



บทเรียนที่ 1

การวัดและ ประมาณเวกเตอร์



สาระการเรียนรู้



1 การวัด

2 ปริมาณเวกเตอร์

::: การวัดและปริมาณเวกเตอร์

วิทยาศาสตร์ เป็นวิชาความรู้ที่เกิดจากความคิดและสติปัญญาของมนุษย์ในการแสวงหาความรู้การได้มาของความรู้เกิดจากการสังเกต การทดลอง การสรุป และการคิดหาเหตุผล ความรู้ทางวิทยาศาสตร์ ทำให้นำมาซึ่งความเจริญก้าวหน้าในการพัฒนาสิ่งต่าง ๆ นำความสะดวกสบายมาสู่มนุษย์

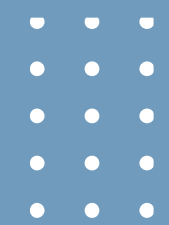
ฟิสิกส์เป็นสาขาหนึ่งของวิทยาศาสตร์ ซึ่งพยายามอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่เกิดขึ้นโดยการศึกษากฎเกณฑ์ เช่น เซอร์ไอแซก นิวตัน สามารถอธิบายการตกของลูกแอปเปิลด้วยกฎแรงดึงดูดระหว่างมวล นอกจากนี้ความรู้และกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์สามารถนำไปพัฒนาสร้างสิ่งต่าง ๆ เพื่ออำนวยความสะดวกในชีวิตประจำวัน การศึกษาความรู้พื้นฐานทางด้านฟิสิกส์เป็นหัวใจของการศึกษาด้านช่างอุตสาหกรรม เพื่อพัฒนาเป็นวิศวกรในด้านต่าง ๆ



ปัจจุบันความเจริญก้าวหน้าทางด้านการสื่อสารทำให้โลกแคบลงเรากำลังก้าวเข้าสู่เสรีของประชากรอาเซียน วิศวกรเป็นอาชีพหนึ่งที่สามารถเคลื่อนย้ายแรงงานไปได้อย่างเสรีในอาเซียน ประเทศไทยเป็นประเทศหนึ่งที่แรงงานด้านช่างมีฝีมือเป็นที่ยอมรับในอาเซียน เราจึงควรพัฒนา ผลิตบุคลากรทางด้านวิศวกร เพื่อรองรับการเปิดเสรีอาเซียน

ในการศึกษาวิชาฟิสิกส์จะเป็นเรื่องของการทดลองเพื่ออธิบายเหตุผลของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น การศึกษาในเรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุ การทดลองวัดอัตราเร็วของวัตถุ การวัดคาบของการแกว่งของลูกตุ้ม สิ่งแรกที่คุณเรียนจะต้องเรียนรู้คือ การวัด



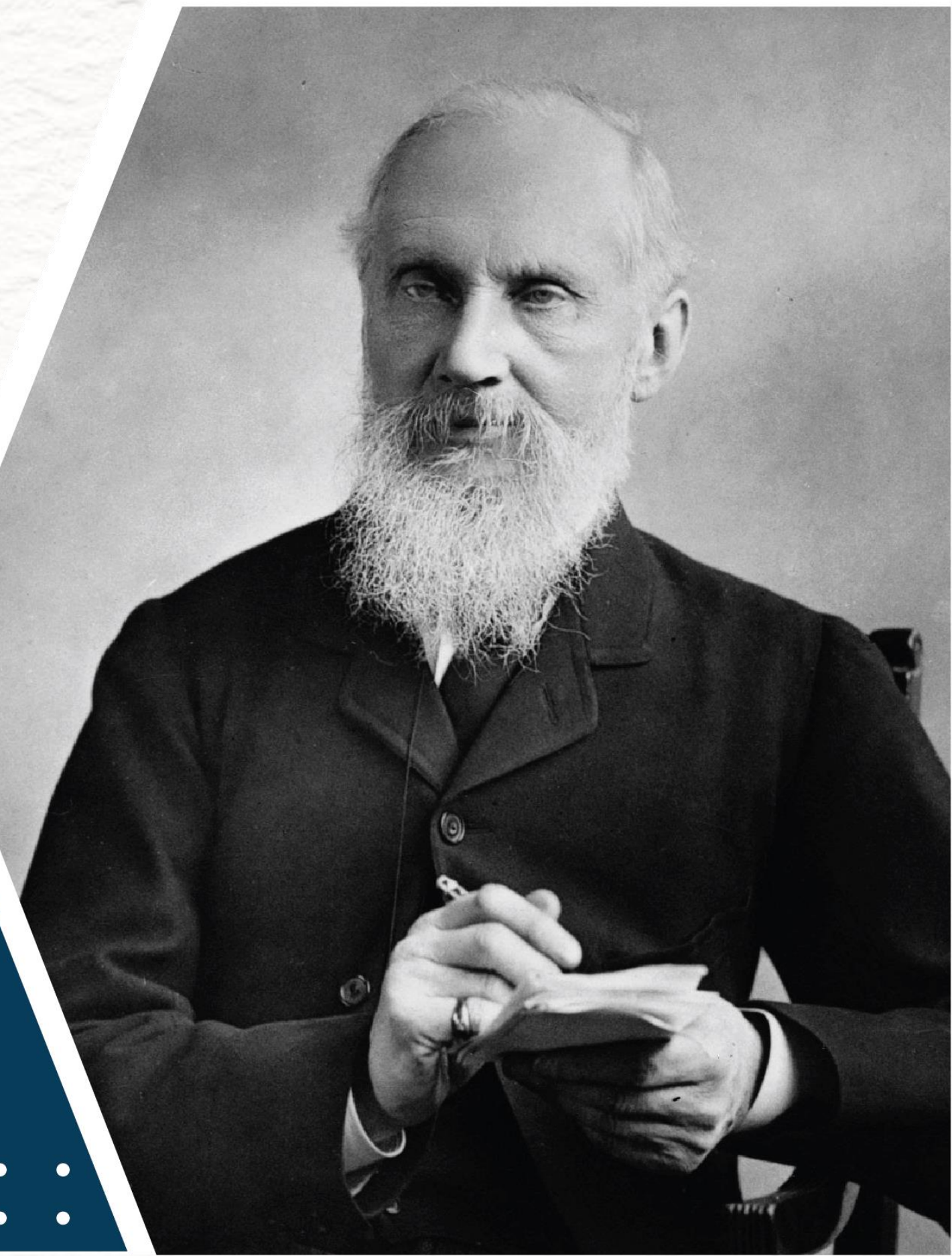


1. การวัด

วิลเลียม ทอมสัน (William Thomson ค.ศ. 1858) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ ได้กล่าวไว้ว่า

“ถ้าคุณจะพูดถึงอะไรสักอย่างหนึ่ง
แล้วสามารถแสดงออกมาเป็นตัวเลขได้
ก็แสดงว่าคุณเริ่มจะรู้อะไรขึ้นมาบ้างแล้ว
แต่ถ้าคุณแสดงออกไม่ได้
ก็เหมือนกับว่าคุณไม่รู้เรื่องอะไรเลย”

การวัด หมายถึง การเลือกใช้เครื่องมือหาปริมาณสิ่งของออกมาเป็นเลข โดยมีหน่วยกำกับที่ถูกต้อง การวัดเป็นสิ่งสำคัญในวิชาฟิสิกส์ที่จะบ่งบอกถึงความสำเร็จหรือล้มเหลวของงาน ถ้าการวัดไม่ถูกต้องหรือไม่ดีพอจะทำให้เกิดความล้มเหลวขึ้น สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการวัดประกอบด้วย



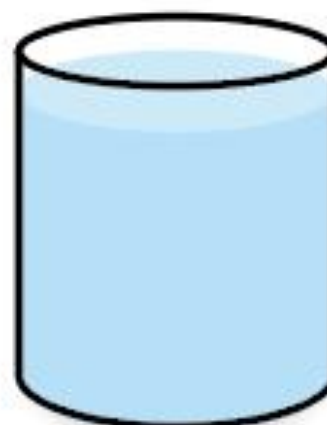
1.1 ปริมาณของสิ่งที่จะวัด



ความยาว



ปริมาตร

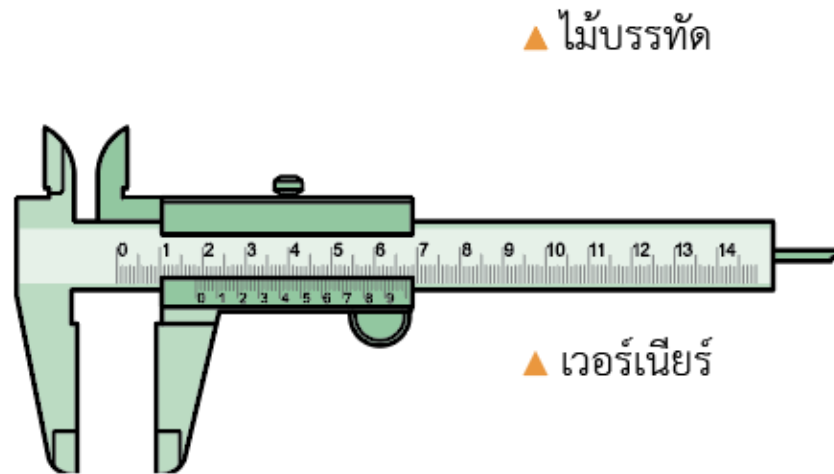
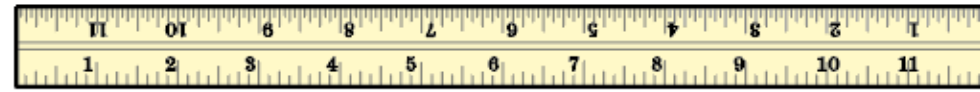


มวล



1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวัด

วัดความยาว



วัดเวลา



วัดปริมาตร



วัดน้ำหนัก



1.3 หน่วยของการวัด

ในการประชุมทางวิทยาศาสตร์ที่กรุงปารีส เมื่อ พ.ศ. 2503 นักวิทยาศาสตร์ได้ตกลงให้มาตรฐานในการวัดทางวิทยาศาสตร์เหมือนกัน องค์การระหว่างชาติเพื่อการมาตรฐาน International Organization for Standardization หรือ ISO) โดยกำหนดระบบใหม่ขึ้นมา เรียกว่า “ระบบหน่วยระหว่างชาติ” (International System of Units หรือ SI)



โดยกำหนดหน่วยในการวัดในระบบหน่วยระหว่างชาติ

แบ่งหน่วยต่าง ๆ ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1.3.1 หน่วยฐาน (Base Units)

เป็นหน่วยเบื้องต้นของปริมาณต่าง ๆ ที่ใช้ในการวัดสิ่งต่าง ๆ ซึ่งควรจะทราบ

ลำดับที่	ปริมาณฐาน	หน่วย	สัญลักษณ์
1	ความยาว (length)	เมตร (meter)	m
2	มวล (mass)	กิโลกรัม (kilogram)	kg
3	เวลา (time)	วินาที (second)	s
4	อุณหภูมิ อุณหพลวัต (thermodynamic temperature)	เคลวิน (kelvin)	K
5	ปริมาณของสาร (amount of substance)	โมล (mole)	mol
6	กระแสไฟฟ้า (electric current)	แอมแปร์ (ampere)	A
7	ความเข้มของการส่องสว่าง (luminous intensity)	แคนเดลา (candela)	cd

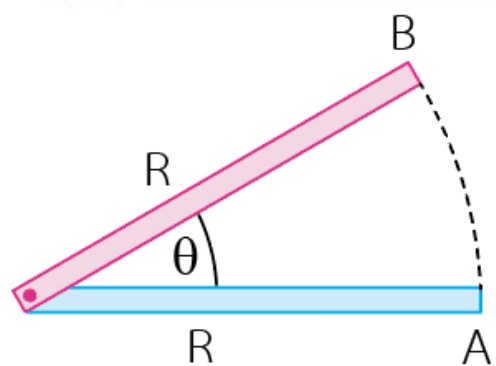
1.3.2

หน่วยเสริม (Supplementary Units)

เป็นหน่วยที่ใช้ในการวัดมุม ในการวัดมุมโดยทั่ว ๆ ไปจะวัดมุมโดยเทียบกับเส้นระดับในแนวราบ แล้วหมุนไปในลักษณะสวนทิศกับการหมุนของเข็มนาฬิกา โดยแบ่งออกเป็น 2 หน่วย

1. เรเดียน (Radian) ใช้สัญลักษณ์ **rad** เป็นหน่วยที่ใช้ในการวัดมุมที่เกิดจากการหมุนบนระนาบใดระนาบหนึ่ง (2 มิติ) โดยมีนิยามของมุมว่า

“มุมจะเกิดจากส่วนโค้งจากปลายของวัตถุที่หมุนไป ต่อรัศมีของการหมุน”



$$\therefore \text{มุม } \theta = \frac{\text{ส่วนโค้ง}}{\text{รัศมี}}$$

$$\text{มุม } \theta = \frac{AB}{R}$$

ในกรณีที่วัตถุหมุนไป 1 รอบ หรือ 1 วงกลม

$$\text{ส่วนโค้ง} = 2\pi R$$

$$\therefore \text{มุม } \theta = \frac{2\pi R}{R}$$

$$\text{มุม } \theta = 2\pi \text{ เรเดียน}$$

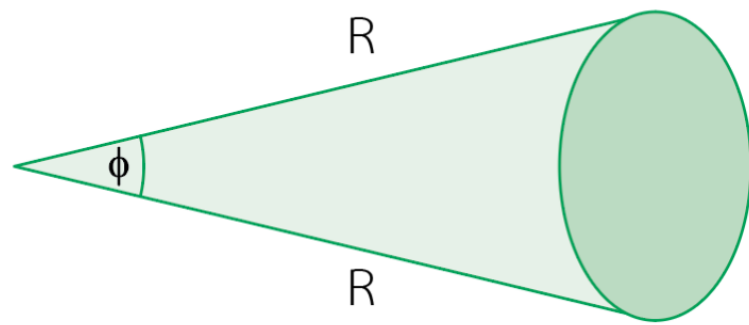
หมายเหตุ

ในการวัดมุม เป็น “องศา” เมื่อใช้มุมในระบบ SI จะต้องเปลี่ยนเป็น “เรเดียน” โดยการเปรียบเทียบจากมุมครบ 1 รอบ 360 องศา = 2π เรเดียน



2. สเตอเรเดียน (Steradian) ใช้สัญลักษณ์ sr หรือบางที่เรียกว่า “มุมตัน” (Solid Angle) เป็นมุมของกรวย ซึ่งเป็น 3 มิติ โดยมีนิยามของมุมว่า

“มุมจะเกิดจากพื้นที่ผิวของปากกรวย ต่อรัศมียกกำลังสอง”



$$\text{มุม } \phi = \frac{\text{พื้นที่}}{(\text{รัศมี})^2}$$

$$\text{มุม } \phi = \frac{A}{R^2}$$

ในกรณีที่กรวยขยายพื้นที่ขึ้นมากที่สุดจะกลายเป็นทรงกลม พื้นที่จะกลายเป็นพื้นที่ผิวของทรงกลม

$$\text{มุม } \phi = \frac{4\pi R^2}{R^2}$$

$$\text{มุม } \phi = 4\pi \quad \text{sr (สเตอเรเดียน)}$$



1.3.3

หน่วยอนุพัทธ์ (Derived Units)

เป็นหน่วยที่เกิดขึ้นจากการที่นำหน่วยฐานมาสร้าง ซึ่งการสร้างหน่วยอนุพัทธ์จะเป็นไปตามนิยามของปริมาณต่าง ๆ เช่น **อัตราเร็ว** หมายถึง ระยะทางที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา

$$v = \frac{\Delta s}{t}$$

s มีหน่วยเป็น m
t มีหน่วยเป็น s

หน่วยของอัตราเร็วคือ m/s เป็นหน่วยอนุพัทธ์

ความเร่ง หมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$$

$\vec{v}$ มีหน่วยเป็น m/s
t มีหน่วยเป็น s

หน่วยของความเร่งคือ m/s² เป็นหน่วยอนุพัทธ์



แรง 1 นิวตัน หมายถึง แรงที่มากกระทำต่อวัตถุมวล 1 กิโลกรัมให้เคลื่อนที่ไปด้วยความเร่ง 1 เมตร/วินาที² หาได้จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

m มีหน่วยเป็น kg

a มีหน่วยเป็น m/s²

หน่วยของแรงคือ kg•m/s² เป็นหน่วยอนุพัทธ์หรือตั้งชื่อใหม่เป็น นิวตัน (N)

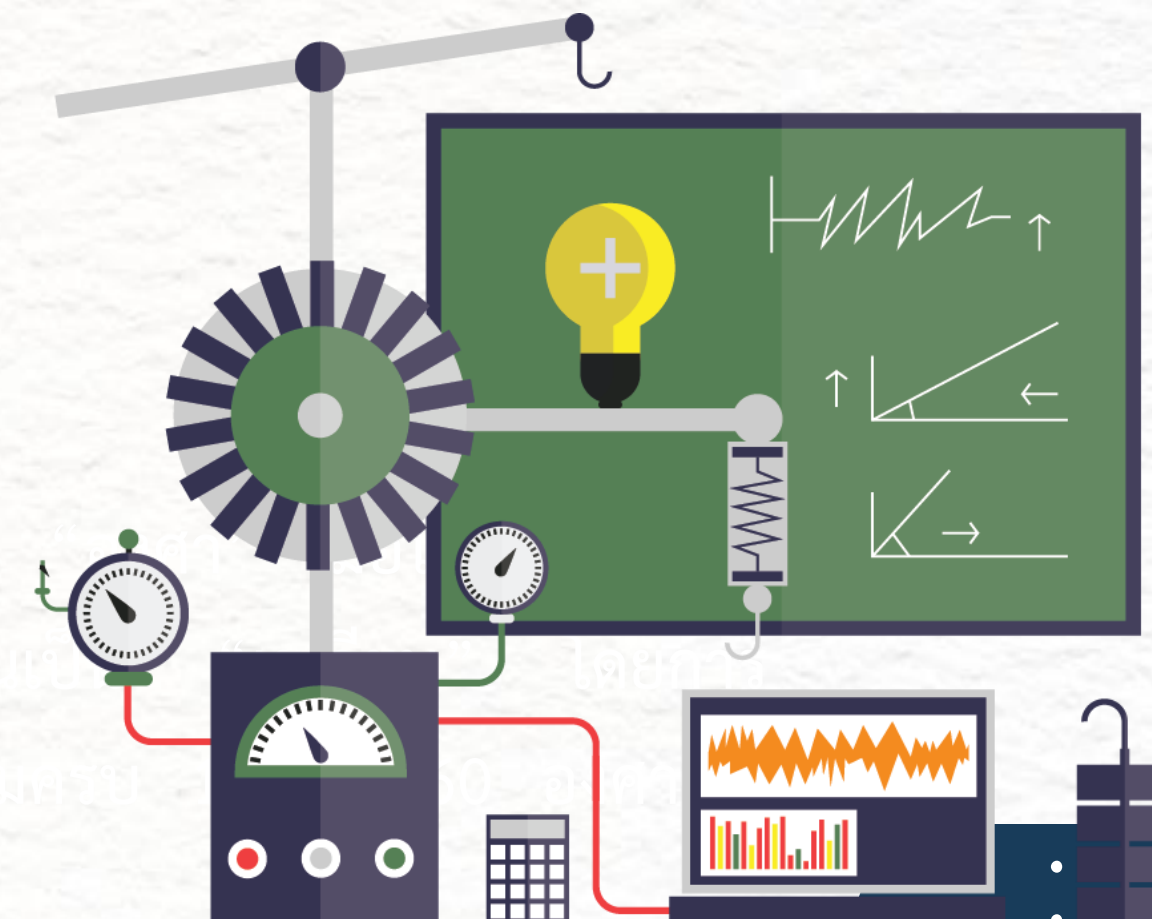
งาน หมายถึง ผลคูณของแรง กับระยะทางตามแนวแรง

$$W = F \times s$$

F มีหน่วยเป็น N (kg•m/s²)

s มีหน่วยเป็น m

หน่วยของงานคือ N•m เป็นหน่วยอนุพัทธ์หรือตั้งชื่อใหม่เป็น จูล (J)



บางครั้งเราอาจจะตั้งชื่อหน่วยอนุพัทธ์ขึ้นใหม่เพื่อสะดวกในการศึกษา และเป็นการให้เกียรติแก่นักวิทยาศาสตร์ที่ศึกษาเรื่องนั้น ตัวอย่างเช่น แรงจะมีหน่วยเป็น นิวตัน (N) นอกจากนี้ยังสะดวกในการใส่คำนำหน้าหน่วย

ตัวอย่างของหน่วยอนุพัทธ์

ปริมาณ	หน่วยอนุพัทธ์	หน่วยฐาน
แรง (Force)	N (Newton)	$\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
งาน (Work)	J (Joule)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$
กำลัง (Power)	W (Watt)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$
ความดัน (Pressure)	Pa (Pascal)	$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}^2$
ประจุไฟฟ้า (Electric Charge)	C (Coulomb)	A·s



1.4 คำนำหน้าหน่วย (Prefix)

ในการเขียนตัวเลขในทางวิทยาศาสตร์ตัวเลขที่มีค่ามาก ๆ หรือน้อยมาก ๆ จะเขียนอยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (Scientific Notation) เป็นการเขียนตัวเลขอยู่ในรูปของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นสิบและเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็ม ในรูป $A \times 10^n$ ($0 < A < 10$)

เช่น $3,500,000,000 = 3.5 \times 10^9$

$$0.0000000062 = 6.2 \times 10^{-8}$$

ตัวเลข 10 ยกกำลังจะใช้สัญลักษณ์แทน เพื่อใช้นำหน้าหน่วยต่าง ๆ ทำให้หน่วยนั้นมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงตามค่าของเลข 10 ยกกำลังนั้น ตัวอย่างเช่น ถ้าเรากำหนดให้ M (mega) แทนเลข 10^6 เมื่อมีระยะทางซึ่งมีค่า 8,250,000 m เราก็จะเขียนค่าของระยะทางได้ใหม่ โดยใช้คำนำหน้าหน่วยที่เราตั้งขึ้นไปไว้หน้าหน่วย

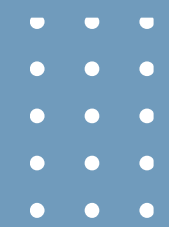
$$\begin{aligned} \text{ระยะทาง } 8,250,000 \text{ m} &= 8.25 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 8.25 \text{ Mm} \end{aligned}$$



สัญลักษณ์ที่ใช้และคำนำหน้าหน่วย

คำนำหน้าหน่วย	สัญลักษณ์	แทนค่า
ยอตตะ (yotta)	Y	10^{24}
เซตตะ (zetta)	Z	10^{21}
เอกซะ (exa)	E	10^{18}
เพตะ (peta)	P	10^{15}
เทระ (tera)	T	10^{12}
จิกะ (giga)	G	10^9
เมกะ (mega)	M	10^6
กิโล (kilo)	k	10^3
เฮกโต (hecto)	h	10^2
เดคา (deka)	da	10

คำนำหน้าหน่วย	สัญลักษณ์	แทนค่า
เดซิ (deci)	d	10^{-1}
เซนติ (centi)	c	10^{-2}
มิลลิ (milli)	m	10^{-3}
ไมโคร (micro)	μ	10^{-6}
นาโน (nano)	n	10^{-9}
พิโก (pico)	p	10^{-12}
เฟมโต (femto)	f	10^{-15}
อัตโต (atto)	a	10^{-18}
เซปโต (zepto)	z	10^{-21}
ยอกโต (yocto)	y	10^{-24}



2. ปริมาณเวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์ เป็นปริมาณที่จะต้องมียุทธศาสตร์และทิศทางเป็นส่วนประกอบเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจในปริมาณนั้นชัดเจน เช่น

รถยนต์วิ่งไปทางทิศเหนือ 200 เมตร

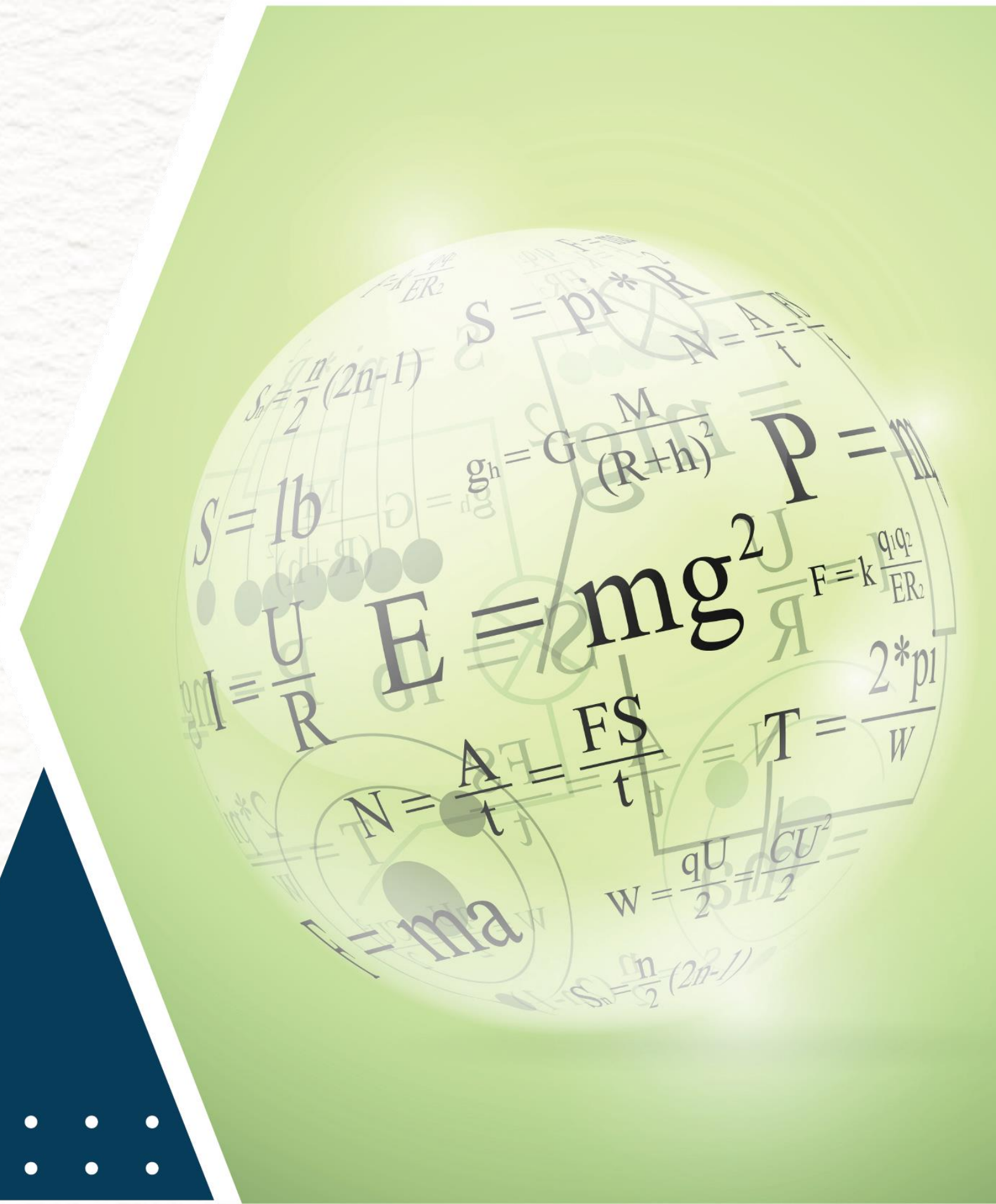
ออกแรง 50 นิวตัน ทำมุม 30 องศา ดันวัตถุที่วางบนพื้นราบ

ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียวแล้วเข้าใจชัดเจน เช่น

ใช้เวลาในการสอบ 2 ชั่วโมง

พรงนี้ให้เตรียมน้ำตาลทรายมาทำการทดลองคนละ 1 กิโลกรัม

ความแตกต่างของปริมาณทั้งสองอยู่ตรงที่ ปริมาณเวกเตอร์ไม่สามารถนำขนาด (ตัวเลข) มาบวก ลบ คูณหาร ได้ทันทีเหมือนปริมาณสเกลาร์



2.1 การเขียนปริมาณเวกเตอร์

ในการเขียนปริมาณเวกเตอร์จะมีรูปแบบการเขียนแตกต่างกันออกไปจากปริมาณสเกลาร์ โดยการใช้หัวลูกศรอยู่บนสัญลักษณ์ที่แทนปริมาณเวกเตอร์นั้น เช่น

$\vec{A}$ อ่านว่า เวกเตอร์ A

$\vec{B}$ อ่านว่า เวกเตอร์ B

ตัวอย่างของปริมาณเวกเตอร์และสเกลาร์

ปริมาณเวกเตอร์	ปริมาณสเกลาร์
ความเร็ว ($\vec{v}$)	อัตราเร็ว (v)
ความเร่ง ($\vec{a}$)	อัตราเร่ง (a)
การกระจัด ($\vec{d}$)	ระยะทาง (s)
แรง ($\vec{F}$)	เวลา (t)
สนามไฟฟ้า ($\vec{E}$)	มวล (m)





การเขียนปริมาณเวกเตอร์ต้องอธิบายให้ชัดเจนว่าปริมาณเวกเตอร์มีขนาดเท่าใด และทิศทางไปทางไหน ในการอธิบายความหมายของปริมาณเวกเตอร์แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

2.1.1 แบบบรรยาย

เป็นการเขียนโดยใช้คำอธิบายขยายความของปริมาณเวกเตอร์ทั้งขนาดและทิศทาง

$\vec{a}$ = วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 2 m/s^2 มีทิศทางไปทางทิศเหนือ

$\vec{d}$ = บ้านห่างจากวิทยาลัยเป็นระยะทาง 2 กิโลเมตร มีทิศทางไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ของวิทยาลัย

$\vec{F}$ = ออกแรงดันวัตถุขนาด 4 นิวตัน มีทิศทางทำมุม 30° กับแนวระนาบ

การเขียนแบบนี้จะเป็นการบอกปริมาณเป็นตัวเลขและทิศทาง สำหรับทิศทางอาจจะบอกได้หลายรูปแบบ เช่น ใช้ทิศของภูมิศาสตร์หรือบอกเป็นมุมทางคณิตศาสตร์

2.1.2 การเขียนแบบใช้ลูกศร

การเขียนปริมาณเวกเตอร์โดยใช้ลูกศรแทนปริมาณเวกเตอร์



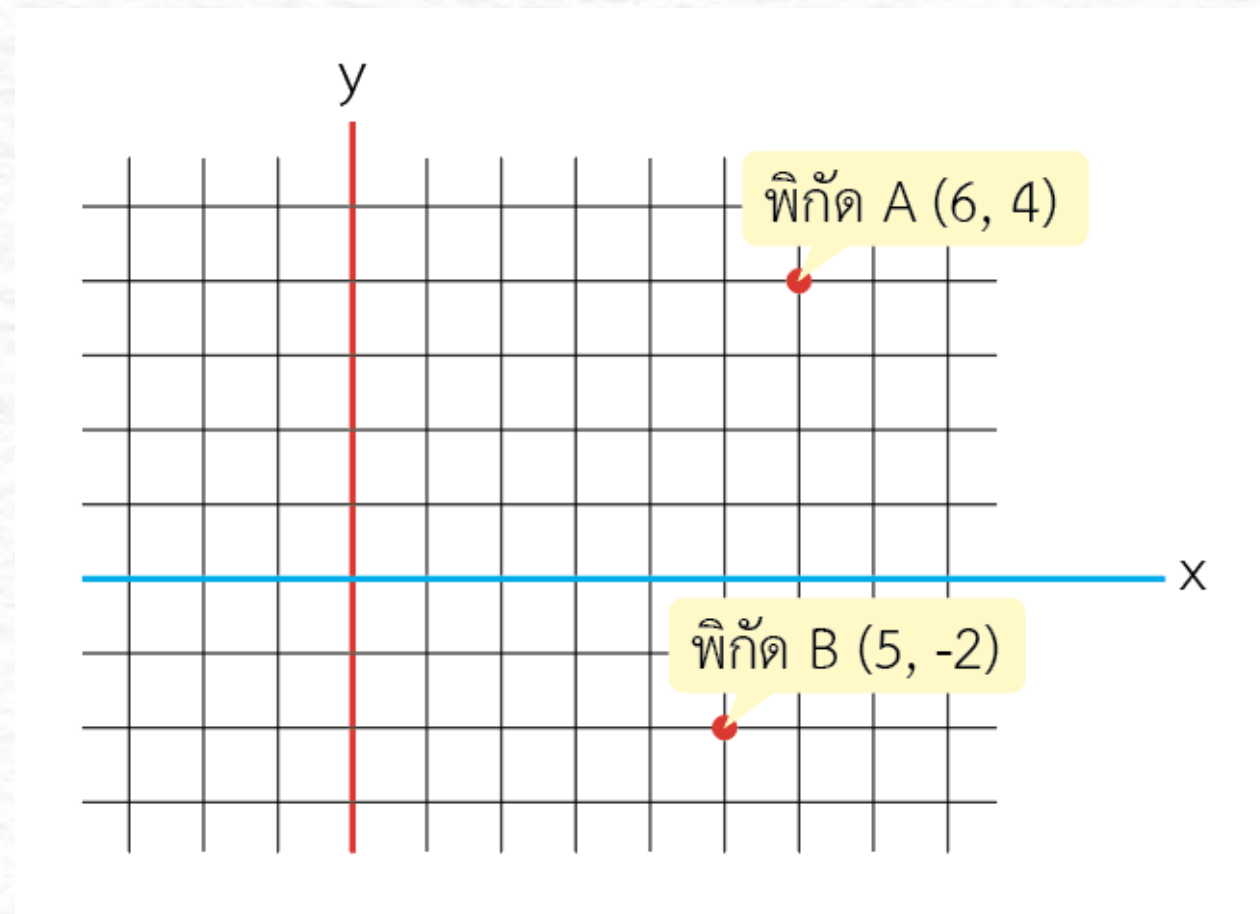
หัวลูกศร แสดง ทิศทาง

ความยาวลูกศร แสดง ขนาดของปริมาณโดยใช้สเกลย่อ

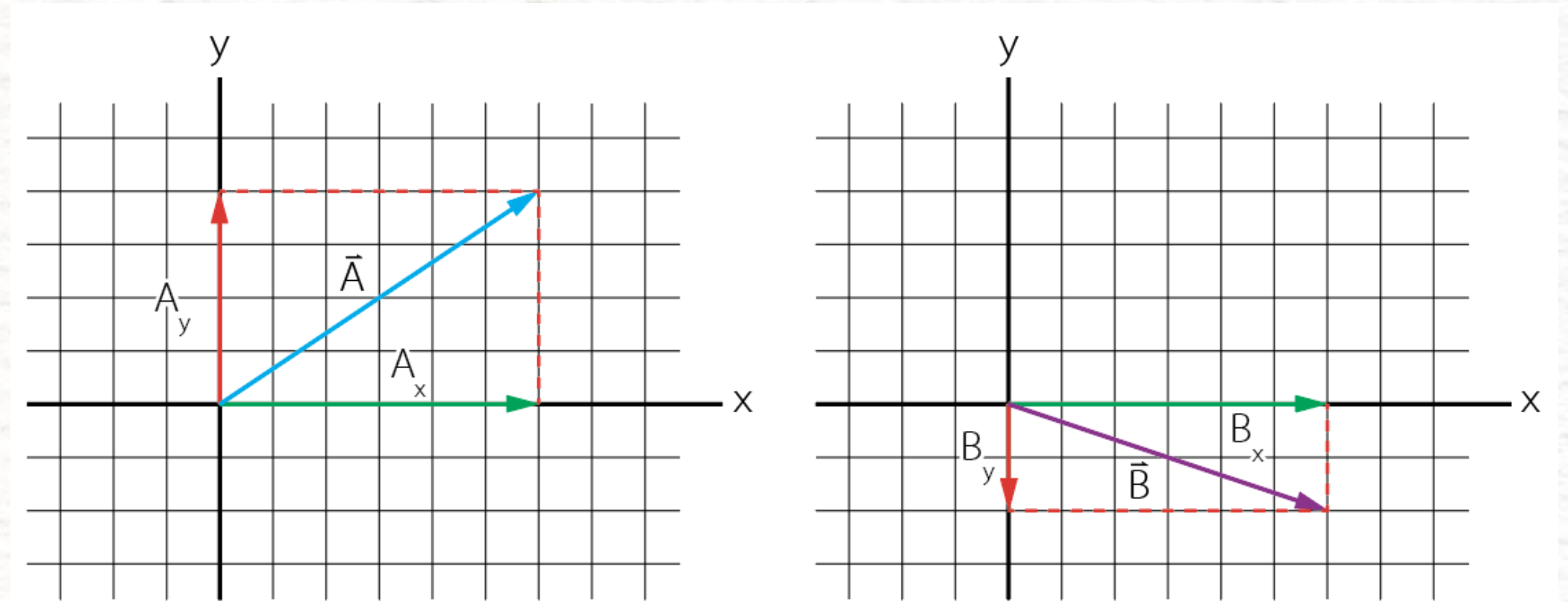
ในการเขียนแบบนี้จะเป็นการเขียนที่นิยมใช้กับปริมาณเวกเตอร์มากที่สุดเพราะสะดวก รวดเร็ว และสามารถนำไปอธิบายในเรื่องการบวก ลบ การหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ได้ชัดเจน

2.2 การหาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบแกน 2 มิติ

การแยกเวกเตอร์ไปในแนวแกน x และ y จะ
เหมือนกับการบอกพิกัดของจุดใดจุดหนึ่งบน
แกน x และ y



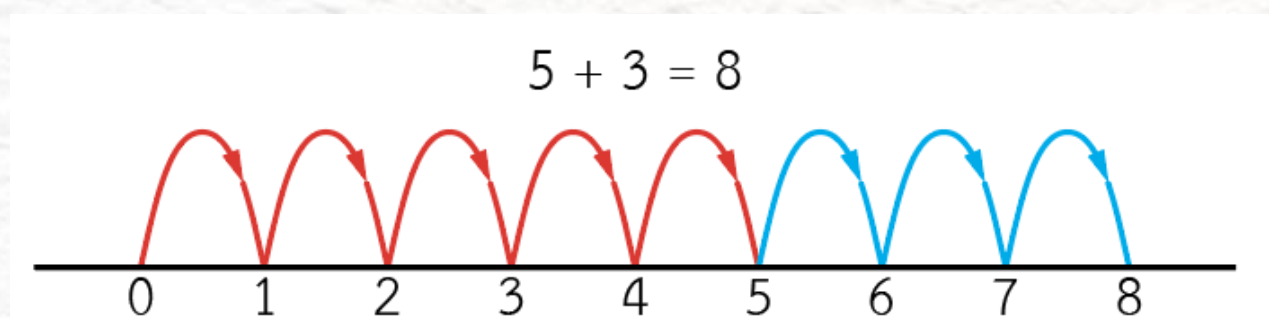
ในทำนองเดียวกัน ถ้าเราเขียนเวกเตอร์ $\vec{A}$ และเวกเตอร์ $\vec{B}$



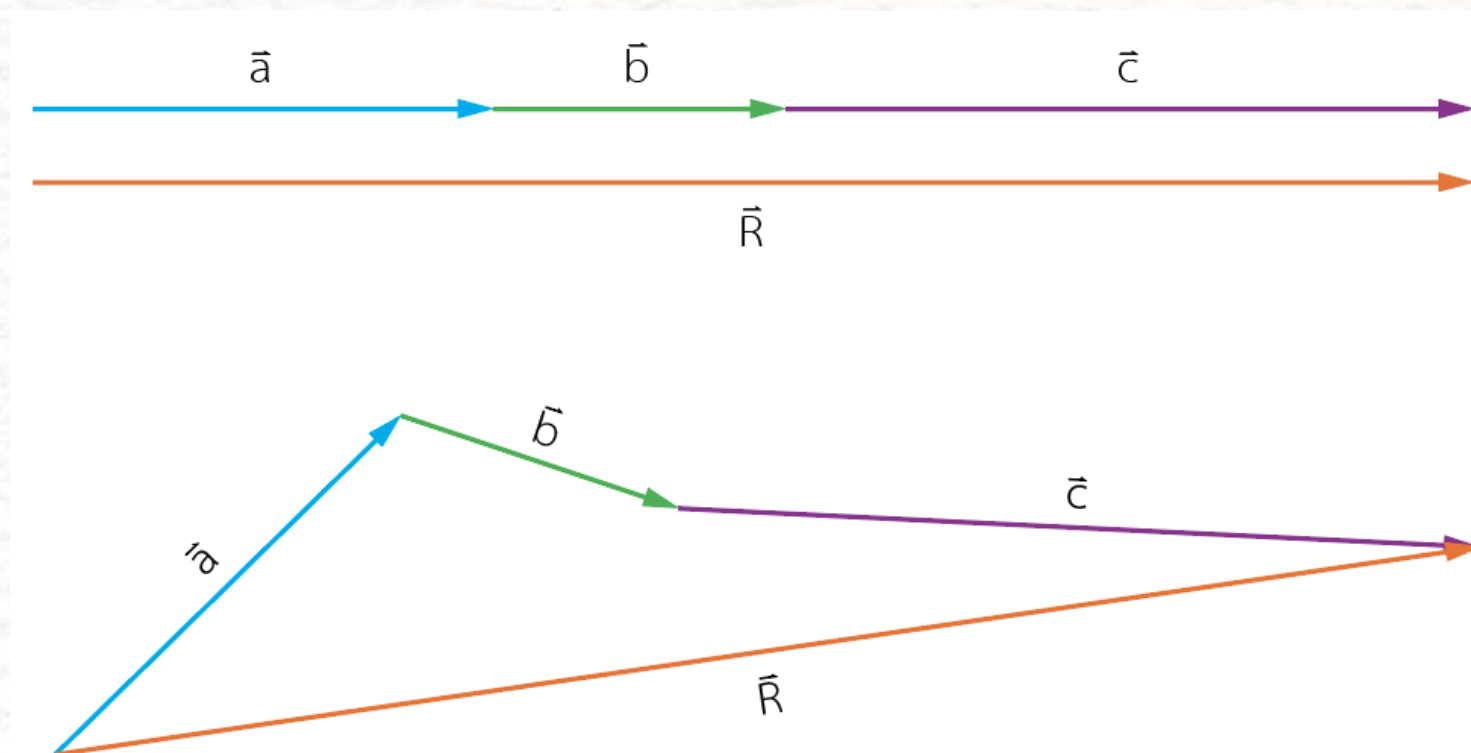
เราสามารถหาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x และ y ได้ดังนี้
องค์ประกอบของ $\vec{A}$ ในแนวแกน x มีค่า 6 หน่วย
องค์ประกอบของ $\vec{A}$ ในแนวแกน y มีค่า 4 หน่วย
องค์ประกอบของ $\vec{B}$ ในแนวแกน x มีค่า 5 หน่วย
องค์ประกอบของ $\vec{B}$ ในแนวแกน y มีค่า -2 หน่วย

2.3 การบวกเวกเตอร์

ในการบวกปริมาณสเกลาร์ การบวก คือ การนับเพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ



ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง การนำปริมาณเวกเตอร์มาบวกกัน ก็คือการนำเวกเตอร์แต่ละตัวมาต่อเรียงกันไป



จากรูป ถ้าเวกเตอร์แต่ละตัวมีทิศทางเดียวกัน ขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์จะเท่าขนาดของเวกเตอร์แต่ละตัวนำมาบวกกัน เหมือนการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์ แต่ถ้าเวกเตอร์แต่ละตัวมีทิศทางไม่อยู่ในแนวเดียวกัน การนำเวกเตอร์มาบวกกัน ขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์จะไม่เท่าขนาดของเวกเตอร์แต่ละตัวนำมาบวกกัน เหมือนการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์



2.3 การบวกเวกเตอร์

ดังนั้น การบวกเวกเตอร์จึงไม่เหมือนกับการบวกตัวเลขในคณิตศาสตร์เพราะจะต้องนำทิศทางมาพิจารณาด้วย ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง ผลลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ เรียกว่า เวกเตอร์ลัพธ์ ($\vec{R}$)

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

ทิศทางของเวกเตอร์จะมีทิศทางที่แตกต่างกันออกไปมากมาย ดังนั้น การที่เราจะนำปริมาณเวกเตอร์หลาย ๆ ตัวมาบวกกลับกัน ไม่สามารถจะนำขนาดของเวกเตอร์มาบวกหรือลบกันตามหลักการบวกลบตัวเลขได้

2.3.1 การบวกเวกเตอร์โดยการวาดรูป

2.3.2 การบวกเวกเตอร์โดยการคำนวณ

