

ศูนย์ส่งเสริมอาชีพ

ศ ส อ

ทักษะสร้างอนาคต

คณิตศาสตร์อุตสาหกรรม

6



ตัวกำหนด

ตัวอย่างที่ 6.1 กำหนดให้ $A = [-5]$, $B = [20]$, $C = [\pi]$ จงหาค่าของ $\det A$, $\det B$, $\det C$

วิธีทำ จากโจทย์

$$A = [-5] \quad \text{จะได้} \quad \det A = -5$$

$$B = [20] \quad \text{จะได้} \quad \det B = 20$$

$$C = [\pi] \quad \text{จะได้} \quad \det C = \pi$$

ข้อสังเกต 7.1 การใช้สัญลักษณ์แทนค่าของตัวกำหนดสำหรับเมทริกซ์จะใช้สัญลักษณ์ $\det A$ หรือ $|A|$ อย่างใดอย่างหนึ่ง เมื่อ A แทนเมทริกซ์ใด ๆ แต่พึงจำไว้เสมอว่า สัญลักษณ์ $||$ ในที่นี้คือค่าของตัวกำหนดไม่ใช่ค่าสัมบูรณ์ ดังนั้น $|-5| = -5 \neq 5$

1. การหาค่าตัวกำหนดของเมทริกซ์ขนาด 1×1

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{1 \times 1}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากับ 1×1 มีสมาชิกหนึ่งตัว คือ a_{11} จะได้ว่า $\det A = a_{11}$

- ตัวกำหนดของเมทริกซ์ คือ ค่าของตัวเลขที่ได้จากการปฏิบัติการภายในสมาชิกของเมตริกซ์ซึ่งจะเป็นเมตริกซ์จัตุรัสเท่านั้น

การหาค่าตัวกำหนดโดย วิธีการคูณทแยง

1. เมทริกซ์ขนาด 1×1

ถ้า $A = [a_{11}]$ จะได้ว่า $\det A = a_{11}$

เช่น $A = [5]$ จะได้ $\det A = 5$

เช่น $B = [-3]$ จะได้ $\det B = -3$

2. เมทริกซ์ขนาด 2×2

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ จะได้ว่า $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

ตัวอย่างที่ 6.2 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $\det A$, $\det B$, $\det C$

วิธีทำ จากโจทย์

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{จะได้} \quad \det A &= (5 \times 7) - (4 \times 2) \\ &= 35 - 8 = 27 \\ B &= \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{จะได้} \quad \det B &= (-1 \times 5) - (4 \times 5) \\ &= -25 \\ C &= \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{จะได้} \quad \det C &= (2 \times 3) - (1 \times 6) \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. เมทริกซ์ที่มีขนาด 3×3

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ จะได้ว่า

$$\det A = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

เพื่อความสะดวกในการหาค่าตัวกำหนดโดยวิธีการคูณไขว้ของเมทริกซ์ที่มีขนาด 3×3 นั้น มักนิยมนำสมาชิกที่อยู่ในหลักที่ 1 และหลักที่ 2 มาเขียนต่อท้ายเพิ่มทางด้านขวามือ แล้วคูณทแยงตามแนวลูกศรโดยคูณลงมาจากขวาให้นำผลลัพธ์มาบวกและคูณขึ้นไปทางขวาให้นำผลลัพธ์มาลบ

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 6.3 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 0 & 7 & 5 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\det A$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 6 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 5 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det A &= (2 \times 8 \times 5) + (1 \times 6 \times 0) + (3 \times 4 \times 7) - (0 \times 8 \times 3) - (7 \times 6 \times 2) \\ &\quad - (5 \times 4 \times 1) \\ &= (80 + 0 + 84) - (0 - 84 - 20) \\ &= 60 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\det A = 60$

ตอบ

การหาค่าตัวกำหนดโดยวิธีการคูณทแยง