ดังนี้

25	85	55	37	41	66	74	77	69	60
46	56	46	66	64	63	62	68	45	59
54	73	67	73	64	75	79	59	58	37

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ให้มีจำนวนอันตรภาคชั้น 6 ชั้น

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{พิสัย} &= \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด} \\ &= 85 - 25 = 60\end{aligned}$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{60}{6} = 10 \approx 11$$

ดังนั้น ตารางแจกแจงความถี่ มีลักษณะดังนี้

คะแนนสอบ	รอยขีด	ความถี่
25 - 35	I	1
36 - 46	III I	6
47 - 57	III	3
58 - 68	III III II	12
69 - 79	III II	7
80 - 90	I	1
รวม		30

หมายเหตุ : ① ความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็นทศนิยม แต่ค่าจากการสังเกตเป็นจำนวนเต็ม โดยให้ปิดเศษขึ้นเสมอ
② ผลรวมของความถี่ทั้งหมดในแต่ละอันตรภาคชั้นจะต้องเท่ากับจำนวนค่าจากการสังเกตทั้งหมดที่มีอยู่

ตัวอย่างที่ 3 จากข้อมูลน้ำหนักของเด็กวัย 5 เดือน จำนวน 30 คน ดังนี้

6.8	8.4	7.5	8.2	6.8	9.0	6.2	8.8	7.6	9.6
7.3	7.9	8.8	7.3	6.0	9.3	7.1	5.9	8.5	7.5
9.1	6.5	7.5	8.7	7.4	6.2	9.5	7.8	6.3	7.2

- 1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ให้มีจำนวนอันตรภาคชั้น 7 ชั้น
- 2) จงหาค่าขอบเขตชั้นและจุดกึ่งกลางชั้น

วิธีทำ พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด
 = 9.6 - 5.9 = 3.7

$$\text{ความกว้างของอินตรภาคชั้น} = \frac{3.7}{7} = 0.528 \approx 0.6$$

ดังนั้น ตารางแจกแจงความถี่ มีลักษณะดังนี้

น้ำหนัก	รอยคะแนน	ความถี่	ขอบเขตชั้น	จุดกึ่งกลางชั้น
5.9 - 6.4	III	5	5.85 - 6.45	6.15
6.5 - 7.0	III	3	6.45 - 7.05	6.75
7.1 - 7.6	III IIII	9	7.05 - 7.65	7.35
7.7 - 8.2	III	3	7.65 - 8.25	7.95
8.3 - 8.8	III	5	8.25 - 8.85	8.55
8.9 - 9.4	III	3	8.85 - 9.45	9.15
9.5 - 10.0	II	2	9.45 - 10.05	9.75
รวม		30		

การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์

ความถี่สัมพัทธ์ (Relative frequency) ของอันตรภาคชั้นใดคืออัตราส่วนระหว่างความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้นกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด

ความถี่สัมพัทธ์อาจแสดงอยู่ในรูปของเศษส่วน ทศนิยม หรือบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปร้อยละ เรียกว่า “ร้อยละของความถี่สัมพัทธ์” นั่นคือ

$$\text{ความถี่สัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมความถี่ทั้งหมด}}$$

$$\text{ร้อยละของความถี่สัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมความถี่ทั้งหมด}} \times 100\%$$



ข้อสังเกต

1. ผลรวมของความถี่สัมพัทธ์ของทุกอันตรภาคชั้นจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ
2. ผลรวมของร้อยละความถี่สัมพัทธ์ของทุกอันตรภาคชั้นจะมีค่าเท่ากับ 100 เสมอ

ตัวอย่างที่ 4 จากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ จงหาความถี่สัมพัทธ์และร้อยละความถี่สัมพัทธ์

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สัมพัทธ์
45 - 49	2	$\frac{2}{40} = 0.05$	5
50 - 54	14	$\frac{14}{40} = 0.35$	35
55 - 59	8	$\frac{8}{40} = 0.20$	20
60 - 64	12	$\frac{12}{40} = 0.30$	30
65 - 69	4	$\frac{4}{40} = 0.10$	10
รวม	40	1.0	100

จากตารางจะเห็นว่า อันตรภาคชั้น 60 - 64 มีร้อยละความถี่สัมพัทธ์เท่ากับ 30 หมายความว่า มีข้อมูลอันตรภาคชั้นในชั้นนี้อยู่จำนวนร้อยละ 30 ของข้อมูลทั้งหมด

ความถี่สะสมสัมพัทธ์ (Relative cumulative frequency) ของอันตรภาคชั้นใด คือ อัตราส่วนระหว่างความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้นกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด

ความถี่สะสมสัมพัทธ์อาจแสดงในรูปเศษส่วน ทศนิยม หรือบางครั้งอาจจะแสดงอยู่ในรูป ร้อยละ เรียกว่า “ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์” นั่นคือ

$$\text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมของความถี่ทั้งหมด}}$$

$$\text{ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมของความถี่ทั้งหมด}} \times 100\%$$

ตัวอย่างที่ 6 จากตารางแจกแจงความถี่ของอายุของพนักงาน จำนวน 30 คน จงหาความถี่สะสมสัมพัทธ์ และร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์

อายุ (ปี)	จำนวนคน	ความถี่สะสม	ความถี่สะสมสัมพัทธ์	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์
20 - 29	3	3	$\frac{3}{30} = 0.1$	10
30 - 39	12	15	$\frac{15}{30} = 0.5$	50
40 - 49	9	24	$\frac{24}{30} = 0.8$	80
50 - 59	6	30	$\frac{30}{30} = 1$	100
รวม	30			

จากตารางอายุของพนักงานน้อยกว่า 40 ปี คิดเป็นร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์ เท่ากับ 50 หมายความว่า มีข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า 39.5 ลงไปอยู่จำนวนร้อยละ 50 ของข้อมูลทั้งหมด

ข้อสังเกตเกี่ยวกับการแจกแจงความถี่

- 1 ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกอันตรภาคชั้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้ข้อมูล และอาจขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างค่าจากการสังเกตของข้อมูลชุดนั้น
- 2 ถ้าค่าจากการสังเกตบางค่าซึ่งมีค่าต่างไปจากค่าอื่นๆ ในข้อมูลชุดนั้นมาก ควรกำหนดอันตรภาคชั้นแรกหรือชั้นสุดท้ายเป็นอันตรภาคชั้นเปิด (Open - end class interval) กล่าวคือเป็นอันตรภาคชั้นที่ไม่มีขอบล่างหรือขอบบน
- 3 การสร้างตารางแจกแจงความถี่บางอันตรภาคชั้นอาจมีความถี่เป็นศูนย์ได้

แผนภาพต้น - ใบ

ในการจัดข้อมูลเป็นกลุ่มๆ นอกจากจะใช้ตารางแจกแจงความถี่หรือการแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟแล้ว อาจจะใช้วิธีการสร้างแผนภาพเพื่อแจกแจงความถี่และสามารถวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นไปพร้อมๆ กันที่เรียกว่า แผนภาพต้น - ใบ (stem - and - leaf display) โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1 จัดแบ่งข้อมูลออกเป็นกลุ่มๆ โดยเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก หรือมากไปน้อย
 - ☀ ถ้ากลุ่มข้อมูลเป็นเลขสองหลักให้ใช้เลขโดดของหลักแรก (หลักสิบ)
 - ☀ ถ้ากลุ่มข้อมูลเป็นเลขสามหลักให้ใช้เลขโดดของสองหลักแรก คือ หลักร้อยและหลักสิบ
- 2 นำกลุ่มข้อมูลในข้อ 1 มาใส่ในหลัก (แนวตั้งในแถวตั้ง) เพื่อสร้างเป็นลำต้น (stem)
- 3 เมื่อได้ลำต้น จึงแจกแจงความถี่โดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่ในแต่ละแถวแนวนอน นำมาต่อเป็นใบ (leaf) ของแต่ละกลุ่ม
- 4 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากของแต่ละกลุ่ม (แต่ละแถวแนวนอน) ก็จะได้แผนภาพต้น - ใบ (stem - and - leaf display)

ตัวอย่างที่ 10 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นความสูงของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง (หน่วยเป็นเซนติเมตร) จำนวน 24 คน

103 155 113 132 124 136 125 142
 156 104 117 142 139 107 148 125
 134 143 113 146 120 138 138 125

จงสร้างแผนภาพต้น - ใบ

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งข้อมูลความสูงออกเป็นกลุ่มๆ เป็นดังนี้ 100 - 109, 110 - 119, ..., 150 - 159 และนำมาเขียนเป็นแผนภาพต้น - ใบ ดังนี้

ต้น	ใบ				
10	3	4	7		
11	3	7	3		
12	4	5	5	0	5
13	2	6	9	4	8 8
14	2	2	8	3	6
15	5	6			

ขั้นตอนที่ 2 จากแผนภาพต้น - ใบ นำมาจัดเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากจะได้แผนภาพต้น - ใบใหม่ ดังนี้

ต้น	ใบ				
10	3	4	7		
11	3	3	7		
12	0	4	5	5	5
13	2	4	6	8	8 9
14	2	2	3	6	8
15	5	6			

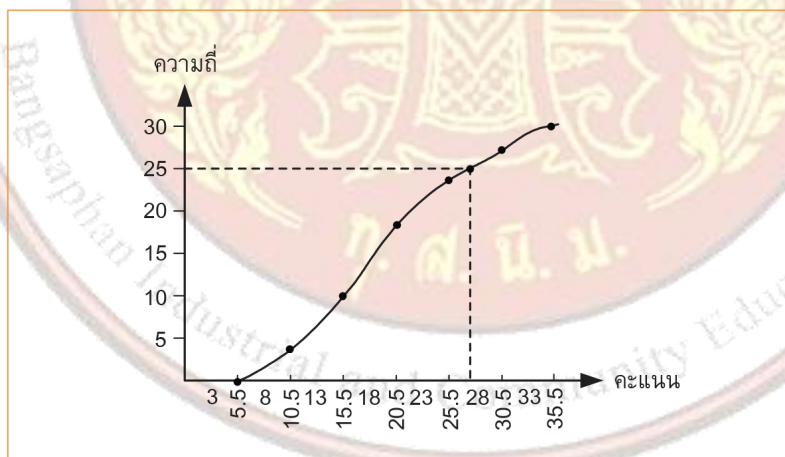
จากแผนภาพจะพบว่า

- ① ความสูงของนักเรียนที่มีความถี่สูงสุด คือ **125** เซนติเมตร เพราะมีความถี่เป็น 3
- ② ความสูงต่ำสุด 103 เซนติเมตร และความสูงสูงสุด **156** เซนติเมตร
- ③ ความสูงของนักเรียนส่วนใหญ่มีความสูงอยู่ระหว่าง **130 - 139** เซนติเมตร

กราฟแสดงความถี่สะสม เรียกว่า “เส้นโค้งความถี่สะสม” หรือเส้นโค้งโอจีฟ (Ogive curve) เส้นโค้งความถี่สะสม เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขอบบนของอันตรภาคชั้นกับความถี่สะสม แล้วโยงจุดนั้นด้วยเส้นตรง จากนั้นปรับให้เป็นเส้นโค้งเรียบ กราฟแสดงความถี่สะสมสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการประมาณความถี่ของค่าของข้อมูลที่ต่ำกว่าหรือสูงกว่าคะแนนที่กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 11 จงสร้างเส้นโค้งความถี่สะสมจากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	ขอบบน
6 - 10	3	3	10.5
11 - 15	6	9	15.5
16 - 20	8	17	20.5
21 - 25	7	24	25.5
26 - 30	3	27	30.5
31 - 35	3	30	35.5



จากกราฟเส้นโค้งความถี่สะสม ใช้ในการประมาณว่ามีจำนวนข้อมูลที่มีค่าต่ำกว่าหรือสูงกว่าค่าที่กำหนดมีจำนวนมากน้อยเท่าไร เช่น อยากทราบว่า มีข้อมูลที่มีค่าต่ำกว่า 28 คะแนนอยู่จำนวนเท่าใด ก็สามารถหาได้จากเส้นโค้งความถี่สะสม โดยลากส่วนของเส้นตรงจากแกนนอนตรงจุดที่มีค่า 28 ไปตัดเส้นโค้งจากจุดตัดลากเส้นขนานกับแกนนอนไปตัดแกนตั้งที่จุดใด จุดนั้นจะบอกจำนวนข้อมูลที่ได้ต่ำกว่า 28 คะแนน อยู่ประมาณ 25 คน เป็นต้น

	ใบงาน ที่ ๔	หน่วยที่ ... ๔
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๗-๘
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การแจกแจงความถี่ของข้อมูล		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4.1

๑. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ ของนักเรียนจำนวน ๔๐ คน เป็นดังนี้

๓๙	๕๓	๖๗	๔๑	๗๒	๖๙	๕๗	๔๕	๗๘	๖๑
๗๔	๙๓	๖๔	๔๙	๙๒	๗๘	๘๗	๖๕	๙๑	๙๕
๖๘	๗๓	๔๗	๘๘	๕๖	๗๑	๖๔	๕๕	๔๘	๕๙
๕๒	๘๑	๘๕	๖๖	๖๕	๕๑	๔๙	๔๓	๕๘	๗๖

จึงสร้างตารางแจกแจงความถี่โดยกำหนดให้มีจำนวน ๕ อันตรภาคชั้น

$$I = \frac{95-39}{5} = ๑๑.๒ \approx ๑๒$$

คะแนนสอบ	รอยคะแนน	ความถี่	ขอบเขตชั้น	จุดกึ่งกลางชั้น	ความถี่สัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สัมพัทธ์
๓๙ - ๕๐		๘	๓๘.๕-๕๐.๕	๔๔.๕	๐.๒	๒๐
๕๑ - ๖๒		๙	๕๐.๕-๖๒.๕	๕๖.๕	๐.๒๒๕	๒๒.๕
๖๓ - ๗๔		๑๒	๖๒.๕-๗๔.๕	๖๘.๕	๐.๓	๓๐
๗๕ - ๘๖		๕	๗๔.๕-๘๖.๕	๘๐.๕	๐.๑๒๕	๑๒.๕
๘๗ - ๙๘		๖	๘๖.๕-๙๘.๕	๙๒.๕	๐.๑๕	๑๕
รวม		๔๐			๑	๑๐๐

๒. จึงสร้างตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

คะแนน	ขอบเขตชั้น	จุดกึ่งกลางชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม
๑๗ - ๒๕	๑๖.๕ - ๒๕.๕	๒๑	๘	๘
๒๖ - ๓๔	๒๕.๕ - ๓๔.๕	๓๐	๗	๑๕
๓๕ - ๔๓	๓๔.๕ - ๔๓.๕	๓๙	๑๒	๒๗
๔๔ - ๕๒	๔๓.๕ - ๕๒.๕	๔๘	๙	๓๖
๕๓ - ๖๑	๕๒.๕ - ๖๑.๕	๕๗	๔	๔๐

๓. จากผลคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนจำนวน ๓๐ คน

๔๙ ๖๘ ๗๖ ๕๑ ๖๘ ๗๗ ๕๔ ๖๙ ๗๙ ๕๖
 ๗๐ ๗๙ ๕๙ ๗๒ ๘๐ ๘๓ ๗๓ ๖๓ ๖๕ ๘๕
 ๗๔ ๖๕ ๗๔ ๘๖ ๗๔ ๘๖ ๖๗ ๖๒ ๗๓ ๘๐

๓.๑) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม โดยให้อันตรภาคชั้นแรกและอันตรภาคชั้นสุดท้ายเป็นอันตรภาค ชั้นเปิด คือ ต่ำกว่า ๕๕ และตั้งแต่ ๘๕ ขึ้นไป ตามลำดับ และความกว้างของอันตรภาคชั้นอื่นๆ เท่ากับ ๖

คะแนน	รอยขีด	ความถี่	ความถี่สะสม
ต่ำกว่า ๕๕	III	๓	๓
๕๕ - ๖๐	II	๒	๕
๖๐ - ๖๖	IIII	๔	๙
๖๗ - ๗๒	IIII I	๖	๑๕
๗๓ - ๗๘	IIII II	๗	๒๒
๗๙ - ๘๔	IIII	๕	๒๗
ตั้งแต่ ๘๕ ขึ้นไป	III	๓	๓๐

๓.๒) จงหาจำนวนนักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง ๖๗ - ๗๒ เท่ากับ ๖ คน

๓.๓) จงหาจำนวนนักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่า ๗๙ คะแนนเท่ากับ ๒๒ คน

๔. จากตารางแจกแจงความถี่ แสดงน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จงเติมตารางให้สมบูรณ์

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่	ความถี่สะสม	ร้อยละความถี่ สัมพัทธ์	ร้อยละความถี่ สะสมสัมพัทธ์
๔๑ - ๕๐	๓	๓	๑๐	๑๐
๕๑ - ๖๐	๖	๙	๒๐	๓๐
๖๑ - ๗๐	๑๕	๒๔	๕๐	๘๐
๗๑ - ๘๐	๓	๒๗	๑๐	๙๐
๘๑ - ๙๐	๓	๓๐	๑๐	๑๐๐

๔.๑) นักเรียนกลุ่มนี้มีจำนวน ๓๐ คน

๔.๒) นักเรียนที่มีน้ำหนักน้อยกว่า ๗๑ กิโลกรัม มีจำนวน ๒๔ คน

คิดเป็นร้อยละ ๕๐ ของนักเรียนทั้งหมด

๔.๓) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า ๗๐ กิโลกรัม มีจำนวน ๖ คน

คิดเป็นร้อยละ ๒๐ ของนักเรียนทั้งหมด

แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้
 อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง
 โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงจั่งต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร สู้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช้เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยึดปฏิบัติอย่างเต็มที่					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและ กาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและ สภาพแวดล้อม มีความพอใจในสิ่งที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น รับผิดชอบต่อตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวม พลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและจัดความ ขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมที่จะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มี ความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วม สร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ			
28-30 คะแนน =	ดีมาก	15-19 คะแนน =	ควรปรับปรุง
25-27 คะแนน =	ดี	0-14 คะแนน =	ใช้ไม่ได้
20-24 คะแนน =	พอใช้		

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

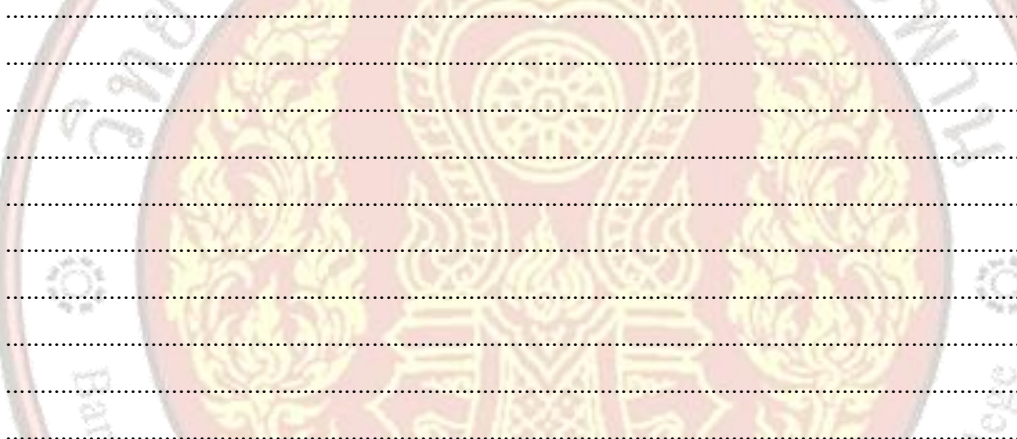
ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ



แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๕
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๙-๑๐
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน....-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก่โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูทดแทน

๕. สารการเรียนรู้

๓.การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ

๔.การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ (สัปดาห์ที่ ๕-๖)

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑.ครูใช้เทคนิคการสอนแบบซิปปาโมเดล (CIPPA MODEL) โดยการทบทวนความรู้เดิมจากสัปดาห์ที่ผ่านมา โดยดึงความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ผู้สอนใช้การสนทนาซักถามให้ผู้เรียนเล่าประสบการณ์เดิม

๒. ครูสนทนากับผู้เรียนว่าหลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการจัดตัวแปร

๒.๑ ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวใดตัวแปรตัวหนึ่งให้เท่ากัน โดยนำจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์คูณตลอดทั้งสองข้างของสมการ

๒.๒ นำสมการทั้งสองที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเท่ากันแล้วนั้นมาบวกหรือ ลบกันเพื่อจัดให้เหลือตัวแปรเดียวซึ่งจะได้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

๒.๓ แก้สมการในข้อ ๒

๒.๔ นำค่าตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการในข้อ ๒ ไปแทนค่าในสมการเพื่อหาค่าตัวแปรที่เหลือ

๒.๕ ตรวจสอบคำตอบ

ขั้นสอน

๓.ครูใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบอธิบาย สาธิต และฝึกปฏิบัติ เพื่อเน้นการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล ให้มีความรู้ความเข้าใจและนำทักษะการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีจัดตัวแปร

๔.ครูและผู้เรียนช่วยกันแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$3x + 2y = 1 \quad \text{..... ①}$$

$$5x - 2y = 23 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{rclcl} 3x + 2y & = & 1 & \dots & \textcircled{1} \\ 5x - 2y & = & 23 & \dots & \textcircled{2} \end{array}$$

จากสมการที่ ① และ ② สมประสิทธิ์ของ y เป็นตัวเลขที่เหมือนกันจึงควรจัดตัวแปร y โดยนำสมการ ① + สมการ ②

$$\begin{array}{rclcl} (3x + 2y) + (5x - 2y) & = & 1 + 23 \\ 8x & = & 24 \\ x & = & \frac{24}{8} \\ x & = & 3 \end{array}$$

แทนค่า $x = 3$ ในสมการ ①

$$\begin{array}{rclcl} 3(3) + 2y & = & 1 \\ 9 + 2y & = & 1 \\ 2y & = & 1 - 9 \\ 2y & = & -8 \\ y & = & \frac{-8}{2} \\ y & = & -4 \end{array}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $x = 3, y = -4$ หรือ $(3, -4)$

๕. ผู้เรียนตรวจสอบคำตอบวิธีทำ

๖. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

๗. ครูสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบอธิบาย สาธิต และฝึกปฏิบัติ เพื่อเน้นการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล ให้ความรู้ ความเข้าใจและนำทักษะการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยให้ผู้เรียนฝึกทักษะโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีหลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๗.๑ อ่านโจทย์อย่างรอบคอบ พิจารณาหาสองปริมาณในโจทย์และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร

๗.๒ กำหนดตัวแปรแทนสองปริมาณ (ให้เป็น x และ y)

๗.๓ เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สองสมการให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

๗.๔ ดำเนินการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๗.๕ ตรวจสอบคำตอบ

๘. ผู้ฝึกทักษะตามโจทย์คือ เลขสองจำนวนรวมกันเท่ากับ ๗๓ ผลต่างระหว่างสองเท่าของจำนวนมาก กับสามเท่าของจำนวนน้อยเป็น ๒๑ จงหาเลขสองจำนวนนั้น

ให้ เลขจำนวนมากเป็น x
 เลขจำนวนน้อยเป็น y
 เลขสองจำนวนรวมกันเท่ากับ 73

$$x + y = 73 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

ผลต่างระหว่างสองเท่าของจำนวนมากกับสามเท่าของจำนวนน้อยเป็น 21

$$2x - 3y = 21 \quad \text{..... ②}$$

นำ 3 คูณสมการ ①

$$3x + 3y = 219 \quad \text{..... ③}$$

สมการ ② + สมการ ③

$$5x = 240$$

$$x = 48$$

แทนค่า $x = 48$ ในสมการ ①

$$48 + y = 73$$

$$y = 25$$

ดังนั้น เลขสองจำนวน คือ 48 และ 25

✓ ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าเลขจำนวน คือ 48 และ 25

$$48 + 25 = 73$$

ผลต่างสองเท่าจำนวนมาก

กับสามเท่าของจำนวนเป็น 21

$$2(48) - 3(25) = 5$$

$$96 - 75 = 21$$

$$21 = 21$$

๙. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

๑๐. ครูเน้นให้ผู้เรียนน้อมนำหลักเศรษฐกิจพอเพียง ไปประยุกต์ใช้ในการฝึกปฏิบัติในเรื่องของความรักใคร่ชอบ ความอดทน ความเพียรพยายาม ความมีสติ ความมีปัญญาในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด นอกจากนี้ยังสามารถนำความรู้ที่ได้รับกลับไปประกอบอาชีพได้อย่างพอเพียงอีกด้วย

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๑๑. ผู้เรียนสรุปการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีจัดตัวแปร และโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการคำนวณหาคำตอบในลักษณะต่างๆ ที่กำหนดให้ โดยการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

๑๑.๑ วาดกราฟ

๑๑.๒ วิธีการแทนค่า

๑๑.๓ วิธีการจัดตัวแปร

๑๒. ทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียน และทำแบบประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ
ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ

๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Point

๓. กิจกรรมการเรียนการสอน

๔. รูปภาพประกอบ

๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

๘.๑ หลักฐานความรู้

- ๑. บันทึกการสอน
- ๒. ใบเช็กรายชื่อ
- ๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน
- ๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

- ๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน
 - ๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 - ๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้
 - ๓. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๒ วิธีการประเมิน
 - ๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 - ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๓ เครื่องมือประเมิน
 - ๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
 - ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

- ๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

.....

- ๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

.....

- ๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

	ใบความรู้ ที่ ๕	หน่วยที่ ... ๕
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๙-๑๐
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

๑. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่ง และไม่มี การคูณกันระหว่างตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ $ax + by + c = 0$ โดยที่ a, b และ c เป็น ค่าคงตัว a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

๒. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวและมีจำนวนสมการ สองสมการ เขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ \text{และ} \quad a_2x + b_2y &= c_2 \\ \text{โดยที่} \quad a_1, b_1 \text{ และ } a_2, b_2 &\text{ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน} \end{aligned}$$

๓. การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจใช้การอ่านค่าจุดที่กราฟตัดกัน หรือ อาจหา คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าหรือวิธีจัดตัวแปร ทั้งนี้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร อาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๒. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๓. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

๔. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษานักงาน คณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. เนื้อหาสาระ

สัญลักษณ์แสดงผลบวก

ก่อนที่จะศึกษาการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ในที่นี้ควรทำความเข้าใจในการใช้สัญลักษณ์แสดงผลบวกดังรายละเอียดต่อไปนี้

การใช้สัญลักษณ์ “ Σ ” เป็นอักษรกรีก อ่านว่า “ซิกมา” (Sigma) หรือ “ซัมเมชัน” (Summation) แทนสัญลักษณ์แสดงผลบวก

ถ้าให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ แทนค่าสังเกตแต่ละตัวของข้อมูลชุดหนึ่ง

$\sum_{i=1}^n x_i$ แทนผลบวกของ x_i , ทุกๆ ค่า ตั้งแต่ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

นั่นคือ $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$

เช่น $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \dots + y_{10}^2 = \sum_{i=1}^{10} y_i^2$ เป็นต้น

สมบัติของ Σ ที่ควรทราบ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ c, d เป็นค่าคงที่

- $\sum_{i=1}^n c = cn$
- $\sum_{i=1}^n cx_i = c \sum_{i=1}^n x_i$
- $\sum_{i=1}^n (cx_i + d) = c \sum_{i=1}^n x_i + nd$
- $\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$
- $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i$

ตัวอย่าง

❶ $\sum_{i=1}^{10} 5 = 5(10) = 50$

❷ กำหนดให้ $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 2, x_4 = 1$

$$\sum_{i=1}^4 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

❸ กำหนดให้ $x_1 = 4, x_2 = -3, x_3 = 2, x_4 = 3$ จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^4 5x_i$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 5x_i &= 5 \sum_{i=1}^4 x_i \\ &= 5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\ &= 5[4 + (-3) + 2 + 3] = 5(6) \end{aligned}$$

ดังนั้น $\sum_{i=1}^4 5x_i = 30$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์แสดงผลบวก

1. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_5^2$
2. $x_2y_2 + x_3y_3 + \dots + x_{15}y_{15}$
3. $az_1 + az_2 + az_3 + \dots + az_k$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_5^2 &= \sum_{i=1}^5 x_i^2 \\
 2. \quad x_2y_2 + x_3y_3 + \dots + x_{15}y_{15} &= \sum_{i=2}^{15} x_iy_i \\
 3. \quad az_1 + az_2 + az_3 + \dots + az_k &= \sum_{i=1}^k az_i \quad \text{หรือ} \quad a \sum_{i=1}^k z_i
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $x_1 = 4, x_2 = -1, x_3 = 0, x_4 = 3$ จงหาค่าของ

$$1) \sum_{i=1}^4 2x_i$$

$$2) \sum_{i=2}^4 x_i^3$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1) \quad \sum_{i=1}^4 2x_i &= 2 \sum_{i=1}^4 x_i \\
 &= 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\
 &= 2[4 + (-1) + 0 + 3]
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^4 2x_i = 12$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \sum_{i=2}^4 x_i^3 &= x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 \\
 &= (-1)^3 + (0)^3 + (3)^3 \\
 &= (-1) + 27
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=2}^4 x_i^3 = 26$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 8, x_4 = 6$
 $f_1 = 5, f_2 = 6, f_3 = 4$ และ $c = 10$

จงหาค่าของ

วิธีทำ

$$1) \sum_{i=1}^4 (x_i - 6)^2$$

$$2) \sum_{i=1}^3 (f_i x_i + c)$$

$$\begin{aligned}
 1) \quad \text{วิธีที่ 1} \quad \sum_{i=1}^4 (x_i - 6)^2 &= (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 + (x_3 - 6)^2 + (x_4 - 6)^2 \\
 &= (2 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (8 - 6)^2 + (6 - 6)^2 \\
 &= (-4)^2 + (-2)^2 + (2)^2 + 0 \\
 &= 16 + 4 + 4
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^4 (x_i - 6)^2 = 24$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 2} \quad \sum_{i=1}^4 (x_i - 6)^2 &= \sum_{i=1}^4 (x_i^2 - 12x_i + 36) \\
 &= \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \sum_{i=1}^4 12x_i + \sum_{i=1}^4 36 \\
 &= \sum_{i=1}^4 x_i^2 - 12 \sum_{i=1}^4 x_i + (4 \times 36) \\
 &= (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - 12(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 144 \\
 &= (2^2 + 4^2 + 8^2 + 6^2) - 12(2 + 4 + 8 + 6) + 144 \\
 &= 120 - (12 \times 20) + 144
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \sum_{i=1}^4 (x_i - 6)^2 = 24$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \sum_{i=1}^3 (f_i x_i + c) &= \sum_{i=1}^3 f_i x_i + \sum_{i=1}^3 c \\
 &= (f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3) + 3c \\
 &= (5 \times 2) + (6 \times 4) + (4 \times 8) + (3 \times 10) \\
 &= 10 + 24 + 32 + 30
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \sum_{i=1}^3 (f_i x_i + c) = 96$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) เป็นค่ากลางของข้อมูลที่ใช้เป็นตัวแทนของข้อมูล และเป็นค่าที่นิยมใช้กันมากที่สุด

❶ การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้โดยการนำข้อมูลทุกค่ามารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด ถ้ากำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ แทนค่าของข้อมูลตัวที่ 1, 2, ..., n ตามลำดับ และ N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดแล้วจะได้

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร} \quad \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} \\
 \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} = \frac{\sum x}{N}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียนจำนวน 6 คนปรากฏผลดังนี้
18, 17, 16, 20, 18 และ 19 ปี

วิธีทำ จาก
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{18 + 17 + 16 + 20 + 18 + 19}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{108}{6} = 18$$

ดังนั้น อายุเฉลี่ยของนักเรียนจำนวน 6 คนเท่ากับ 18 ปี

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละตัวมีความสำคัญหรือน้ำหนักไม่เท่ากัน เราจะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก

ถ้าให้ $w_1, w_2, w_3, \dots, w_k$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักถ่วงของค่าของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ ตามลำดับแล้วจะได้

สูตร
$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_k x_k}{w_1 + w_2 + \dots + w_k}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i x_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

เมื่อ x_i แทน ค่าของข้อมูลตัวที่ i
 w_i แทน น้ำหนักของข้อมูลตัวที่ i

ตัวอย่างที่ 5 จงคำนวณระดับคะแนนเฉลี่ยของสุชาติเมื่อได้รับระดับคะแนนในแต่ละวิชาเป็นดังนี้

วิชา	ระดับคะแนน	หน่วยกิต
เศรษฐศาสตร์	3	2
คณิตศาสตร์	4	3
ภาษาไทย	3	2
พลศึกษา	4	1

วิธีทำ เนื่องจากแต่ละวิชามีจำนวนหน่วยกิต (น้ำหนักของข้อมูล) ให้

x_i แทน ระดับคะแนนของวิชาที่ i
 w_i แทน จำนวนหน่วยกิตของวิชา i

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^k w_i x_i}{\sum_{i=1}^k w_i} \\ w_1 &= 2, w_2 = 3, w_3 = 2, w_4 = 1 \\ x_1 &= 3, x_2 = 4, x_3 = 3, x_4 = 4 \\ \bar{x} &= \frac{(2 \times 3) + (3 \times 4) + (2 \times 3) + (1 \times 4)}{2 + 3 + 2 + 1} \\ \bar{x} &= \frac{28}{8} = 3.5\end{aligned}$$

ดังนั้น ระดับคะแนนเฉลี่ยของสุชาติเท่ากับ 3.5

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม ข้อมูลเรื่องเดียวกันมีหลายชุด แต่ละชุดมีจำนวนข้อมูลไม่เท่ากัน และทราบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแต่ละชุด เราสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของข้อมูลชุดนั้นได้ดังนี้

ถ้าให้ $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแต่ละชุด
และ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ เป็นจำนวนข้อมูลแต่ละชุด

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \bar{x}_{\text{รวม}} &= \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_k \bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} \\ \bar{x}_{\text{รวม}} &= \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^k n_i}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ปวช. 1 ซึ่งมี 3 ห้อง ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคะแนนสอบและจำนวนนักเรียนในแต่ละห้องดังตารางด้านล่างนี้

ห้อง	1/1	1/2	1/3
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	60	70	65
จำนวนนักเรียน	35	40	25

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของคะแนนสอบทั้งสามห้อง

วิธีทำ จากสูตร
$$\bar{x}_{\text{รวม}} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + n_3 \bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

$n_1 = 35, n_2 = 40, n_3 = 25$

$\bar{x}_1 = 60, \bar{x}_2 = 70, \bar{x}_3 = 65$

$$\begin{aligned}\bar{x}_{\text{รวม}} &= \frac{(35 \times 60) + (40 \times 70) + (25 \times 65)}{35 + 40 + 25} \\ &= \frac{2,100 + 2,800 + 1,625}{100} \\ \bar{x}_{\text{รวม}} &= \frac{6,525}{100} = 65.25\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของคะแนนสอบทั้งสามห้อง คือ 65.25 คะแนน

② การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

ถ้าให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นค่าของข้อมูลตัวที่ 1, 2, 3, ..., k
 และ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของข้อมูลแต่ละตัว ตามลำดับ แล้วจะได้
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ

สูตร
$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

ตัวอย่างที่ 7 จากตารางแจกแจงความถี่คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 30 คน
 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด

คะแนนสอบ	12	15	17	19	21	24
จำนวนนักเรียน	5	8	3	4	6	4

คะแนนสอบ (x_i)	จำนวนนักเรียน (f_i)	$f_i x_i$
12	5	60
15	8	120
17	3	51
19	4	76
21	6	126
24	4	96
	N = 30	$\sum_{i=1}^6 f_i x_i = 529$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^6 f_i x_i}{N} \\ \bar{x} &= \frac{529}{30} = 17.63\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 17.63 คะแนน
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

กรณีข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้วถูกจัดให้เป็นอันตรภาคชั้น จึงใช้จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นนั้นเป็นตัวแทนของข้อมูลที่ดีและใกล้เคียงที่สุดในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยการนำผลคูณระหว่างจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นกับความถี่ของชั้นมารวมกันทุกชั้น แล้วนำผลรวมของข้อมูลทั้งหมดที่ได้หารด้วยผลรวมของความถี่ทั้งหมด การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ

① การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีตรง

ถ้ากำหนดให้ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจุดกึ่งกลางชั้นของข้อมูลในแต่ละชั้น และ k เป็นจำนวนชั้นของอันตรภาคชั้น แล้วจะได้

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} \\ \text{หรือ} \quad \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพของนักเรียน 50 คน ซึ่งคะแนนสอบแจกแจงความถี่ได้ดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	$f_i x_i$
48 - 52	2	50	100
53 - 57	2	55	110
58 - 62	2	60	120
63 - 67	4	65	260
68 - 72	5	70	350
73 - 77	7	75	525
78 - 82	4	80	320
83 - 87	7	85	595
88 - 92	9	90	810
93 - 97	8	95	760
	$N = \sum_{i=1}^{10} f_i = 50$		$\sum_{i=1}^{10} f_i x_i = 3,950$

วิธีทำ จากสูตร $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$

$$\bar{x} = \frac{3,950}{50} = 79$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ คือ 79 คะแนน

ตัวอย่างที่ 9 จากข้อมูลในตารางต่อไปนี้ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าจ้างรายวันของลูกจ้าง 65 คน ในบริษัทแห่งหนึ่ง

ค่าจ้าง (บาท)	จำนวนลูกจ้าง (คน)
140 - 144	8
145 - 149	10
150 - 154	16
155 - 159	14
160 - 164	10
165 - 169	5
170 - 174	2

วิธีทำ หาจุดกึ่งกลางชั้น แล้วนำจุดกึ่งกลางชั้นที่ได้ไปคูณกับความถี่ของข้อมูลในชั้นนั้น ดังตารางต่อไปนี้

ค่าจ้าง (บาท)	จำนวนลูกจ้าง (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	$f_i x_i$
140 - 144	8	142	1,136
145 - 149	10	147	1,470
150 - 154	16	152	2,432
155 - 159	14	157	2,198
160 - 164	10	162	1,620
165 - 169	5	167	835
170 - 174	2	172	344
	$N = 65$		$\sum_{i=1}^7 f_i x_i = 10,035$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{10,035}{65} = 154.38$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าจ้างรายวันของลูกจ้างในบริษัทแห่งนี้ คือ 154.38 บาท

② การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลัด (วิธีทอนค่าของข้อมูล)

ในกรณีที่ข้อมูลมีค่ามาก การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลัด เป็นการทอนค่าของข้อมูลให้น้อยลง นั่นคือ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ได้ทอนค่าน้อยลงแล้ว คือ

$$\bar{x} = a + I \bar{x}'$$

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x'_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x'_i}{N} + a$$

ตัวอย่างที่ 10 จากข้อมูลในตัวอย่างที่ 9 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลัด

ค่าจ้าง (บาท)	จำนวนลูกจ้าง (f_i)	x_i	$x_i - a$	$x'_i = \frac{x_i - a}{I}$	$f_i x'_i$
140 - 144	8	142	-10	-2	-16
145 - 149	10	147	-5	-1	-10
150 - 154	16	$a = 152$	0	0	0
155 - 159	14	157	5	1	14
160 - 164	10	162	10	2	20
165 - 169	5	167	15	3	15
170 - 174	2	172	20	4	8
	$N = 65$				$\sum_{i=1}^k f_i x'_i = 31$

สมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

① ผลคูณของค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับจำนวนข้อมูลทั้งหมดมีค่าเท่ากับผลรวมของข้อมูลทุกๆ ค่า นั่นคือ

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} \quad \text{จะได้} \quad \sum_{i=1}^n x_i = N \bar{x}$$

② ผลรวมของผลต่างค่าของข้อมูลแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์เสมอ นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

③ ผลรวมของกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าของข้อมูลแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้จะมีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \text{ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ } a = \bar{x}$$

④ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใดจะมีค่าอยู่ระหว่างค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของข้อมูลชุดนั้น นั่นคือ

$$x_{\min} < \bar{x} < x_{\max}$$

⑤ ถ้านำเอาค่าคงที่ไปบวกหรือลบออกจากข้อมูลแต่ละตัว แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตเดิมบวกหรือลบด้วยค่าคงที่นั้น นั่นคือ

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}} \pm c \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงที่}$$

⑥ ถ้านำเอาค่าคงที่ไปคูณหรือหารจากข้อมูลแต่ละตัว แล้วค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตเดิมคูณหรือหารด้วยค่าคงที่นั้น นั่นคือ

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = c\bar{x}_{\text{เดิม}} \text{ หรือ } \bar{x}_{\text{ใหม่}} = \frac{1}{c} \bar{x}_{\text{เดิม}} \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงที่}$$

⑦ ถ้าตัวแปร y สัมพันธ์กับตัวแปร x ในรูปฟังก์ชันเส้นตรง นั่นคือ

$$Y_i = ax_i + b ; i = 1, 2, 3, \dots, N \text{ เมื่อ } a, b \text{ เป็นค่าคงที่ใดๆ}$$

แล้ว
ตัวอย่างที่ ①

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล 100 จำนวนได้เท่ากับ 10 ต่อมาทราบว่าอ่านข้อมูลผิดไป 2 ค่า คือ ข้อมูลที่มีค่า 7 อ่านเป็น 1 และ 13 อ่านเป็น 18 ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้อง

วิธีทำ

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^N x_i = N\bar{x}$$

$$\text{จะได้ } \sum_{i=1}^{100} x_i \text{ ที่ผิด} = 100 \times 10 = 1,000$$

$$\sum_{i=1}^{100} x_i \text{ ที่ถูกต้อง} = 1,000 + 7 - 1 + 13 - 18$$

$$= 1,001$$

$$\bar{x} \text{ ที่ถูกต้อง} = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i \text{ ที่ถูกต้อง}}{100}$$

$$= \frac{10,001}{100} = 10.01$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเท่ากับ 10.01

ตัวอย่างที่ 12 ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างราคาขาย (Y) และราคาซื้อ (x) ของราคาสินค้าชนิดหนึ่งเป็น $Y_i = 1.5x_i + 3$ ถ้าราคาซื้อของสินค้าดังกล่าวเป็น 80, 84, 70, 80, 73, 78, 82, 86, 79 และ 68 บาท ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายของสินค้าชนิดนี้

วิธีทำ ความสัมพันธ์ระหว่างราคาซื้อและราคาขายของสินค้า คือ

$$Y_i = ax_i + b ; i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$Y_i = 1.5x_i + 3$$

$$\text{แต่ } \bar{Y} = a\bar{x} + b$$

$$\bar{x} = \frac{80 + 84 + 70 + 80 + 73 + 78 + 82 + 86 + 79 + 68}{100} = 78$$

$$\bar{Y} = 1.5(78) + 3 = 120$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายของสินค้าชนิดนี้เท่ากับ 120 บาท

ฐานนิยม

ฐานนิยม (Mode) เป็นค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดหรือมีจำนวนซ้ำกันมากที่สุด ในข้อมูลชุดหนึ่งๆ อาจมีฐานนิยมเพียงค่าเดียว มากกว่าหนึ่งค่า หรือไม่มีเลยก็ได้ ใช้สัญลักษณ์ Mo แทนฐานนิยม การหาฐานนิยมสามารถทำได้ดังนี้

1 การหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ให้พิจารณาค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดหรือจำนวนซ้ำกันมากที่สุด ค่านั้นคือ ฐานนิยม

ตัวอย่างที่ 13 จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1. 3, 3, 6, 8, 9, 9, 9, 10, 10

2. 2, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 8, 8

3. 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 1

วิธีทำ

1. ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 9

เพราะข้อมูลชุดนี้มี 9 เป็นข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

2. ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 5 และ 8

เพราะข้อมูลชุดนี้มี 5 และ 8 เป็นข้อมูลที่มีความถี่เท่ากัน และความถี่สูงสุด

3. ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ ไม่มีฐานนิยม

เพราะข้อมูลแต่ละค่ามีความถี่เท่ากันหมด

ตัวอย่างที่ 14 จงหาฐานนิยมของเบอร์ของเสื้อผ้าสำเร็จรูปของผู้หญิง

เบอร์ของเสื้อผ้าสำเร็จรูป	32	34	36	38	40
จำนวน (โหล)	24	20	30	24	17

ดังนั้น ฐานนิยมของเบอร์ของเสื้อผ้าสำเร็จรูปของผู้หญิง คือ เบอร์ 36

2 การหาฐานนิยมของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

ขั้นตอนการหาฐานนิยม มีดังนี้

- 1) เลือกชั้นของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดชั้นนั้น คือ “ชั้นฐานนิยม”
- 2) คำนวณหาโดยใช้สูตรดังนี้

$$\text{ฐานนิยม} = L_0 + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

เมื่อ L_0 คือ ขอบล่างหรือขีดจำกัดล่างแท้จริงของชั้นที่มีความถี่สูงสุด (ชั้นที่มีฐานนิยมอยู่)

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้น

d_1 คือ ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นฐานนิยมกับชั้นที่มีข้อมูลต่ำกว่า

d_2 คือ ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นฐานนิยมกับชั้นที่มีข้อมูลสูงกว่า

ตัวอย่างที่ 15 จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้ จงหาฐานนิยมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์
พื้นฐานของนักเรียน 50 คน

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน
48 - 52	2
53 - 57	2
58 - 62	2
63 - 67	4
68 - 72	5
73 - 77	7
78 - 82	4
83 - 87	7
88 - 92	9*
93 - 97	8

ชั้นฐานนิยม

วิธีทำ

1. ชั้นฐานนิยม คือ อันตรภาคชั้น 88 - 92

2. ถ้า $L_0 = 87.5$ $I = 92.5 - 87.5 = 5$

$d_1 = 9 - 7 = 2$ $d_2 = 9 - 8 = 1$

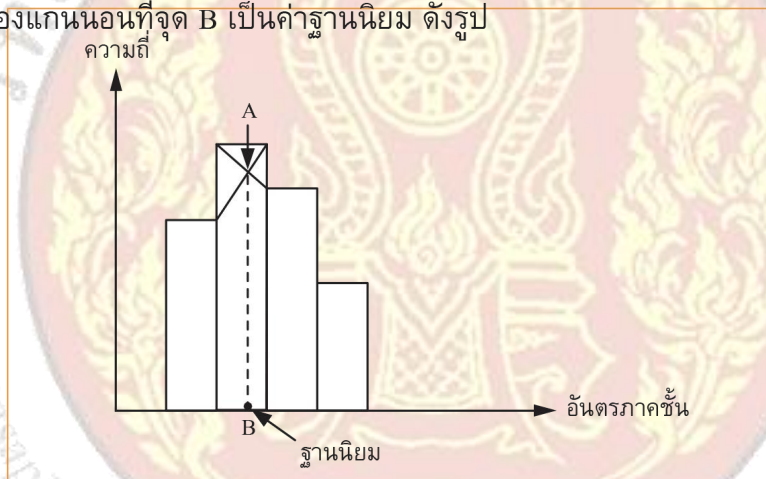
แทนค่าในสูตรจะได้

$$\begin{aligned}
 \text{ฐานนิยม} &= L_0 + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \\
 &= 87.5 + 5 \left(\frac{2}{2 + 1} \right) \\
 &= 87.5 + 3.33 \\
 &= 90.83
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ฐานนิยมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน คือ 90.83 คะแนน

การหาฐานนิยมจากกราฟฮิสโทแกรม ทำได้ดังนี้

- ❶ เขียนกราฟฮิสโทแกรม
- ❷ ลากเส้นเชื่อมขอบของแท่งที่เหลื่อมที่สูงที่สุดกับขอบของแท่งที่อยู่ต่อกันทั้ง 2 ด้าน ให้ส่วนของเส้นตรงตัดกันที่จุด A
- ❸ จากจุด A ลากเส้นตรงขนานกับแกนตั้ง ให้ตัดแกนนอนที่จุด B
- ❹ ค่าของแกนนอนที่จุด B เป็นค่าฐานนิยม ดังรูป



มัธยฐาน

มัธยฐาน (Median) คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูล เมื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาเรียงลำดับจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย ซึ่งค่านี้จะแบ่งข้อมูลชุดนั้นออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน ดังนั้นจึงมีข้อมูลที่มากกว่าหรือน้อยกว่าค่ามัธยฐานอยู่ประมาณเท่าๆ กัน

ใช้สัญลักษณ์ Med หรือ Me แทน มัธยฐาน

❶ การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ขั้นตอนการหาค่ามัธยฐานดังนี้

- ❶ เรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย

② หาตำแหน่งของมัธยฐานที่ $\frac{N+1}{2}$ เมื่อ N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

③ พิจารณาตำแหน่งของมัธยฐานจากข้อมูลที่เรียงลำดับ ดังนั้น

$$\text{มัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลในตำแหน่งที่ } \frac{N+1}{2}$$

ตัวอย่างที่ 16 จากข้อมูลต่อไปนี้ 5, 3, 8, 4, 7, 3, 9 จงหามัธยฐาน

วิธีทำ 3 3 4 5 7 8 9
ตำแหน่งมัธยฐาน คือ $\frac{N+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$
ดังนั้น มัธยฐานชุดนี้ คือ 5

ตัวอย่างที่ 17 จงหามัธยฐานของค่าใช้จ่ายของนักเรียน 6 คนดังนี้ 122, 120, 125, 240, 210 และ 200 บาท

วิธีทำ 120 122 125 200 210 240
ตำแหน่งมัธยฐาน คือ $\frac{N+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3.5$
นั่นคือ ตำแหน่งมัธยฐานอยู่กึ่งกลางระหว่างตำแหน่งที่ 3 และที่ 4
ดังนั้น มัธยฐานของค่าใช้จ่ายของนักเรียนกลุ่มนี้ คือ $\frac{125 + 200}{2} = 162.5$ บาท

② การหามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

การคำนวณหาค่ามัธยฐานสามารถคำนวณได้โดยสูตร

$$\text{มัธยฐาน} = L_0 + I \left[\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_m} \right]$$

เมื่อ L_0 แทน ขอบล่างหรือขีดจำกัดล่างแท้จริงที่มีค่ามัธยฐานอยู่ (เรียกชั้นนี้ว่า “ชั้นมัธยฐาน”)
 I แทน ความกว้างของอันตรภาคชั้น
 f_m แทน ความถี่ของข้อมูลในชั้นมัธยฐาน
 $\sum f_L$ แทน ความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นมัธยฐาน
 N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดหรือความถี่ทั้งหมด

ขั้นตอนการหาค่ามัธยฐาน มีดังนี้

- ① หาค่าความถี่สะสมของข้อมูลจากน้อยไปมาก
- ② หาดำแหน่งที่มีมัธยฐานอยู่ คือ $\frac{N}{2}$
- ③ หาชั้นที่มีมัธยฐานพิจารณาจากตำแหน่งมัธยฐานในข้อ ② เทียบกับค่าความถี่สะสม โดยค่าตำแหน่งนั้นจะต้องไม่เกินค่าความถี่สะสมในชั้นใดชั้นหนึ่ง แสดงว่าชั้นนั้น คือ ชั้นมัธยฐาน
- ④ หาค่า L_0 , I , f_m และ $\sum f_L$ แล้วแทนค่าลงในสูตรมัธยฐานข้างต้น

ตัวอย่างที่ 18 จงหามัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพของนักเรียน 50 คน

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน	ความถี่สะสม
48 - 52	2	2
53 - 57	2	4
58 - 62	2	6
63 - 67	4	10
68 - 72	5	15
73 - 77	7	22
78 - 82	4	26*
83 - 87	7	33
88 - 92	9	42
$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$		

ชั้นมัธยฐาน

2. หา $\frac{N}{2} = 25$ มัธยฐานจะอยู่ในตำแหน่งที่ 25 นี้

จากนั้นพิจารณาความถี่สะสม ดูว่าตำแหน่งที่ 25 อยู่ในชั้นใด พบว่ามัธยฐานจะตกอยู่ในชั้นที่ 7 เนื่องจากความถี่สะสมของชั้นนี้ คือ 26

3. หาค่า $L_0 = 77.5$, $I = 82.5 - 77.5 = 5$, $f_m = 4$ และ $\sum f_L = 22$

$$\begin{aligned}
 4. \text{ จากสูตร มัธยฐาน} &= L_0 + I \left[\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_m} \right] \\
 &= 77.5 + 5 \left[\frac{\frac{50}{2} - 22}{4} \right] \\
 &= 77.5 + 3.75 \\
 &= 81.25
 \end{aligned}$$

	ใบงาน ที่ ๕	หน่วยที่ ... ๕
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๙-๑๐
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1

จงแสดงวิธีทำ

๑. กำหนดให้ $x_๑ = -๒, x_๒ = ๔, x_๓ = ๕, x_๔ = -๓, x_๕ = ๐$

$y_๑ = ๒, y_๒ = -๔, y_๓ = ๕, y_๔ = -๑, y_๕ = ๒$

$f_๑ = ๑๐, f_๒ = ๕, f_๓ = ๒, f_๔ = ๔$ และ $c = ๕$

จงหาค่าของ

๑.๑) $\sum_{i=1}^4 f_i$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^4 f_i &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\ &= ๑๐ + ๕ + ๒ + ๔ \\ &= ๒๑\end{aligned}$$

๑.๒) $\sum_{i=1}^5 cx_i$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^5 cx_i &= c \sum_{i=1}^5 x_i \\ &= 5(x_1 + x_2 + \dots + x_5) \\ &= ๕[(-๒) + ๔ + ๕ + (-๓) + ๐] \\ &= ๕ \times ๔ = ๒๐\end{aligned}$$

๑.๓) $\sum_{i=1}^5 x_i y_i$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^5 x_i y_i &= (x_๑ y_๑ + x_๒ y_๒ + x_๓ y_๓ + x_๔ y_๔ + x_๕ y_๕) \\ &= [(-๒) \times ๒ + (๔ \times (-๔)) + (๕ \times ๕) + ((-๓) \times (-๑)) + (๐ \times ๒)] \\ &= [(-๔) + (-๑๖) + ๒๕ + ๓ + ๐] = ๘\end{aligned}$$

๑.๔) $\sum_{i=2}^5 (y_i - 4)^2$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sum_{i=2}^5 (y_i - 4)^2 &= (y_๒ - ๔)^๒ + (y_๓ - ๔)^๒ + (y_๔ - ๔)^๒ + (y_๕ - ๔)^๒ \\ &= (-๔ - ๔)^๒ + (๕ - ๔)^๒ + (-๑ - ๔)^๒ + (๒ - ๔)^๒ \\ &= ๖๔ + ๑ + ๒๕ + ๔ = ๙๔\end{aligned}$$

$$๑.๕) \sum_{i=1}^4 (f_i x_i + 3)$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \sum_{i=1}^4 (f_i x_i + 3) &= \sum_{i=1}^4 f_i x_i + \sum_{i=1}^4 3 \\ &= (f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + f_4 x_4) + (3 \times 4) \\ &= [(10 \times (-2)) + (5 \times 4) + (2 \times 5) + (4 \times (-3))] + 12 \\ &= [(-20) + 20 + 10 + (-12)] + 12 = 10 \end{aligned}$$



แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงจั่งต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร สู้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อวิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช้เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยยึดปฏิบัติอย่างเต็มใจ					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและกาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและสภาพแวดล้อม มีความผ่องใสเป็นที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น รับผิดชอบต่อตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวมพลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและขจัดความขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมทั้งจะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มีความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วมสร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ			
28-30 คะแนน =	ดีมาก	15-19 คะแนน =	ควรปรับปรุง
25-27 คะแนน =	ดี	0-14 คะแนน =	ใช้ไม่ได้
20-24 คะแนน =	พอใช้		

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ

แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๖
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๑-๑๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดตำแหน่งของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน การวัดตำแหน่งของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ ซึ่งเป็นการแบ่งจำนวนข้อมูลออกเป็น ๑๐๐ ส่วน เท่าๆ กัน เขียนแทนด้วย P๑, P๒, P๓, ..., P๙๙ การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ แบ่งเป็น ๒ กรณี คือ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่และข้อมูลที่แจกแจงความถี่ การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟโดยใช้เส้นโค้งความถี่สะสมหรือโอจีฟ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน...-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑.อธิบายความหมายของเปอร์เซ็นต์ไทล์ได้

๒.หาค่าตำแหน่งที่ของข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ได้

๓.นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนรู้เรื่องการวัดตำแหน่งของข้อมูลไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

๔.มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูกตเวที

๕. สารการเรียนรู้

๑.การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์จากกราฟ

๖. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑.ครูและผู้เรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นในการนำหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง มาประยุกต์ใช้เพื่อนำให้ผู้เรียนฝึกเรื่องความระมัดระวัง ความมีภูมิคุ้มกันที่ดีในตัวเองและความรอบคอบ ความรับผิดชอบ ความอดทน ความเพียร ความเอื้ออาทรต่อเพื่อนร่วมงาน เป็นต้น

๒.ครูใช้เทคนิคการสอนแบบซิปปาโมเดล (CIPPA MODEL) โดยการทบทวนความรู้เดิมจากสัปดาห์ที่ผ่านมา โดยดึงความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ผู้สอนใช้การสนทนาซักถามให้ผู้เรียนเล่าประสบการณ์เดิม

๓.ครูและผู้เรียนร่วมกันอภิปราย โดยทั่วไปที่ผ่านมาราทราบตำแหน่งของข้อมูลโดยใช้ลำดับที่ของข้อมูลเป็นตัวบอกตำแหน่ง เช่น ใน พ.ศ. ๒๕๕๕ ประเทศไทยเป็นประเทศที่มีความสุขมวลรวมเป็นอันดับที่ ๕๒ ของโลก แต่เราไม่ทราบว่าอันดับที่ ๕๒ ของโลกมาจากทั้งหมดกี่ประเทศ ด้วยเหตุนี้จึงได้มีการหาวิธีการวัดตำแหน่งของข้อมูลเพื่อที่จะสามารถบอกได้ทันทีว่าตำแหน่งนั้นดีหรือไม่ อย่างไร ในกลุ่มของข้อมูลชุดนี้ๆ วิธีการดังกล่าว คือ การวัดตำแหน่งโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) เดไซล์ (Deciles) และควอร์ไทล์ (Quartiles) ในทำนองเดียวกัน ถ้าเราทราบตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ เดไซล์ และควอร์ไทล์ เราก็สามารถหาค่าของ ข้อมูลตรงตำแหน่งนั้นๆ ได้ ในที่นี้จะกล่าวถึงการวัดตำแหน่งโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์เท่านั้น

ขั้นตอน

๔.ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้สื่อทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่นำอุปกรณ์สื่อทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน สื่อทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ Power Point เพื่ออธิบาย และสาธิตการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์จากกราฟ

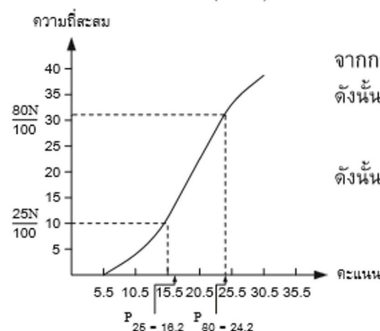
การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์นอกจากจะทำโดยวิธีการคำนวณแล้วยังสามารถทำได้โดยอาศัยกราฟ ที่ได้จากข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ โดยมีขั้นตอนดังนี้

- ๑ สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม
- ๒ สร้างกราฟ เส้นโค้งความถี่สะสม หรือร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์ โดยแกนตั้งแสดงความถี่สะสม ส่วนแกนนอนแสดงค่าของตัวแปร
- ๓ หาค่าตำแหน่งที่ของ $P_x = \frac{Nx}{100}$
- ๔ จากตำแหน่งของ P_x บนแกนตั้ง ลากเส้นตรงขนานกับแกนนอนตัดกราฟ
- ๕ จากจุดตัดลากเส้นขนานแกนนอน ตั้งแกนนอนที่จุดใด จุดนั้นจะเป็นค่าของ P_x ที่ต้องการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จงหา P_{25} , P_{80} ตารางแจกแจงความถี่แสดงคะแนนสอบของนักเรียน 40 คน

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์
6 - 10	2	2	$\frac{2 \times 100}{40} = 5$
11 - 15	6	8	20
16 - 20	15	23	57.5
21 - 25	12	35	87.5
26 - 30	5	40	100

วิธีทำ จากตารางแจกแจงความถี่สะสมหรือร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์เขียนเส้นโค้งความถี่สะสม (โอจีฟ) ได้ดังนี้



จากกราฟ
 ดังนั้น หาค่าตำแหน่งที่ของ $P_{25} = \frac{40 \times 25}{100} = 10$
 P_{25} ประมาณ 16.2
 ดังนั้น หาค่าตำแหน่งที่ของ $P_{80} = \frac{40 \times 80}{100} = 32$
 P_{80} ประมาณ 24.2

๕.ผู้เรียนฝึกทักษะการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์จากกราฟ

๖.ครูใช้เทคนิควิธีสอนแบบใช้โสตทัศนวัสดุ (Audio-Visual Material of Instruction Method) เป็นวิธีสอนที่นำอุปกรณ์โสตทัศนวัสดุมาช่วยพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน โสตทัศนวัสดุดังกล่าว ได้แก่ Power Point เพื่ออธิบาย และสาธิตดังนี้

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๗.ผู้เรียนสรุปการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ ดังนี้

① ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

☀ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปหามาก

☀ หาดำแหน่งของ P ที่ต้องการ

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{x(N+1)}{100}$$

☀ หาค่า P ที่ต้องการโดยการนับหรือใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางศ์

② ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

☀ หาคความถี่สะสม

☀ หาดำแหน่งของ P ที่ต้องการ

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{Nx}{100}$$

☀ หาค่า P ที่ต้องการโดยใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางศ์หรือใช้สูตร

$$P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_p} \right]$$

๘.ผู้เรียนทำกิจกรรม แบบประเมินผลการเรียนรู้ และประเมินตนเองจากแบบประเมินตนเอง

๙.ประเมินผู้เรียนตามแบบฟอร์มต่อไปนี้

ชื่อผู้เรียน	ประสบการณ์พื้นฐานการเรียนรู้			วิธีการเรียนรู้
	ความรู้	ทักษะ	ผลงาน	
๑.				
๒.				
๓.				
๔.				
๕.				

การวัดผลและประเมินผล

ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา

๒) ทดสอบก่อนเรียน

ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ
ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม

หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Point
๓. กิจกรรมการเรียนการสอน
๔. รูปภาพประกอบ
๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

๘.๑ หลักฐานความรู้

๑. บันทึกการสอน
๒. ใบเช็กรายชื่อ

๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน

๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน

๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้
๓. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๒ วิธีการประเมิน

๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้

๙.๓ เครื่องมือประเมิน

๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา

	ใบความรู้ ที่ ๖	หน่วยที่ ... ๖
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๑-๑๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดตำแหน่งของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดตำแหน่งของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ ซึ่งเป็นการแบ่งจำนวนข้อมูลออกเป็น ๑๐๐ ส่วน เท่าๆ กัน เขียนแทนด้วย P๑, P๒, P๓, ..., P๙๙ การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ แบ่งเป็น ๒ กรณี คือ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และข้อมูลที่แจกแจงความถี่ การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ จากกราฟโดยใช้เส้นโค้งความถี่สะสมหรือโอจีฟ

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑.อธิบายความหมายของเปอร์เซ็นต์ไทล์ได้

๒.หาค่าตำแหน่งที่ของข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ได้

๓.นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนรู้เรื่องการวัดตำแหน่งของข้อมูลไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

๔.มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษาสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๔.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๔.๖ การประหยัด

๔.๒ ความมีวินัย

๔.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๔.๓ ความรับผิดชอบ

๔.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๔.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๔.๙ ความรักสามัคคี

๔.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๔.๑๐ ความกตัญญูต่เวที

๕. เนื้อหาสาระ

เปอร์เซ็นต์ไทล์

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นนอกจากการหาค่ากลางของข้อมูลแล้วยังมีวิธีการอื่นๆ ที่จะช่วยในการวิเคราะห์ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ที่จะใช้ข้อมูลนั้น ในหน่วยนี้จะกล่าวถึงการวัดตำแหน่งของข้อมูลซึ่งเราเคยศึกษาการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยนำข้อมูลมาเรียงจากค่าน้อยไปหาค่ามากค่าที่อยู่ ณ ตำแหน่ง กึ่งกลางของข้อมูล เรียกว่า มัธยฐาน

โดยทั่วไปที่ผ่านมาเราทราบตำแหน่งของข้อมูลโดยใช้ลำดับที่ของข้อมูลเป็นตัวบอกตำแหน่ง เช่น ใน พ.ศ. 2555 ประเทศไทยเป็นประเทศที่มีความสุขมวลรวมเป็นอันดับที่ 52 ของโลก แต่เราไม่ทราบว่าอันดับที่ 52 ของโลกมาจากทั้งหมดกี่ประเทศ ด้วยเหตุนี้จึงได้มีการหาวิธีการวัดตำแหน่งของข้อมูลเพื่อที่จะสามารถบอกได้ทันทีว่าตำแหน่งนั้นดีหรือไม่ อย่างไรในกลุ่มของข้อมูลชุดนั้นๆ วิธีการดังกล่าวคือ การวัดตำแหน่งโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) เดไซล์ (Deciles) และควอร์ไทล์ (Quartiles) ในทำนองเดียวกัน ถ้าเราทราบตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ เดไซล์ และควอร์ไทล์ เราก็สามารถหาค่าของข้อมูลตรงตำแหน่งนั้นๆ ได้ ในที่นี้จะกล่าวถึงการวัดตำแหน่งโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์เท่านั้น

เปอร์เซ็นต์ไทล์

เปอร์เซ็นต์ไทล์เป็นการวัดตำแหน่งของข้อมูล โดยนำข้อมูลชุดหนึ่งมาเรียงค่าของข้อมูลจากน้อยไปมาก แบ่งจำนวนข้อมูลออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆ กัน จะมี 99 จุดแทนด้วยสัญลักษณ์ P เรียกว่า

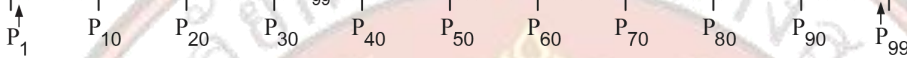
เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่หนึ่ง (P_1)

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่สอง (P_2)

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่สาม (P_3)

:

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เก้าสิบเก้า (P_{99})



ดังนั้น P_1 เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าน้อยอยู่ 1 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

P_2 เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าน้อยอยู่ 2 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

P_3 เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าน้อยอยู่ 3 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

:

P_{99} เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าน้อยอยู่ 99 ใน 100 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

☀ นักเรียนห้องหนึ่งมี 50 คน ลินดาสอบได้ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 90 ได้คะแนน 85 คะแนน

หมายความว่า มีผู้สอบได้คะแนนน้อยกว่า 85 คะแนนอยู่ 45 คนจาก 50 คน

☀ ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ วิทยาลัยและกิตติเป็นนักเรียนชั้นเดียวกัน วิทยาลัยสอบได้ 80% และกิตติสอบได้เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 อยากทราบว่าใครทำคะแนนได้มากกว่ากัน

วิทยาลัยสอบได้ 80% หมายความว่า วิทยาลัยสอบได้ 80 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน กิตติสอบได้ตำแหน่งที่ 80 หมายความว่า มีคนสอบได้คะแนนน้อยกว่ากิตติอยู่ 80 คน ใน 100 คนของผู้เข้าสอบทั้งหมด แต่ไม่ทราบว่ากิตติสอบได้กี่คะแนน ดังนั้นจึงสรุปไม่ได้ว่าใครทำคะแนนได้มากกว่ากัน

การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์

วิธีการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์แบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

1 การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

มีลำดับขั้นตอนดังนี้

1.1 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก

1.2 หาดำแหน่งของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้สูตร
มีลำดับขั้นตอนดังนี้

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{x(N+1)}{100} \text{ เมื่อ } N \text{ เป็นจำนวนข้อมูลทั้งหมด}$$

$$\text{เช่น ถ้า } x = 1 \text{ จะได้ตำแหน่งที่ของ } P_1 = \frac{1(N+1)}{100}$$

1.3 หาค่าของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยการนับ ถ้าตำแหน่งที่ได้จากข้อ 1.2 ตรงกับข้อมูลตัวใด จะได้ข้อมูลตัวนั้นเป็นคำตอบ แต่ถ้าไม่ตรงกับข้อมูลตัวใดเลย ให้ใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางศ์ในการหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 ในการวัดส่วนสูง (หน่วยเป็นเซนติเมตร) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งดังนี้

	159	156	157	150	149	148	149	150	165	170
วิธีทำ	154	153	158	164	165					
	เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก									
	148	149	149	150	150	153	154	156	157	158
	159	164	165	165	170					

หา P_{50}

$$\text{หาดำแหน่งที่ของ } P_{50} = \frac{50 \times (15 + 1)}{100} = 8$$

ตำแหน่งที่ของ P_{50} ตรงกับ 156

ดังนั้น P_{50} เท่ากับ 156 เซนติเมตร

หา P_{75}

$$\text{หาดำแหน่งที่ของ } P_{75} = \frac{75 \times (15 + 1)}{100} = 12$$

ตำแหน่งที่ของ P_{75} ตรงกับ 164

ดังนั้น P_{75} เท่ากับ 164 เซนติเมตร

หา P_{90}

$$\text{หาดำแหน่งที่ของ } P_{90} = \frac{90 \times (15 + 1)}{100} = 14.4$$

ตำแหน่งที่ต่างกัน $15 - 14 = 1$ ความสูงต่างกัน $170 - 165 = 5$

ตำแหน่งที่ต่างกัน $14.4 - 14 = 0.4$ ความสูงต่างกัน $\frac{5 \times 0.4}{1} = 2$

หมายเหตุ ดังนั้นค่าของ P_{90} มีค่าเท่ากับ 165 และ 90% ที่เกินค่ามากกว่า 167 เซนติเมตร

หรือ P_{90} หมายความว่า มีจำนวน 10% ที่มีส่วนสูงสูงกว่า 167 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพของนักเรียนจำนวน 15 คน เป็นดังนี้

84 55 32 44 43 51 63 70 75 66 80 73 78 81 87

จงหา 1) คะแนน 70 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด

2) คะแนน 80 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด

วิธีทำ

เรียงลำดับคะแนนจากน้อยไปมาก

32 43 44 51 55 63 66 70
73 75 78 80 81 84 87

1. คะแนน 70 อยู่ในตำแหน่งที่ 8

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{x(N+1)}{100}$$

2. คะแนน 80 อยู่ในตำแหน่งที่ 15

$$\frac{8 \times 100}{16^x} = x = \frac{100 \times (N+1)}{100}$$

$$x \times 12 = 50 = \frac{x(15+1)}{100}$$

ดังนั้น คะแนน 70 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50

$$\frac{12 \times 100}{16} = x$$

$$x = 75$$

ดังนั้น คะแนน 80 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75

2.1 ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ในแต่ละค่า (ที่ไม่เป็นช่วงคะแนน) การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ ทำในทำนองเดียวกับข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ กล่าวคือ

เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก เพียงแต่สร้างความถี่สะสมแบบน้อยกว่าเพื่อบอกตำแหน่งของข้อมูล

ตัวอย่างที่ 3 จากการสอบถามค่าใช้จ่ายแต่ละวันของนักเรียนเป็นดังนี้

ค่าใช้จ่าย (บาท)	35	40	45	50	55	60
จำนวนนักเรียน	5	4	6	8	9	8

วิธีทำ

จงหา P_{15} และ P_{70}

ค่าใช้จ่าย (บาท)	จำนวนนักเรียน	ความถี่สะสม
35	5	5
40	4	9
45	6	15
50	8	23
55	9	32
60	8	40

หา P_{15}

$$\text{หาตำแหน่งที่ของ } P_{15} = \frac{15(40+1)}{100}$$

$$= 6.15$$

ตำแหน่งที่ 6.15 อยู่ในช่วงความถี่สะสมของค่าใช้จ่าย 40 บาท

ดังนั้น P_{15} เท่ากับ 40 บาท

หา P_{70}

$$\begin{aligned}\text{หาตำแหน่งที่ของ } P_{70} &= \frac{70(40 + 1)}{100} \\ &= 28.7\end{aligned}$$

ตำแหน่งที่ 28.7 อยู่ในช่วงความถี่สะสมของค่าใช้จ่าย 55 บาท

ดังนั้น P_{70} เท่ากับ 55 บาท

2.2 ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ในแต่ละอันดับ (ที่เป็นช่วงคะแนน) มีวิธีการหาค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ ดังนี้

☀ หาความถี่สะสมของแต่ละอันดับ

☀ หาตำแหน่งของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการในข้อมูล N ตัว ซึ่ง

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{Nx}{100} \quad ; x = 1, 2, 3, \dots, 99$$

☀ หาอันดับที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการหาอยู่

☀ หาค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการโดยใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางศ์หรือโดยใช้สูตร

$$P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right]$$

เมื่อ L แทน ขอบล่างของอันดับที่มีเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการหาอยู่

I แทน ความกว้างของอันดับที่มีเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการหาอยู่

$\sum f_L$ แทน ความถี่สะสมของอันดับที่ต่ำกว่าอันดับที่มีเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการหาอยู่

f_{P_x} แทน ความถี่ของอันดับที่มีเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการหาอยู่

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 4 ผลจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

วิธีทำ

คะแนน	จำนวนนักเรียน
30 - 39	2
40 - 49	5
50 - 59	8
60 - 69	24
70 - 79	10
80 - 89	10
90 - 99	1

จงหา

1. เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 35
2. เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 90
3. คะแนน 55 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม
30 - 39	2	2
40 - 49	5	7
50 - 59	8	15
60 - 69	24	39*
70 - 79	10	49
80 - 89	10	59**
90 - 99	1	60

1. หา P_{35}

$$\text{หาตำแหน่งที่ของ } P_{35} = \frac{Nx}{100} = \frac{60 \times 35}{100} = 21$$

ใช้เทียบบัญญัติไตรยางศ์

ความถี่สะสมต่างกันอยู่ $39 - 15 = 24$ คะแนนต่างกัน $69.5 - 59.5 = 10$ คะแนน

ความถี่สะสมต่างกันอยู่ $21 - 15 = 6$ คะแนนต่างกัน $\frac{6 \times 10}{24} = 2.5$ คะแนน

$$\text{ดังนั้น } P_{35} = 59.5 + 2.5 = 62 \text{ คะแนน}$$

$$\text{หรือใช้สูตร } P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_{p_x}} \right]$$

$$x = 35, L = 59.5, N = 60$$

$$\sum f_L = 15, f_{p_x} = 24, I = 10$$

$$\text{แทนค่า } P_{35} = 59.5 + 10 \left[\frac{\frac{60 \times 35}{100} - 15}{24} \right]$$

$$P_{35} = 59.5 + 2.5 = 62$$

ดังนั้น P_{35} เท่ากับ 62 คะแนน

2. หา P_{90}

$$\text{หาตำแหน่งที่ของ } P_{90} = \frac{Nx}{100} = \frac{60 \times 90}{100} = 54$$

ใช้เทียบบัญญัติไตรยางศ์

ความถี่สะสมต่างกัน $59 - 49 = 10$ คะแนนต่างกัน $89.5 - 79.5 = 10$ คะแนน

ความถี่สะสมต่างกัน $54 - 49 = 5$ คะแนนต่างกัน $\frac{5 \times 10}{10} = 5$ คะแนน

$$\text{ดังนั้น } P_{90} = 79.5 + 5 = 84.5$$

$$\text{หรือใช้สูตร } P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right]$$

$$x = 90, L = 79.5, N = 60, \sum f_L = 49, f_{P_x} = 10, I = 10$$

$$\text{แทนค่า } P_{90} = 79.5 + 10 \left[\frac{\frac{60 \times 90}{100} - 49}{10} \right] = 79.5 + 5$$

$$P_{90} = 84.5$$

ดังนั้น P_{90} เท่ากับ 84.5 คะแนน

3. จากสูตร

$$P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right]$$

$$P_x = 55, L = 49.5, N = 60, \sum f_L = 7, f_{P_x} = 8, I = 10$$

$$\text{แทนค่า } 55 = 49.5 + 10 \left[\frac{\frac{60x}{100} - 7}{8} \right]$$

$$55 - 49.5 = 10 \left[\frac{\frac{60x}{100} - 7}{8} \right]$$

$$5.5 \times \frac{8}{10} = \frac{60x}{100} - 7$$

$$4.4 + 7 = \frac{6x}{10}$$

$$\frac{11.4 \times 10}{6} = x$$

$$x = 19$$

ดังนั้น คะแนน 55 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 19

ตัวอย่างที่ ๕ จากการวัดความสูงของนักเรียน 40 คน ปรากฏดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	136-139	140-143	144-147	148-151	152-155	156-159	160-163	164-167
จำนวนนักเรียน	1	3	4	9	12	6	3	2

คะแนน	จำนวนเรียน	ความถี่สะสม
136 - 139	1	1
140 - 143	3	4
144 - 147	4	8
148 - 151	9	17
152 - 155	12	29
156 - 159	6	35
160 - 163	3	38
164 - 167	2	40

1. จากสูตร
$$P_x = L + I \left[\frac{\frac{N_x}{100} - \sum f_L}{f_p} \right]$$

แทนค่า
$$150 = 147.5 + 4 \left[\frac{\frac{40x}{100} - 8}{9} \right]$$

$$(150 - 147.5) \times \frac{9}{4} = \frac{4x}{10} - 8$$

$$5.625 + 8 = \frac{4x}{10}$$

$$x = 13.625 \times \frac{10}{4}$$

$$x = 34.0625 \approx 34$$

ดังนั้น สาลินมีส่วนสูง 150 เซนติเมตร ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 34

$$2. \text{ จากสูตร } P_x = L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_p} \right]$$

$$\text{แทนค่า } 158 = 155.5 + 4 \left[\frac{\frac{40x}{100} - 29}{6} \right]$$

$$(158 - 155.5) \times \frac{6}{4} = \frac{4x}{10} - 29$$

$$3.75 + 29 = \frac{4x}{10}$$

$$\frac{32.75 \times 10}{4} = x$$

$$x = 81.875 \approx 82$$

ดังนั้น นักเรียนที่มีส่วนสูงต่ำกว่า 158 เซนติเมตร มีประมาณ 82%

การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์นอกจากจะทำโดยวิธีการคำนวณแล้วยังสามารถทำได้โดยอาศัยกราฟที่ได้จากข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ โดยมีขั้นตอนดังนี้

❶ สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม

❷ สร้างกราฟ เส้นโค้งความถี่สะสม หรือร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์ โดยแกนตั้งแสดงความถี่สะสม ส่วนแกนนอนแสดงค่าของตัวแปร

❸ หาดำแหน่งที่ของ $P_x = \frac{Nx}{100}$

❹ จากตำแหน่งของ P_x บนแกนตั้งลากเส้นตรงขนานกับแกนนอนตัดกราฟ

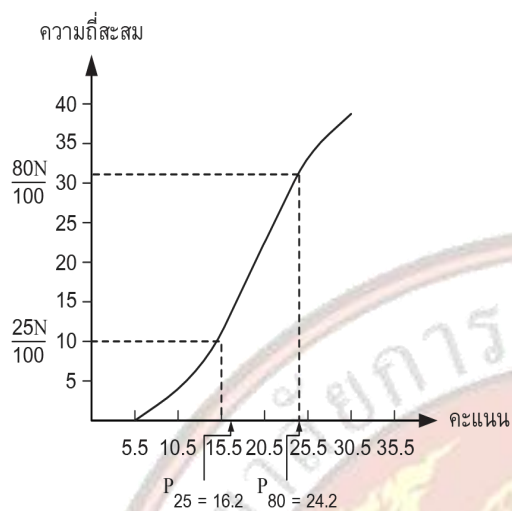
❺ จากจุดตัดลากเส้นขนานแกนตั้ง ตัดแกนนอนที่จุดใด จุดนั้นจะเป็นค่าของ P_x ที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 6 จากข้อมูลต่อไปนี้ หาค่า P_{25} , P_{80} ตารางแจกแจงความถี่แสดงคะแนนสอบของนักเรียน 40 คน

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์
6 - 10	2	2	$\frac{2 \times 100}{40} = 5$
11 - 15	6	8	20
16 - 20	15	23	57.5
21 - 25	12	35	87.5
26 - 30	5	40	100

วิธีทำ

จากตารางแจกแจงความถี่สะสมหรือร้อยละของความถี่สัมพัทธ์เขียนเส้นโค้งความถี่สะสม (โอจีฟ) ได้ดังนี้



จากกราฟ หาตำแหน่งที่ของ $P_{25} = \frac{40 \times 25}{100} = 10$
ดังนั้น P_{25} ประมาณ 16.2

หาตำแหน่งที่ของ $P_{80} = \frac{40 \times 80}{100} = 32$
ดังนั้น P_{80} ประมาณ 24.2



ข้อสังเกต การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์โดยใช้กราฟจะได้ค่าโดยประมาณ

	ใบงาน ที่ ๖	หน่วยที่ ... ๖
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๑-๑๒
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดตำแหน่งของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดตำแหน่งของข้อมูล		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.1

จงแสดงวิธีทำ

๑. จากข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาภาษาไทย ของนักเรียน ๓๒ คน ได้คะแนนดังนี้

๓๐ ๓๔ ๓๙ ๔๐ ๔๗ ๔๙ ๕๐ ๕๐
 ๕๑ ๕๒ ๕๒ ๕๓ ๕๔ ๕๔ ๕๕ ๕๕
 ๕๕ ๕๖ ๕๗ ๕๘ ๕๘ ๕๙ ๖๐ ๖๑
 ๖๓ ๖๔ ๖๔ ๖๙ ๖๙ ๖๙ ๗๐ ๗๑

จงหา

๑.๑) เปอร์เซ็นไทล์ที่ ๔๐

$$\text{หา } P_{40} \text{ หาตำแหน่งที่ของ } P_{40} = \frac{40(32+1)}{100} = ๑๓.๒$$

ดังนั้น P_{40} เท่ากับ ๕๔ คะแนน

๑.๒) คะแนนที่แสดงว่ามีนักเรียน ๕๐% ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนนั้น

$$\text{หา } P_{50} \text{ หาตำแหน่งที่ของ } P_{50} = \frac{50(32+1)}{100} = ๑๖.๕$$

ตำแหน่งที่ต่างกัน ๑๗ - ๑๖ = ๑ คะแนนต่างกัน ๕๕ - ๕๔ = ๑ คะแนน

ตำแหน่งที่ต่างกัน ๑๖.๕ - ๑๖ = ๐.๕ คะแนนต่างกัน $\frac{1 \times 0.5}{1} = ๐.๕$ คะแนน

ดังนั้น $P_{50} = ๕๔ + ๐.๕ = ๕๔.๕$ คะแนน

ดังนั้น มีนักเรียน ๕๐% ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้คะแนนต่ำกว่า ๕๔.๕

๑.๓) คะแนนสอบ ๖๑ คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าใด

คะแนน ๖๑ อยู่ในตำแหน่งที่ ๒๔

$$\text{ตำแหน่งที่ของ } P_x = \frac{x(N+1)}{100} = ๒๔$$

$$๒๔ = \frac{x(32+1)}{100}$$

$$\frac{24 \times 100}{33} = x$$

$$x = ๗๒.๗๓$$

ดังนั้น คะแนนสอบ ๖๑ คะแนน ตรงกับเปอร์เซ็นไทล์ที่ ๗๒.๗๓

๒. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้

ส่วนสูง (ซม.)	ความถี่	ความถี่สะสม
๑๑๘ - ๑๒๖	๓	๓
๑๒๗ - ๑๓๕	๕	๘
๑๓๖ - ๑๔๔	๙	๑๗
๑๔๕ - ๑๕๓	๑๒	๒๙
๑๕๔ - ๑๖๒	๕	๓๔
๑๖๓ - ๑๗๑	๔	๓๘
๑๗๒ - ๑๘๐	๒	๔๐

๒.๑) ส่วนสูง ๑๔๖.๗๕ เซนติเมตร ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร

$$\begin{aligned} \text{จาก } P_x &= L + I \left[\frac{\frac{N_x}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right] \\ ๑๔๖.๗๕ &= ๑๔๔.๕ + ๙ \left[\frac{\frac{40x}{100} - 17}{12} \right] \\ (๑๔๖.๗๕ - ๑๔๔.๕) \times \frac{12}{9} &= \frac{4x}{10} - ๑๗ \\ ๓ + ๑๗ &= \frac{4x}{10} \\ \frac{20 \times 10}{4} &= x \\ x &= ๕๐ \end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนสูง ๑๔๖.๗๕ เซนติเมตร ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ ๕๐

๒.๒) เปอร์เซ็นไทล์ที่ ๙๙ มีค่าเท่าไร

$$\text{หาตำแหน่งของ } P_{๙๙} = \frac{N_x}{100} = \frac{40(99)}{100} = ๓๙.๖$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } P_x &= L + I \left[\frac{\frac{N_x}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right] \\ P_{๙๙} &= ๑๗๑.๕ + ๙ \left[\frac{\frac{40(99)}{100} - 38}{2} \right] \\ &= ๑๗๑.๕ + ๙ \left[\frac{39.6 - 38}{2} \right] \\ P_x &= ๑๗๑.๕ + ๗.๒ = ๑๗๘.๗ \end{aligned}$$

ดังนั้น เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ ๙๙ มีค่าเป็น ๑๗๘.๗ เซนติเมตร

๒.๓) ถ้าสุภาภรณ์อยู่ในวิทยาลัยแห่งนี้ มีส่วนสูงเป็นอันดับ ๕ จากส่วนสูงสูงสุด จงหาส่วนสูงของ สุภาภรณ์ ส่วนสูงเป็นอันดับ ๕ จากส่วนสูงสูงสุด นั่นคือ ตำแหน่งที่ ๓๖

$$\begin{aligned} \text{จาก } P_x &= L + I \left[\frac{\frac{Nx}{100} - \sum f_L}{f_{P_x}} \right] \\ &= ๑๖๒.๕ + ๔ \left[\frac{36 - 34}{4} \right] \\ &= ๑๖๒.๕ + \left(\frac{9 \times 2}{4} \right) = ๑๖๒.๕ + ๔.๕ \end{aligned}$$

$P_x = ๑๖๗$
ดังนั้น ส่วนสูงของสุภาภรณ์เป็น ๑๖๗ เซนติเมตร



แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้
 อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง
 โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำจริงจั่งต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร สู้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช้เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยึดปฏิบัติอย่างเต็มใจ					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและ กาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและ สภาพแวดล้อม มีความพอใจในสิ่งที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น รับผิดชอบต่อตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวม พลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและจัดความ ขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับความแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมที่จะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มี ความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วม สร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ			
28-30 คะแนน =	ดีมาก	15-19 คะแนน =	ควรปรับปรุง
25-27 คะแนน =	ดี	0-14 คะแนน =	ใช้ไม่ได้
20-24 คะแนน =	พอใช้		

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

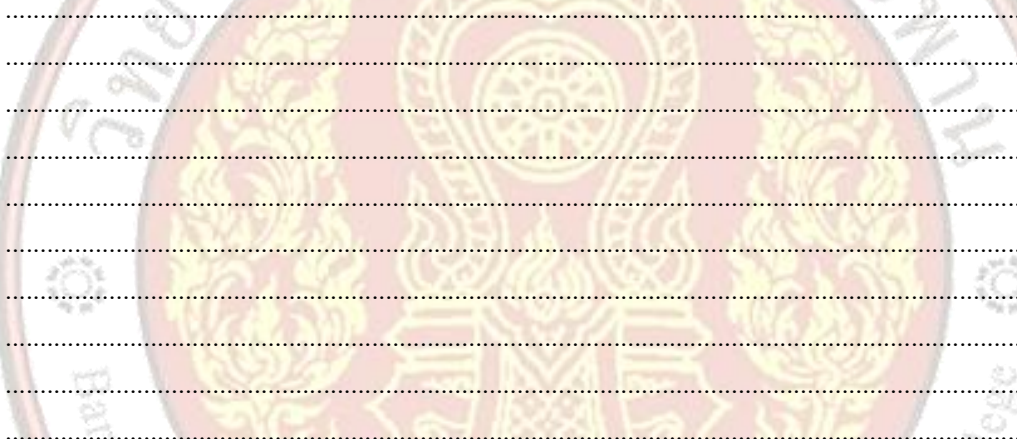
ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ



แนวทางแก้ปัญหา

Industrial and Community Education

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ ... ๗
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๓-๑๘
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดการกระจายของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน การวัดการกระจายของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

การวัดการกระจายของข้อมูล เป็นการศึกษาลักษณะของข้อมูลว่ามีการกระจายหรือแตกต่างจากค่ากลางของข้อมูลมากน้อยเพียงใด

โดยทั่วไปการวัดการกระจายของข้อมูลมี ๒ แบบ คือ การวัดการกระจายสัมบูรณ์และการวัดการกระจายสัมพัทธ์

การวัดการกระจายสัมบูรณ์เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว ทั้งนี้เพื่อต้องการทราบว่าข้อมูล ชุดนั้นมีการกระจายมากน้อยเพียงใด สามารถทำได้ ๔ วิธี คือ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง ๒ วิธี ได้แก่ พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลตั้งแต่สองชุดขึ้นไป โดยใช้อัตราส่วนของค่าที่ได้จากการวัดการกระจายสัมบูรณ์กับค่ากลางของข้อมูลชุดนั้น สามารถนำไปใช้เปรียบเทียบกับการกระจายของข้อมูล แต่ละกลุ่มว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากน้อยกว่ากัน โดยทั่วไปมักจะคำนวณออกมาในรูปร้อยละ และเรียกอัตราส่วนนี้ว่า “สัมประสิทธิ์ของการกระจาย” สัมประสิทธิ์การกระจายแบ่งออกเป็น ๔ วิธี คือ สัมประสิทธิ์ของพิสัย สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง ๒ วิธี ได้แก่ สัมประสิทธิ์ของพิสัยและสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๒.๑ มาตรฐานอาชีพ.....-.....สมรรถนะย่อย.....-.....

๑) เกณฑ์การปฏิบัติงาน....-

๒) วิธีประเมิน.....-.....

๓) หลักฐานการปฏิบัติงาน (Performance Evidence)

๔) หลักฐานความรู้ (Knowledge Evidence)

๒.๒ บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาค่ากระจายข้อมูลโดยใช้พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ของพิสัย และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑. บอกความหมายและชนิดของการวัดการกระจายสัมบูรณ์ได้

๒. คำนวณหาค่าพิสัยได้

๓. คำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้

๔. เลือกใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวัดการกระจายของข้อมูลได้

๕. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๕.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๕.๒ ความมีวินัย

๕.๓ ความรับผิดชอบ

๕.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๕.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๕.๖ การประหยัด

๕.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๕.๘ การละเว้นสิ่งเสียดและการพนัน

๕.๙ ความรักสามัคคี

๕.๑๐ ความกตัญญูทดเวทีย

๕. สารการเรียนรู

๑.การวัดการกระจายสัมบูรณ์

๖. กิจกรรมการเรียนรู

กิจกรรมการเรียนรู

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

๑.ครูและผู้เรียนทบทวนว่าการวัดการกระจายของข้อมูล เป็นการพิจารณาลักษณะของข้อมูลว่ามีการกระจาย หรือแตกต่างจากค่ากลางของข้อมูลมากน้อยเพียงใด เช่น นักเรียน ๒ กลุ่ม ได้รับ การทดสอบก่อนเรียนในวิชาเดียวกัน ด้วยข้อสอบชุดเดียวกัน ผลปรากฏว่าคะแนนทดสอบของทั้ง ๒ กลุ่มมีค่าเฉลี่ย ๓๐ คะแนนเท่ากัน ถ้าผู้สอนทราบเพียงว่านักเรียน ๒ กลุ่ม ทำแบบทดสอบก่อนเรียนได้ค่าเฉลี่ยเท่ากัน คือ ๓๐ คะแนน ก็จะเข้าใจเพียงว่านักเรียน ๒ กลุ่มนี้มีความรู้พื้นฐานพอๆ กัน แต่จะไม่ทราบว่าการกระจายของคะแนนหรือความรู้พื้นฐานของนักเรียน แต่ละกลุ่มเป็นอย่างไร นักเรียนแต่ละกลุ่มมีความรู้พื้นฐานแตกต่างกันมากน้อยเพียงใดลองพิจารณา ข้อมูลคะแนนในแต่ละกลุ่มดังต่อไปนี้

กลุ่ม ๑ 31 21 50 44 11 18 35 (ค่าเฉลี่ย = 30)

กลุ่ม ๒ 20 35 29 31 22 40 33 (ค่าเฉลี่ย = 30)

๒.ครูแสดงรูปภาพประกอบการอธิบาย

ขั้นสอน

๓.ครูใช้เทคนิคการสอนแบบ Lecture Method การจัดการเรียนรูแบบบรรยาย คือกระบวนการเรียนรูที่ผู้สอนเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ให้แก่ผู้เรียนโดยพูดบอกเล่า อธิบายและสาคิเรื่องราวการวัดการกระจายสัมบูรณ์ การวัดการกระจายสัมบูรณ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่อให้ทราบว่าการกระจายของข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายมากน้อยเพียงใด สามารถทำได้ ๔ วิธี คือ

๑ พิสัย (Range)

๒ ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile Deviation)

๓ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean Deviation)

๔ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

๕ ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง ๒ วิธี ได้แก่ พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

๔.ผู้เรียนคำนวณหาค่าพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้าให้ X_{max} เป็นค่าสูงสุดของข้อมูล และ X_{min} เป็นค่าต่ำสุดของข้อมูล

พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด

หรือ

Range = $X_{max} - X_{min}$

จงหาพิสัยของอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่มีข้อมูลดังนี้

17 15 22 15 16 17 21 23 19 20 (หน่วยเป็นปี)

$$\begin{aligned} \text{Range} &= X_{max} - X_{min} \\ &= 23 - 15 = 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของอายุของนักเรียนกลุ่มนี้ คือ 8 ปี

๕.ผู้เรียนคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

๖.ผู้เรียนทำกิจกรรม และแบบประเมินผลการเรียนรู

๗.ครูเน้นให้ผู้เรียนให้ปฏิบัติงานด้วยความความระมัดระวัง เพื่อเป็นการสร้างภูมิคุ้มกันที่ดีในตัวเอง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

๘. ครูและผู้เรียนร่วมกันสรุปเนื้อหา โดยการแสดงการคำน

การวัดผลและประเมินผล

- ก่อนเรียน ๑) ใช้สมุดบันทึกเวลาเรียน ขานชื่อผู้เรียนและตรวจการตรงต่อเวลา
๒) ทดสอบก่อนเรียน
- ขณะเรียน ๑) ใช้แบบสังเกตพฤติกรรม สังเกตการตอบคำถาม ความสนใจใฝ่รู้ ความรับผิดชอบ
ต่องานที่มอบหมาย การร่วมกิจกรรม
- หลังเรียน ๑) ทดสอบหลังเรียน ใช้เกณฑ์ผ่าน ๕๐ %

๗. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

๑. หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
๒. สื่ออิเล็กทรอนิกส์ และ Power Power
๓. กิจกรรมการเรียนการสอน
๔. รูปภาพประกอบ
๕. ตัวอย่างการคำนวณ

๘. หลักฐานการเรียนรู้

- ๘.๑ หลักฐานความรู้
๑. บันทึกการสอน
 ๒. ใบเช็กรายชื่อ
- ๘.๒ หลักฐานการปฏิบัติงาน
๑. แผนจัดการเรียนรู้

๙. การวัดและประเมินผล

- ๙.๑ เกณฑ์การปฏิบัติงาน
๑. สังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 ๒. ตรวจกิจกรรมส่งเสริมคุณธรรมนำความรู้
 ๓. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๒ วิธีการประเมิน
๑. แบบสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล
 ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้
- ๙.๓ เครื่องมือประเมิน
๑. เกณฑ์ผ่านการสังเกตพฤติกรรมรายบุคคล ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
 ๒. แบบประเมินผลการเรียนรู้มีเกณฑ์ผ่าน ๕๐%

๑๐. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

- ๑๐.๑ ข้อสรุปหลังการจัดการเรียนรู้

.....
.....

.....

๑๐.๒ ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

๑๐.๓ แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

.....



	ใบความรู้ ที่ ๗	หน่วยที่ ... ๗
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๓-๑๔
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดการกระจายของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดการกระจายของข้อมูล		

๑. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

การวัดการกระจายของข้อมูล เป็นการศึกษาลักษณะของข้อมูลที่มีการกระจายหรือแตกต่างจากค่ากลางของข้อมูลมากน้อยเพียงใด

โดยทั่วไปการวัดการกระจายของข้อมูลมี ๒ แบบ คือ การวัดการกระจายสัมบูรณ์และการวัดการกระจายสัมพัทธ์

การวัดการกระจายสัมบูรณ์เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว ทั้งนี้เพื่อต้องการทราบว่าข้อมูล ชุดนั้นมีการกระจายมากน้อยเพียงใด สามารถทำได้ ๔ วิธี คือ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง ๒ วิธี ได้แก่ พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลตั้งแต่สองชุดขึ้นไป โดยใช้อัตราส่วนของค่าที่ได้จากการวัดการกระจายสัมบูรณ์กับค่ากลางของข้อมูลชุดนั้น สามารถนำไปใช้เปรียบเทียบกับ การกระจายของข้อมูล แต่ละกลุ่มว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากน้อยกว่ากัน โดยทั่วไปมักจะคำนวณออกมาในรูปร้อยละ และเรียกอัตราส่วนนี้ว่า “สัมประสิทธิ์ของการกระจาย” สัมประสิทธิ์การกระจายแบ่งออกเป็น ๔ วิธี คือ สัมประสิทธิ์ของพิสัย สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง ๒ วิธี ได้แก่ สัมประสิทธิ์ของพิสัยและสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

๒. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

๓. สมรรถนะประจำหน่วย

หาค่ากระจายข้อมูลโดยใช้พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ของพิสัย และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

๔. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

๑.บอกความหมายและชนิดของการวัดการกระจายสัมบูรณ์ได้

๒.คำนวณหาค่าพิสัยได้

๓.คำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้

๔.เลือกใช้พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวัดการกระจายของข้อมูลได้

๕.มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้สำเร็จการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ที่ครูสามารถสังเกตได้ขณะทำการสอนในเรื่อง

๕.๑ ความมีมนุษยสัมพันธ์

๕.๒ ความมีวินัย

๕.๓ ความรับผิดชอบ

๕.๔ ความซื่อสัตย์สุจริต

๕.๕ ความเชื่อมั่นในตนเอง

๕.๖ การประหยัด

๕.๗ ความสนใจใฝ่รู้

๕.๘ การละเว้นสิ่งเสพติดและการพนัน

๕.๙ ความรักสามัคคี

๕.๑๐ ความกตัญญูทดแทน

๕. เนื้อหาสาระ

การวัดและการกระจายสัมบูรณ์

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่อให้ทราบว่าข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายมากน้อยเพียงใด สามารถทำได้ 4 วิธี คือ

- 1 พิสัย (Range)
- 2 ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile Deviation)
- 3 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean Deviation)
- 4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

☀ ในหน่วยนี้จะศึกษาเพียง 2 วิธี ได้แก่ พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

พิสัย

พิสัย (Range) คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลได้จากผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดกับข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด

1 การหาพิสัยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้าให้ $X_{\max}$ เป็นค่าสูงสุดของข้อมูล และ $X_{\min}$ เป็นค่าต่ำสุดของข้อมูล

$$\text{พิสัย} = \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}$$

หรือ

$$\text{Range} = X_{\max} - X_{\min}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพิสัยของอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่งที่มีข้อมูลดังนี้

17 15 22 15 16 17 21 23 19 20 (หน่วยเป็นปี)

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{Range} &= X_{\max} - X_{\min} \\ &= 23 - 15 = 8\end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของอายุของนักเรียนกลุ่มนี้ คือ 8 ปี

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพิสัยของน้ำหนักของพนักงาน 70 คนของบริษัทแห่งหนึ่ง

น้ำหนัก (กก.)	60 - 64	65 - 69	70 - 74	75 - 79	80 - 84	85 - 89
จำนวนพนักงาน	4	10	16	15	14	11

วิธีทำ พิสัย = ขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีข้อมูลมีค่าสูงสุด - ขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีข้อมูลมีค่าต่ำสุด

$$= 89.5 - 59.5$$

$$= 30$$

ดังนั้น พิสัยน้ำหนักของพนักงานของบริษัทแห่งนี้คือ 30 กิโลกรัม



ข้อสังเกต

1. การวัดการกระจายสัมบูรณ์โดยใช้พิสัยเป็นการวัดการกระจายอย่างคร่าวๆ ทำให้สะดวกและรวดเร็ว เพราะค่าที่ใช้เน้นใช้เพียง 2 ค่าเท่านั้น
2. ถ้าค่าของข้อมูลบางตัวมีค่ามากหรือน้อยผิดปกติจากค่าของข้อมูลอื่นๆ จะทำให้ค่าพิสัยที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่าที่ควรจะเป็นมาก
3. ถ้าข้อมูลที่แจกแจงความถี่และเป็นอันตรภาคชั้นเปิดจะไม่สามารถหาค่าพิสัยได้
4. ถ้าข้อมูลที่มีพิสัยมากแสดงว่าข้อมูลมีการกระจายจากค่ากลางมาก และข้อมูลที่มีพิสัยน้อยแสดงว่าข้อมูลมีการกระจายจากค่ากลางน้อย

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คือ ค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลที่ได้จากการหารากที่สองของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าของข้อมูลแต่ละค่าจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น ใช้สัญลักษณ์ S หรือ S.D. แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้าให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูลตัวที่ 1, 2, 3, ..., n ตามลำดับ

$\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

$$\text{สูตรที่ 1} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$\text{สูตรที่ 2} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียน 5 คน เป็นดังนี้

23, 28, 32, 30, 37

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} \\ &= \frac{23 + 28 + 32 + 30 + 37}{5} = \frac{150}{5} \\ &= 30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 &= (23 - 30)^2 + (28 - 30)^2 + (32 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (37 - 30)^2 \\ &= 49 + 4 + 4 + 0 + 49 \\ &= 106\end{aligned}$$

จากสูตรที่ 1

$$\begin{aligned}S &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{106}{5}} \\ &= \sqrt{21.2} \\ S &= 4.6\end{aligned}$$

การวัดและการกระจายสัมบูรณ์

$$\begin{aligned}\text{จากสูตรที่ 2 } S &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (\bar{x})^2} \\ \sum_{i=1}^5 x_i^2 &= 23^2 + 28^2 + 32^2 + 30^2 + 37^2 \\ &= 529 + 784 + 1,024 + 900 + 1,369 \\ &= 4,606\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{แทน } S &= \sqrt{\frac{4,606}{5} - (30)^2} \\ &= \sqrt{921.2 - 900} \\ &= \sqrt{21.2} \\ S &= 4.6\end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้ คือ 4.6 คะแนน

ตัวอย่างที่ 4 ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน ถ้าอายุของบิดา มารดา และบุตรทั้ง 4 คน เป็นดังนี้ 40, 38, 14, 12, 9 และ 7 ปี ตามลำดับ จงหาว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุของสมาชิกทุกคนในครอบครัวนี้

วิธีทำ	$\bar{x}$	$=$	$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$
	$\bar{x}$	$=$	$\frac{40 + 38 + 14 + 12 + 9 + 7}{6}$
	$\bar{x}$	$=$	$\frac{120}{6}$
	$\bar{x}$	$=$	20
	$\sum_{i=1}^6 x_i^2$	$=$	$40^2 + 38^2 + 14^2 + 12^2 + 9^2 + 7^2$
		$=$	$1,600 + 1,444 + 196 + 144 + 81 + 49$
		$=$	3,514
จากสูตร	S	$=$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$
แทนค่า	S	$=$	$\sqrt{\frac{3,514}{6} - (20)^2}$
		$=$	$\sqrt{585.67 - 400}$
		$=$	$\sqrt{185.67}$
	S	$=$	13.63

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุสมาชิกในครอบครัวนี้ คือ 13.63 ปี

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $\sum_{i=1}^{50} (x_i - \bar{x})^2 = 450$, $\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1,250$ และ $N = 50$
จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

วิธีทำ	จากสูตร	S	$=$	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}}$
	แทนค่า	S	$=$	$\sqrt{\frac{450}{50}}$
			$=$	$\sqrt{9} = 3$

จากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

แทนค่า

$$3 = \sqrt{\frac{1,250}{50} - (\bar{x})^2}$$

ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง ;

$$9 = 25 - (\bar{x})^2$$

$$(\bar{x})^2 = 16$$

$$\bar{x} = 4$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3

2 การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

ถ้าให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, ..., k ตามลำดับ และ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ 1, 2, ..., k ตามลำดับ และ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ สูตรการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีให้เลือกใช้ดังนี้ คือ วิธีตรง 2 สูตร และ วิธีลัด (ทอนค่า) 1 สูตร

2.1 การหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยวิธีตรง

สูตรที่ 1
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$
 เมื่อ x_i เป็นจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i และ $N = \sum_{i=1}^k f_i$

สูตรที่ 2
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

ตัวอย่างที่ ๖ ตารางต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียน 30 คน
จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คะแนนสอบ	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45
จำนวนคน	4	6	10	6	4

วิธีทำ ใช้สูตรที่ 1

คะแนน	ความถี่ (f _i)	x _i	f _i x _i	x _i - $\bar{x}$	(x _i - $\bar{x}$) ²	f _i (x _i - $\bar{x}$) ²
21 - 25	4	23	92	-10	100	400
26 - 30	6	28	168	-5	25	150
31 - 35	10	33	330	0	0	0
36 - 40	6	38	228	5	25	150
41 - 45	4	43	172	10	100	400
N = 30			$\sum_{i=1}^k f_i x_i = 990$			$\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 = 1,100$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{990}{30} = 33$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{1,100}{30}}$$

$$S = \sqrt{36.6667}$$

$$S = 6.06$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ 6.06 คะแนน

ใช้สูตรที่ 2

คะแนน	f_i	x_i	x_i^2	$f_i x_i^2$
21 - 25	4	23	529	2,116
26 - 30	6	28	784	4,704
31 - 35	10	33	1,089	10,890
36 - 40	6	38	1,444	8,664
41 - 45	4	43	1,849	7,396
	N = 30			$\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 = 33,770$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{33,770}{30} - (33)^2}$$

$$S = \sqrt{1125.6667 - 1089} \text{ หรือ } \sqrt{\frac{1,100}{30}}$$

$$S = \sqrt{36.6667}$$

$$S = 6.06$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ 6.06 คะแนน



ข้อสังเกต

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานทั้งสองสูตรมีค่าเท่ากัน แต่ที่นิยมใช้กันมาก คือ สูตรที่ 2 เพราะสามารถคำนวณได้สะดวกเร็วกว่า โดยเฉพาะเมื่อ $\bar{x}$ เป็นทศนิยมไม่รู้จบ

	ใบงาน ที่ ๗	หน่วยที่ ... ๗
	รหัสวิชา ๒๐๐๐๐-๑๔๐๑ ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ	สอนครั้งที่ ๑๓-๑๔
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การวัดการกระจายของข้อมูล	ทฤษฎี ๐ ชม. ปฏิบัติ ๒ ชม.
ชื่อเรื่อง การวัดการกระจายของข้อมูล		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7.1

๑. จงคำนวณค่าการวัดการกระจายของข้อมูลต่อไปนี้

๙ ๑๐ ๖ ๕ ๗ ๘ ๔

๑.๑) พิสัย $R = \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}$
 $= 10 - 4 = 6$

๑.๒) ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{ความแปรปรวน, } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - \bar{x}(\bar{x})^2$$

$$\text{ค่าเฉลี่ย } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{9+10+6+5+7+8+4}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

$$\text{และ } \bar{x} = 7, N = 7$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 9^2 + 10^2 + 6^2 + 5^2 + 7^2 + 8^2 + 4^2 = 371$$

$$S^2 = \frac{371}{7} - (7)^2$$

$$S^2 = 53 - 49 = 4$$

$$S = 2$$

ดังนั้น ความแปรปรวน คือ ๔ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ ๒

๒. จงคำนวณค่าการวัดการกระจายของข้อมูลต่อไปนี้

๑๒ ๖ ๘ ๓ ๑๕ ๑๐ ๑๓ ๕

๒.๑) พิสัย ; $R = \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}$
 $= 15 - 3$
 $= 12$

๒.๒) ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{ความแปรปรวน, } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{N} - \bar{x}(\bar{x})^2$$

$$\text{ค่าเฉลี่ย ; } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{12+6+8+3+...+5}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

$$\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 12^2 + 6^2 + 8^2 + ... + 5^2$$

$$\begin{aligned}
&= 144 + 36 + 64 + 9 + 225 + 100 + 169 + 25 \\
&= 772 \\
S^2 &= \frac{772}{8} - (9)^2 \\
S^2 &= 96.5 - 81 = 15.5 \\
S &= \sqrt{15.5} = 3.94
\end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวน คือ 15.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ 3.94

๓. จากตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานอาชีพ
จงคำนวณค่าการวัดการกระจายดังนี้

คะแนน	ความถี่ (f _i)	จุดกึ่งกลางชั้น (x _i)	f _i x _i	X ^๒ _i	f _i X ^๒ _i
๑ - ๓	๒	๒	๔	๔	๘
๔ - ๖	๔	๕	๒๐	๒๕	๑๐๐
๗ - ๙	๓	๘	๒๔	๖๔	๑๙๒
๑๐ - ๑๒	๒	๑๑	๒๒	๑๒๑	๒๔๒
๑๓ - ๑๕	๑	๑๔	๑๔	๑๙๖	๑๙๖
รวม	N = ๑๒		$\sum_{i=1}^5 f_i x_i = 84$		$\sum_{i=1}^5 f_i x_i^2 = 738$

๓.๑) พิสัย

พิสัย (R) = ขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีข้อมูลมีค่าสูงสุด - ขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีข้อมูลมีค่าต่ำสุด
 $= 15.5 - 0.5 = 15$

๓.๒) ความแปรปรวน

$$\begin{aligned}
\text{จาก } \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i}{N} = \frac{84}{12} = 7 \\
S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \\
&= \frac{738}{12} - (7)^2 \\
&= 61.5 - 49 \\
&= 12.5
\end{aligned}$$

ดังนั้น ความแปรปรวน คือ 12.5 (คะแนน)^๒

๔. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน ๑๒ คน มีเงินค่ารถโดยสารประจำทางรวมกันเท่ากับ ๑๒๐ บาท และผลรวมของกำลังสองของเงินค่ารถโดยสารประจำทางของแต่ละคนมีค่าเท่ากับ ๒,๑๗๒ บาท จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเงินค่ารถโดยสารประจำทางของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ
$$N = ๑๒, \sum_{i=1}^{12} x_i = 120, \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = ๒,๑๗๒$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{120}{12} = ๑๐$$

$$S = \sqrt{\frac{2,172}{12} - (10)^2} = \sqrt{181 - 100}$$

$$S = \sqrt{81} = ๙$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ ๙ บาท

๕. คะแนนชุดหนึ่งมีค่าความแปรปรวน ๑๖ คะแนน ถ้าเพิ่มคะแนนให้ทุกคนคนละ ๕ คะแนน อยากทราบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนชุดใหม่จะเท่ากับ ๙ เนื่องจากสมบัติของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่กล่าวว่า “การนำค่าคงที่ไปบวกหรือลบกับทุกๆ ค่าของข้อมูลแล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าเท่าเดิม”
๖. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดหนึ่งเป็น ๑๕ คะแนน ถ้าคะแนนชุดนี้ลดลง ๓ เท่าของคะแนนชุดเดิมทุกตัว อยากทราบว่าคะแนนชุดใหม่จะมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $\frac{15}{|3|} = ๕$ เนื่องจากสมบัติของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่กล่าวว่า “การนำค่าคงที่ไปคูณหรือหารกับทุกๆ ค่าของข้อมูลแล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใหม่จะมีค่าเท่ากับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเดิมคูณหรือหารด้วยค่าสัมบูรณ์ของค่าคงที่”

แบบประเมินผลการส่งเสริมคุณธรรมพื้นฐาน

คำชี้แจง เพื่อให้การขับเคลื่อนคุณธรรมพื้นฐานมีความชัดเจน เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และนำไปสู่การปฏิบัติได้อย่างเป็นรูปธรรม จึงมีการประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้ ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการ	พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ				
		๕	๔	๓	๒	๑
๑.ความขยัน	☐ ผู้ที่มีความขยัน คือ ผู้ที่ตั้งใจทำงานจริงอย่างต่อเนื่องในเรื่องที่ถูกที่ควร สู้งาน มีความพยายาม ไม่ท้อถอย อดทน กล้าเผชิญอุปสรรค					
๒.ประหยัด	☐ ผู้ที่มีความประหยัด คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตความเป็นอยู่เรียบง่าย รู้จักฐานะการเงินของตน คิดก่อนใช้คิดก่อนซื้อ เก็บออม ถนอมใช้ ทรัพย์สินสิ่งของอย่างคุ้มค่า ไม่ฟุ่มเฟือย ฟุ้งเฟ้อ รู้จักทำบัญชี รายรับ-รายจ่ายของตนเองเสมอ					
๓.ความซื่อสัตย์	☐ ผู้ที่มีความซื่อสัตย์ คือ ผู้ที่มีความประพฤติตรงทั้งต่อหน้าที่ ต่อ วิชาชีพ ตรงต่อเวลา ไม่ใช้เล่ห์กล คดโกง รับรู้หน้าที่ของตนเองและ ปฏิบัติเต็มที่ถูกต้อง					
๔.ความมีวินัย	☐ ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตนในขอบเขต กฎ ระเบียบสถานศึกษา สถาบัน/องค์กร/สังคมและประเทศ โดยที่ยึดปฏิบัติอย่างเต็มใจ					
๕.ความสุภาพ	☐ ผู้ที่มีความสุภาพ คือ ผู้ที่อ่อนน้อมถ่อมตนตามสถานภาพและ กาลเทศะ ไม่ก้าวร้าว วางอำนาจข่มผู้อื่น เรียบร้อย อ่อนโยน ละมุน ละม่อม มีกิริยามารยาทดีงาม มีสัมมาคารวะ แต่ในเวลาเดียวกัน ยังคงมีความมั่นใจในตนเอง วางตนเหมาะสมตามวัฒนธรรมไทย					
๖.ความสะอาด	☐ ผู้ที่ความสะอาด คือ ผู้รักษาร่างกาย ที่อยู่อาศัย สิ่งแวดล้อม ถูกต้องตามสุขลักษณะ ปราศจากความมัวหมองทั้งกาย ใจและ สภาพแวดล้อม มีความผ่องใสเป็นที่เจริญตาแก่ผู้พบเห็น					
๗.ความสามัคคี	☐ ผู้ที่มีความสามัคคี คือ ผู้ที่เปิดใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น รับบทบาทของตนในฐานะผู้นำและผู้ตามที่ดี มุ่งมั่นต่อการรวมพลังช่วยเหลือเกื้อกูลกันเพื่อให้งานสำเร็จ แก้ปัญหาและขจัดความขัดแย้งได้ มีเหตุผล ยอมรับการแตกต่างหลากหลายทางวัฒนธรรม ความคิด ความเชื่อ พร้อมทั้งจะปรับตัวเพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ					
๘.ความมีน้ำใจ	☐ ผู้ที่มีน้ำใจ คือ ผู้ให้และผู้อาสาช่วยเหลือสังคม รู้จักแบ่งปัน เสียสละความสุขส่วนตน เพื่อประโยชน์แก่ผู้อื่น เข้าใจ เห็นใจผู้ที่มีความเดือดร้อน ลงมือปฏิบัติการเพื่อบรรเทาปัญหา หรือร่วมสร้างสรรค์สิ่งดีงามให้เกิดขึ้นในชุมชน					
รวมคะแนนที่ได้.....คะแนน						

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม.....

เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ

28-30 คะแนน = ดีมาก 15-19 คะแนน = ควรปรับปรุง
 25-27 คะแนน = ดี 0-14 คะแนน = ใช้ไม่ได้
 20-24 คะแนน = พอใช้

ผู้ประเมิน.....

แบบประเมินผลการเรียนรู้

คำชี้แจง ให้ประเมินรายการแต่ละข้อแล้วเขียน เครื่องหมาย / ลงในช่องระดับคุณภาพตามความเป็นจริง โดยกำหนดน้ำหนักคะแนน ดังนี้- ๕ = ดีมาก, ๔ = ดี, ๓ = พอใช้, ๒ = ควรปรับปรุง, ๑ = ใช้ไม่ได้

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	๕	๔	๓	๒	๑
๑.ผลการเรียนที่คาดหวังมีความชัดเจน ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้าน (KAP)					
๒.เนื้อหาสาระมีความถูกต้อง ครอบคลุม และชัดเจน					
๓.กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๔.กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย น่าสนใจและเน้นกระบวนการคิด การฟัง การพูด การอ่าน การดูและการเขียน					
๕.กิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง					
๖.กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง					
๗.กิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอที่จะส่งผลให้บรรลุผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๘.กิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดสามารถนำไปปฏิบัติการสอนได้จริง					
๙.มีสื่อที่สอดคล้องกับกิจกรรมและเป็นสื่อที่เน้นกระบวนการคิด					
๑๐.มีการวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง					
๑๑.วิธีการวัดผลสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
๑๒.มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินผลไว้อย่างชัดเจนและเหมาะสม					
รวม					

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

๑.กระบวนการคิดที่ใช้ คือ.....

.....

๒.สิ่งที่ควรปรับปรุง คือ.....

.....

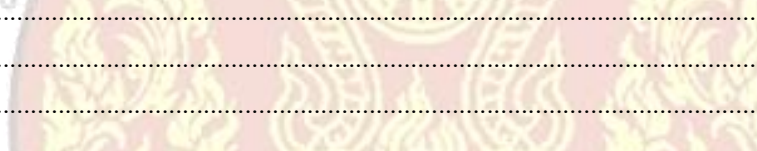
ผู้ประเมิน.....

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน



ปัญหาที่พบ



The logo of the University of Hargeisa is a circular emblem. It features a central yellow sun-like symbol with rays, surrounded by a green wreath. The entire emblem is set against a red background. The words "UNIVERSITY OF HARGEISA" are written in a circular path around the central emblem.

แนวทางแก้ปัญหา

Material and Community

