

ศูนย์ส่งเสริมอาชีพ

ศ ส อ

ทักษะสร้างอนาคต

คณิตศาสตร์อุตสาหกรรม

5



เมทริกซ์

- เมทริกซ์ คือ กลุ่มของจำนวนจริงใด ๆ ที่เรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือจัตุรัส โดยเรียงเป็นแถวในแนวนอนและแนวตั้ง

หรือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & 5 \\ 4 & 11 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & 5 \\ 4 & 11 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 5.1 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ จงบอกขนาดและสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ A

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า ขนาดของเมทริกซ์ A คือ 2×2 และสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ A

$$\begin{aligned} a_{11} &= 2 \\ a_{12} &= -5 \\ a_{21} &= 1 \\ a_{22} &= 0 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.2 กำหนดให้ $B = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 1 \\ \pi & -4 & 5 \end{bmatrix}$ จงบอกขนาดและสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ A

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า ขนาดของเมทริกซ์ B คือ 2×3 และสมาชิกทั้งหมดของเมทริกซ์ คือ

$$\begin{aligned} b_{11} &= \sqrt{2} \\ b_{12} &= 0 \\ b_{13} &= 1 \\ b_{21} &= \pi \\ b_{22} &= -4 \\ b_{23} &= 5 \end{aligned}$$

ตอบ

เมทริกซ์

ชนิดของเมทริกซ์

- เมทริกซ์ศูนย์
- เมทริกซ์แถว
- เมทริกซ์หลัก
- เมทริกซ์จัตุรัส

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & \pi \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ชนิดของเมทริกซ์

- เมทริกซ์เชิงสเกลาร์
- เมทริกซ์เอกลักษ์ณ์
- เมทริกซ์ทแยงมุม

ชนิดของเมทริกซ์

■ เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

■ เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 6.3 จงบอกชนิดของเมทริกซ์ที่กำหนดต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = [1 \ 2 \ 0], \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส
2. $B = [1 \ 2 \ 0]$ เป็นเมทริกซ์แถว
3. $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

ตอบ

ชนิดของเมทริกซ์

การเท่ากันของเมทริกซ์

ตัวอย่างที่ 5.5 กำหนดให้ $\begin{bmatrix} a & 2c \\ b & 5d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & \pi \\ \frac{a}{2} & 20 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ a, b, c และ d

วิธีทำ จากนิยามการเท่ากันของเมทริกซ์ จะได้ว่า

$$a = 4$$

$$b = \frac{a}{2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

$$2c = \pi$$

$$c = \frac{\pi}{2}$$

$$5d = 20$$

$$d = \frac{20}{5}$$

$$= 4$$

$$\text{ดังนั้น } a = 4, b = 2, c = \frac{\pi}{2}, d = 4$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.4 กำหนดให้ $A = B$ โดยที่ $A = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว x จะมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากนิยามการเท่ากันของเมทริกซ์ จะได้ว่า $a_{11} = b_{11}$ เนื่องจาก $a_{11} = x$ และ $b_{11} = 2$

$$\text{ดังนั้น } x = 2$$

ตอบ

การบวกและลบเมทริกซ์

ตัวอย่างที่ 5.6 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $A + B$, $A - B$, $B + A$ และ $B - A$

วิธีทำ จาก $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+7 & 2+0 & -4+3 \\ 3+6 & 2+5 & 0+8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 8 & 2 & -1 \\ 9 & 7 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1-7 & 2-0 & -4-3 \\ 3-6 & 2-5 & 0-8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -6 & 2 & -7 \\ -3 & -3 & -8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7+1 & 0+2 & 3+(-4) \\ 6+3 & 5+2 & 8+0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & -1 \\ 9 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7-1 & 0-2 & 3-(-4) \\ 6-3 & 5-2 & 8-0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 7 \\ 3 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ 5.2 จากตัวอย่างที่ 6.1 จะพบว่า $A + B = B + A$ แต่ $A - B \neq B - A$

ตัวอย่างที่ 5.7 จงหาค่าของ x และ y เมื่อกำหนดให้

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 5x \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 5 & 9 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ จากโจทย์

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 5x \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 5 & 9 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 5+1 & 7+(-2) & 5x+4 \\ 4+1 & 5+4 & 0+5 \\ 2+1 & -1+0 & -2+2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 5 & 9 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} 5x + 4 &= 9 \\ 5x &= 5 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} -2 + 2y &= 6 \\ 2y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น $x = 1$ และ $y = 4$

ตอบ

1. คุณสมบัติการบวกของเมทริกซ์

กำหนดให้ A , B , C และ $\underline{0}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดหรือมิติที่เท่ากัน

- $A + B = B + A$ คุณสมบัติการสลับที่
- $(A + B) + C = A + (B + C)$ คุณสมบัติการจับหมู่
- $A + \underline{0} = \underline{0} + A = A$ คุณสมบัติการมีเอกลักษณ์
- $A + (-A) = (-A) + A = \underline{0}$ คุณสมบัติการมีอินเวอร์ส
- ถ้า $A + B = A + C$ แล้ว $B = C$ คุณสมบัติการตัดออก

การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์

ตัวอย่างที่ 5.8 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $2A$ และ $A(2)$

วิธีทำ จาก $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 2A &= 2 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \times 0 & 2 \times (-1) \\ 2 \times 4 & 2 \times (-8) \\ 2 \times 2 & 2 \times 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 8 & -16 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \\ A(2) &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} 2 \\ &= \begin{bmatrix} 0 \times 2 & (-1) \times 2 \\ 4 \times 2 & (-8) \times 2 \\ 2 \times 2 & 4 \times 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 8 & -16 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 2A = A(2) = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 8 & -16 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 5.9 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 3 & 9 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\frac{1}{2}A - 4B$

วิธีทำ จากโจทย์

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2}A &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times 5 & \frac{1}{2} \times 4 & \frac{1}{2} \times 2 \\ \frac{1}{2} \times (-1) & \frac{1}{2} \times 2 & \frac{1}{2} \times 4 \\ \frac{1}{2} \times 7 & \frac{1}{2} \times 5 & \frac{1}{2} \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} B &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 3 & 9 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix} \\ 4B &= \begin{bmatrix} 4 \times 0 & 4 \times 1 & 4 \times 4 \\ 4 \times 3 & 4 \times 9 & 4 \times 5 \\ 4 \times 4 & 4 \times 6 & 4 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 16 \\ 12 & 36 & 20 \\ 16 & 24 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}A - 4B = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 4 & 16 \\ 12 & 36 & 20 \\ 16 & 24 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{5}{2} - 0 & 2 - 4 & 1 - 16 \\ -\frac{1}{2} - 12 & 1 - 36 & 2 - 20 \\ \frac{7}{2} - 16 & \frac{5}{2} - 24 & \frac{3}{2} - 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -2 & -15 \\ -\frac{25}{2} & -35 & -18 \\ -\frac{25}{2} & -\frac{43}{2} & -\frac{13}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{2}A - 4B = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -2 & -15 \\ -\frac{25}{2} & -35 & -18 \\ -\frac{25}{2} & -\frac{43}{2} & -\frac{13}{2} \end{bmatrix}$$

1. คุณสมบัติเบื้องต้นของสัญลักษณ์เกี่ยวกับการบวก

กำหนดให้ a_i, b_i, c_i เป็นค่าของอนุกรมลำดับที่ i และ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ

- $\sum_{i=1}^n c = nc$
- $\sum_{i=1}^n (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^n a_i \pm \sum_{i=1}^n b_i$
- $\sum_{i=1}^n (ca_i) = c \sum_{i=1}^n a_i$
- $\sum_{i=1}^n a_i(b_i \pm c_i) = \sum_{i=1}^n a_i b_i \pm \sum_{i=1}^n a_i c_i$
- $\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m a_{ij}) = \sum_{j=1}^m (\sum_{i=1}^n a_{ij})$

การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์

ตัวอย่างที่ 5.10 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ AB และ BA

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่าจำนวนหลักของเมทริกซ์ A เท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์ B ดังนั้นสามารถหาค่าของ AB ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (4 \times 2) + ((-1) \times 4) & (4 \times 4) + ((-1) \times 7) & (4 \times (-2)) + ((-1) \times 5) \\ (5 \times 2) + (7 \times 4) & (5 \times 4) + (7 \times 7) & (5 \times (-2)) + (7 \times 5) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 8 + (-4) & 16 + (-7) & -8 + (-5) \\ 10 + 28 & 20 + 49 & (-10) + 35 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 9 & -13 \\ 38 & 69 & 25 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

BA ไม่สามารถคูณกันได้เนื่องจากจำนวนหลักของ B ไม่เท่ากับจำนวนแถวของ A **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.11 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ AB และ BA

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาด 3×3 เหมือนกัน ดังนั้นสามารถหาค่าของ AB และ BA ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 + 8 + 1 & 4 + 12 + 4 & 0 + (-8) + (-1) \\ 0 + 6 + 4 & 0 + 9 + 16 & 0 + (-6) + (-4) \\ (-10) + 10 + 2 & (-2) + 15 + 8 & 0 + (-10) + (-2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 29 & 20 & -9 \\ 10 & 25 & -10 \\ 2 & 21 & -12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

และจะได้ว่า

$$\begin{aligned} BA &= \begin{bmatrix} 29 & 20 & -9 \\ 10 & 25 & -10 \\ 2 & 21 & -12 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 + 0 + 0 & 20 + 3 + 0 & 5 + 4 + 0 \\ 8 + 0 + 4 & 8 + 9 + (-10) & 2 + (12) + (-4) \\ 4 + 0 + 2 & 4 + 12 + (-5) & 1 + 16 + (-2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 & 23 & 9 \\ 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 15 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.12 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ AB และ BA

วิธีทำ

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 6 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 \times 4 & 5 \times 6 & 5 \times 3 \\ 2 \times 4 & 2 \times 6 & 2 \times 3 \\ (-1) \times 4 & (-1) \times 6 & (-1) \times 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 & 30 & 15 \\ 8 & 12 & 6 \\ -4 & -6 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

และจะได้ว่า

$$\begin{aligned} BA &= \begin{bmatrix} 4 & 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= [(4 \times 5) + (6 \times 2) + (3 \times (-1))] \\ &= [20 + 12 - 3] \\ &= [29] \end{aligned}$$

คุณสมบัติของการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

กำหนดให้เมทริกซ์ A, B, C เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่สามารถหาผลคูณได้จะได้ว่า

- $(AB)C = A(BC)$ คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม
- $A(B + C) = AB + AC$ คุณสมบัติการแจกแจงทางซ้าย
- $(A + B)C = AC + BC$ คุณสมบัติการแจกแจงทางขวา

เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

1. คุณสมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

กำหนดให้เมทริกซ์ A, B เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่สามารถหาผลบวกหรือผลคูณได้และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A + B)^T = A^T + B^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$
4. $(cA)^T = cA^T$

ตัวอย่างที่ 6.13 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ A^T และ B^T

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

และ

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } B^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 5.14 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ จงแสดงว่า

$$(A + B)^T = A^T + B^T$$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 9 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore (A + B)^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 9 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{aligned} A^T + B^T &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 9 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } (A + B)^T = A^T + B^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 9 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

ตอบ

เมทริกซ์เอกลักษณ์

ตัวอย่างที่ 5.15 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ จงแสดงว่า $AI = IA = A$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AI &= \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5+0+0 & 0+1+0 & 0+0+2 \\ 3+0+0 & 0+4+0 & 0+0+2 \\ -2+0+0 & 0+1+0 & 0+0+4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} IA &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5+0+0 & 1+0+0 & 2+0+0 \\ 0+3+0 & 0+4+0 & 0+2+0 \\ 0+0+(-2) & 0+0+1 & 0+0+4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ดังนั้น $AI = IA = A$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.16 กำหนดให้ $\begin{bmatrix} 4 & x \\ 2y & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ x และ y

วิธีทำ เนื่องจากเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์จะได้ว่า $AI = IA = A$

$$\text{จาก } \begin{bmatrix} 4 & x \\ 2y & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \begin{bmatrix} 4 & x \\ 2y & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \quad x &= -2 \\ 2y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น $x = -2$ และ $y = 4$

ตอบ